

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH
LỚP 12 THPT - NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: TOÁN

MÃ ĐỀ THI: 135

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề khảo sát gồm có 05 trang

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 4$ là

- A. $x = 76$. B. $x = \frac{81}{5}$. C. $x = \frac{64}{5}$. D. $x = \frac{3}{5}$.

Câu 2. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = -2$ và $\int_1^3 g(x)dx = 4$ thì $\int_1^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. -6. D. -2.

Câu 3. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. $8a^3$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sin 5x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 5x}{5} + C$. B. $\int f(x)dx = \cos 5x + C$.
C. $\int f(x)dx = 5\cos 5x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 5x}{5} + C$.

Câu 5. Cho khối nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 80π . B. $\frac{80\pi}{3}$. C. $\frac{100\pi}{3}$. D. 100π .

Câu 6. Cho số phức $z = -6 + 5i$. Số phức iz là

- A. $5 + 6i$. B. $5 - 6i$. C. $-5 + 6i$. D. $-5 - 6i$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

- A. $x = \frac{13}{3}$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = -\frac{1}{3}$.

Câu 8. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{3a}{2}$. B. $3a$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $9a$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{2}$.

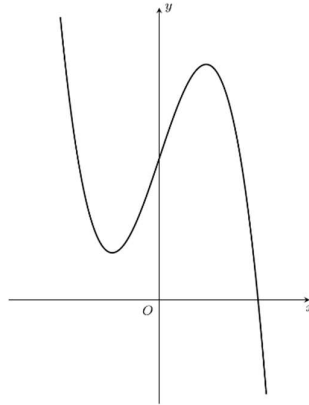
Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

- A. 3. B. -3. C. 0. D. -2.

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 1$ là

- A. $x^4 + x + C$. B. $4x^4 + x + C$. C. $x12x^2 + C$. D. $x^4 + C$.

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^3 + 3x - 3$. B. $y = x^3 - 3x + 3$. C. $y = -x^4 + 3x + 3$. D. $y = -x^3 + 3x + 3$.

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $2 + \log a$. B. $2 - \log a$. C. $10 + \log a$. D. $2 \log a$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(5; -4; 6)$. Trọng tâm của tam giác OAB có tọa độ là

- A. $(4; -6; 6)$. B. $(3; -3; 3)$. C. $(2; 2; 2)$. D. $(2; -2; 2)$.

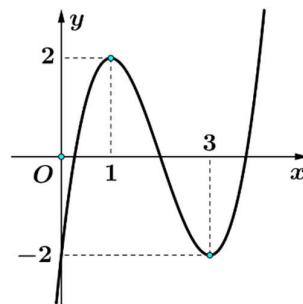
Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = 4$. Số hạng thứ 6 của cấp số cộng bằng

- A. -19 . B. 25 . C. -15 . D. 29 .

Câu 16. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 6^6 . B. $6!$. C. $8!$. D. $5!$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 1. D. -2.

Câu 18. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $5 - 2i$ có tọa độ là

- A. $(-2; 5)$. B. $(5; -2)$. C. $(2; 5)$. D. $(5; 2)$.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 8i$ là

- A. $\bar{z} = 5 - 8i$. B. $\bar{z} = -5 + 8i$. C. $\bar{z} = -5 - 8i$. D. $\bar{z} = 8 - 5i$.

Câu 20. Tích phân $\int_1^4 \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 1.

Câu 21. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -1$. B. $y = 2$. C. $y = -6$. D. $y = 3$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = 3$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{3 \ln x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{x}{\ln 3}$. D. $y' = \frac{1}{x}$.

Câu 24. Với x là số dương tùy ý, biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5}$ bằng

- A. $x^{\frac{5}{3}}$. B. $x^{\frac{3}{5}}$. C. $x^{\frac{1}{15}}$. D. x^{15} .

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-5	$+\infty$		
		-6	-6		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x) \leq -1$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. D. $[-1; 3]$.

Câu 27. Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi, rồi cộng các số trên hai viên bi với nhau. Xác suất để kết quả thu được là một số lẻ bằng

- A. $\frac{9}{11}$. B. $\frac{8}{11}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{4}{11}$.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 6x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. $6\sqrt{2} - 2$. B. 2. C. $4\sqrt{2} - 2$. D. 3.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; 1; 2), B(1; 3; 5), C(3; 1; -3)$. Đường trung tuyến AM của tam giác đã cho có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

- Câu 30.** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - 1$ đồng biến trên R là ?
A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1]$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $[1; +\infty)$.
- Câu 31.** Cho số phức $z = 6 - 2i$. Môđun của số phức $\frac{z}{1+3i}$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{10}$.
- Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?
A. $P(10; 5; -3)$. **B.** $Q(7; 4; 3)$. **C.** $M(-1; -2; -4)$. **D.** $N(10; 5; 1)$.
- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 4; -3)$. Gọi I là hình chiếu của M lên trục Ox . Mặt cầu tâm I và đi qua điểm M có phương trình là
A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 25$. **B.** $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.
- Câu 34.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AA' = a$. Tang của góc giữa BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\sqrt{2}$.
- Câu 35.** Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) - 3\sin x] dx = 7$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng
A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + m = 0$ có bán kính bằng 5. Giá trị của m bằng
A. -4. **B.** 4. **C.** -16. **D.** 16.
- Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng
A. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và nhận vecto $\vec{n}(2; -1; 3)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình là
A. $x + 2y - 3z + 9 = 0$. **B.** $x + 2y - 3z - 9 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.
- Câu 39.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. B. $\frac{5\sqrt{6}\pi}{27}$. C. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{216}$. D. $\frac{5\sqrt{6}\pi}{108}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $f(1) - \frac{8}{3}$. B. $f(0) - 2$. C. $f(2) - \frac{4}{3}$. D. $f(-1) - \frac{4}{3}$.

Câu 41. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $\bar{z} + (-5 + 3i)z + 3 + 2i = 0$. Giá trị của $2a + 3b$ bằng

A. $\frac{25}{11}$. B. $\frac{21}{11}$. C. $\frac{31}{11}$. D. $\frac{3}{11}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+4} - 3\sqrt{3})(3^x - m) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 3787. B. 729. C. 2188. D. 2187.

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(x)| dx$ và $f(1) > 0$. Giá trị của $f(4)$ bằng.

A. 64. B. 60. C. 62. D. 63.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 4)$, mặt phẳng $(P): 3x + 3y + 5z + 16 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{2}$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AM}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3 - 3t \\ z = -4 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = -4 - t \end{cases}$

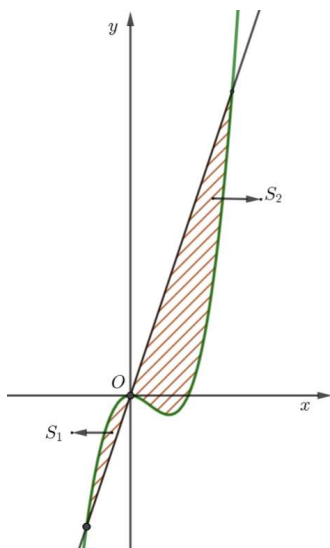
Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Biết góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{8a^3}{3}$.

Câu 46. Cho phương trình $m \cdot 2^{x^2-6x-1} + m^2 \cdot 2^{2x^2-12x-1} = 7 \log_2(x^2 - 6x + \log_2 m) + 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1024. B. 2047. C. 1023. D. 2048.

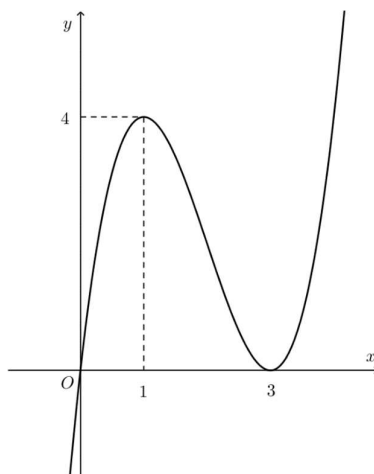
Câu 47. Cho đường cong $(C): y = 4x^3 - 3x^2$ và đường thẳng d đi qua gốc tọa độ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ.



Khi $S_2 = \frac{135}{2}$ thì S_1 bằng

- A. $\frac{135}{16}$. B. $\frac{135}{8}$. C. $\frac{8019}{256}$. D. $\frac{8017}{256}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = \left| \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}f^2(x) - \frac{1}{2021} \right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 49. Có bao nhiêu số phức z có phần thực và phần ảo là các số nguyên đồng thời thỏa mãn $|z| < 7$ và $|z| + |z - 1 - i| = |z + 1 + i| + |z - 2 - 2i|$?

- A. 6. B. 9. C. 7. D. 8.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và hai điểm $A(5; 0; 3), B(9; -3; 4)$. Gọi $(P), (Q)$ lần lượt là hai mặt phẳng chứa AB và tiếp xúc với (S) tại M, N . Thể tích tứ diện $ABMN$.

- A. $\frac{12\sqrt{130}}{25}$. B. $\frac{36\sqrt{26}}{25}$. C. $\frac{6\sqrt{130}}{25}$. D. $\frac{18\sqrt{26}}{25}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT

1.B	2.C	3.D	4.A	5.C	6.D	7.C	8.B	9.A	10.D
11.A	12.D	13.A	14.D	15.B	16.B	17.D	18.B	19.A	20.D
21.B	22.A	23.B	24.A	25.D	26.B	27.C	28.C	29.D	30.D
31.A	32.D	33.B	34.A	35.D	36.C	37.C	38.C	39.A	40.A
41.A	42.D	43.C	44.B	45.B	46.C	47.C	48.D	49.C	50.B

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 4$ là

- A. $x = 76$. B. $x = \frac{81}{5}$. C. $x = \frac{64}{5}$. D. $x = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_3(5x) = 4 \Leftrightarrow 5x = 3^4 \Leftrightarrow x = \frac{81}{5}.$$

$$\text{Nghiệm của phương trình } \log_3(5x) = 4 \text{ là } x = \frac{81}{5}.$$

Câu 2. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = -2$ và $\int_1^3 g(x)dx = 4$ thì $\int_1^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. -6. D. -2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_1^3 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 g(x)dx = -2 - 4 = -6.$$

Câu 3. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích khối lập phương có cạnh } 2a \text{ bằng } (2a)^3 = 8a^3.$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sin 5x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\frac{\cos 5x}{5} + C$. B. $\int f(x)dx = \cos 5x + C$.
C. $\int f(x)dx = 5\cos 5x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{\cos 5x}{5} + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Cho khối nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 80π . B. $\frac{80\pi}{3}$. C. $\frac{100\pi}{3}$. D. 100π .

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{100\pi}{3}$.

Câu 6. Cho số phức $z = -6 + 5i$. Số phức iz là

A. $5 + 6i$.B. $5 - 6i$.C. $-5 + 6i$.D. $-5 - 6i$.**Lời giải****Chọn D**

Ta có: $iz = i(-6 + 5i) = -5 - 6i$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

A. $x = \frac{13}{3}$.B. $x = 1$.C. $x = 3$.D. $x = -\frac{1}{3}$.**Lời giải****Chọn C**

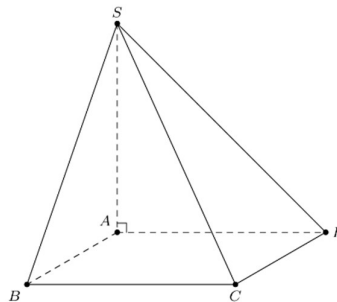
Ta có: $2^{3x-5} = 16 \Leftrightarrow 2^{3x-5} = 2^4 \Leftrightarrow 3x - 5 = 4 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 8. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $\frac{3a}{2}$.B. $3a$.C. $\frac{2a}{3}$.D. $9a$.**Lời giải****Chọn B**

Ta có: $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{3}$.B. $3a^3$.C. a^3 .D. $\frac{a^3}{2}$.**Lời giải****Chọn A**

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x \neq 2$.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{3x+6}{x-2} = 0 \Rightarrow x = -2$.

Câu 11. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 1$ là

A. $x^4 + x + C$.

B. $4x^4 + x + C$.

C. $x12x^2 + C$.

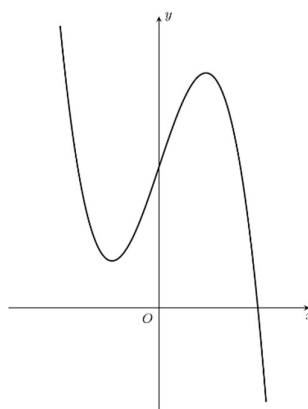
D. $x^4 + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x)dx = \int (4x^3 + 1)dx = x^4 + x + C.$$

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = -x^3 + 3x - 3$.

B. $y = x^3 - 3x + 3$.

C. $y = -x^4 + 3x + 3$.

D. $y = -x^3 + 3x + 3$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng của đồ thị hàm số ta kết luận đây chính là đồ thị hàm số bậc ba.

Mặt khác đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 3$.

Vậy đường cong trên chính là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x + 3$.

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A. $2 + \log a$.

B. $2 - \log a$.

C. $10 + \log a$.

D. $2 \log a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log(100a) = \log 100 + \log a = 2 + \log a$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$ và $B(5; -4; 6)$. Trọng tâm của tam giác OAB có tọa độ là

A. $(4; -6; 6)$.

B. $(3; -3; 3)$.

C. $(2; 2; 2)$.

D. $(2; -2; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $G(x; y; z)$ là trọng tâm của tam giác OAB , ta có

$$\begin{cases} x = \frac{1+5}{3} = 2 \\ y = \frac{-2-4}{3} = -2 \Rightarrow G(2; -2; 2). \\ z = \frac{6}{3} = 2 \end{cases}$$

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = 4$. Số hạng thứ 6 của cấp số cộng bằng

A. -19 .

B. 25 .

C. -15 .

D. 29 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 5 + 20 = 25$.

Câu 16. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 6^6 .

B. $6!$.

C. $8!$.

D. $5!$.

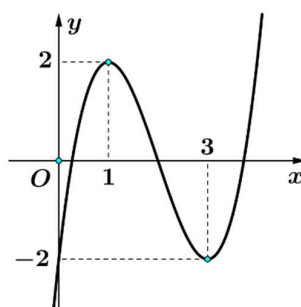
Lời giải

Chọn B.

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử.

Do đó số cách sắp là $P_6 = 6!$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2 .

B. 3 .

C. 1 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có giá trị cực tiểu của hàm số là -2

Câu 18. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $5 - 2i$ có tọa độ là

A. $(-2; 5)$.

B. $(5; -2)$.

C. $(2; 5)$.

D. $(5; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = a + bi$ có điểm biểu diễn là $(a; b)$.

Do đó: Điểm biểu diễn số phức $5 - 2i$ có tọa độ là $(5; -2)$.

- Câu 19.** Số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 8i$ là
A. $\bar{z} = 5 - 8i$. **B.** $\bar{z} = -5 + 8i$. **C.** $\bar{z} = -5 - 8i$. **D.** $\bar{z} = 8 - 5i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$

do đó: số phức liên hợp của số phức $z = 5 + 8i$ là $\bar{z} = 5 - 8i$.

- Câu 20.** Tích phân $\int_1^4 \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ bằng
A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^4 \frac{dx}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} \Big|_1^4 = 1.$$

- Câu 21.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình
A. $y = -1$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = -6$. **D.** $y = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-6}{x+1} = 2.$$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình $y = 2$.

- Câu 22.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm (theo chiều từ trái sang phải) khi đi qua điểm $x=1$.

Vậy điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=1$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $y' = \frac{1}{3 \ln x}$.

B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

C. $y' = \frac{x}{\ln 3}$.

D. $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính đạo hàm $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$.

Vậy $y' = (\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 24. Với x là số dương tùy ý, biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5}$ bằng

A. $x^{\frac{5}{3}}$.

B. $x^{\frac{3}{5}}$.

C. $x^{\frac{1}{15}}$.

D. x^{15} .

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$ với $x > 0$.

Vậy $P = \sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		-5		$+\infty$
		-6		-6	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x) \leq -1$ là

A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

C. $(-1; 3)$.

D. $[-1; 3]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x) \leq -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 3 \end{cases}$.

Tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 27. Một hộp đựng 11 viên bi được đánh số từ 1 đến 11. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi, rồi cộng các số trên hai viên bi với nhau. Xác suất để kết quả thu được là một số lẻ bằng

- A. $\frac{9}{11}$. B. $\frac{8}{11}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{4}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2$.

Để tổng của các số trên 2 viên bi là một số lẻ thì trong 2 viên bi phải có 1 viên bi mang số lẻ và 1 viên bi mang số chẵn. Do đó số kết quả thuận lợi là $n(A) = C_5^1 \cdot C_6^1$.

$$\text{Xác suất cần tính là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^1 \cdot C_6^1}{C_{11}^2} = \frac{6}{11}.$$

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 6x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. $6\sqrt{2} - 2$. B. 2. C. $4\sqrt{2} - 2$. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \notin [0; 2] \\ x = \sqrt{2} \in [0; 2] \end{cases}.$$

$$f(0) = -2; f(\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 2 \approx 3,66; f(2) = 2.$$

$$\text{Vậy } \max_{[0; 2]} f(x) = 4\sqrt{2} - 2.$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; 1; 2), B(1; 3; 5), C(3; 1; -3)$. Đường trung tuyến AM của tam giác đã cho có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm của đoạn thẳng BC là $M(2; 2; 1)$, $\overrightarrow{AM} = (-1; 1; -1)$. Đường trung tuyến AM của

tam giác đã cho đi qua điểm A và nhận $\overrightarrow{AM}$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Câu 30. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - 1$ đồng biến trên R là ?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số } f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - 1 \text{ đồng biến trên } R \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow 1 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 31. Cho số phức $z = 6 - 2i$. Môđun của số phức $\frac{z}{1+3i}$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. $4\sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\left| \frac{6-2i}{1+3i} \right| = |-2i| = 2, \text{ (Dùng casio)}$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+t \\ z = 4-t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(10;5;-3)$.

B. $Q(7;4;3)$.

C. $M(-1;-2;-4)$.

D. $N(10;5;1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thay } t = 3 \text{ vào phương trình tham số của } d, \text{ ta được: } d: \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } N(10;5;1) \in d.$$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;4;-3)$. Gọi I là hình chiếu của M lên trục Ox . Mặt cầu tâm I và đi qua điểm M có phương trình là

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có $I(1;0;0)$.

+ Mặt cầu có bán kính $R = IM = 5$.

+ Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = AA' = a$. Tang của góc giữa BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

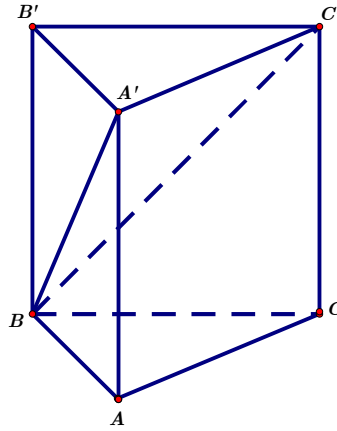
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải



Chọn A

+ Ta có: $\begin{cases} A'C' \perp AA' \\ A'C' \perp A'B' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (ABB'A') \Rightarrow A'C' \perp BA'$

+ BA' là hình chiếu vuông góc của BC' lên $(ABB'A')$

$$\Rightarrow \widehat{(BC', (ABB'A'))} = \widehat{(BC', BA')} = \widehat{A'BC'}.$$

+ Tam giác $A'BC'$ vuông tại A' , ta có: $\tan \widehat{A'BC'} = \frac{A'C'}{A'B} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) - 3\sin x] dx = 7$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $7 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [2f(x) - 3\sin x] dx = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + 3 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx - 3$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5.$$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + m = 0$ có bán kính bằng 5. Giá trị của m bằng

A. -4.

B. 4.

C. -16.

D. 16.

Lời giải

Chọn C

+ Ta có: $R = 5 \Leftrightarrow \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 - m} = 5 \Leftrightarrow 9 - m = 25 \Leftrightarrow m = -16$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

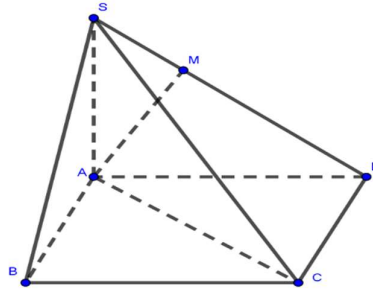
B. $\frac{\sqrt{6}a}{4}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có:

$$\widehat{(SC; (ABCD))} = \widehat{SCA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAC \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SA = AC = 2\sqrt{2}a.$$

$$AB // (SCD) \Rightarrow d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)).$$

$$\text{Kẻ } AM \perp SD (M \in SD).$$

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AM.$$

$$\begin{cases} AM \perp SD \\ AM \perp CD \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SCD) \Rightarrow d(A; (SCD)) = AM.$$

$$\text{Xét tam giác } SAD \text{ vuông tại } A \text{ có: } AM = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2\sqrt{2}a \cdot 2a}{\sqrt{8a^2 + 4a^2}} = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

$$\Rightarrow d(B; (SCD)) = \frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và nhận vectơ $\vec{n}(2; -1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x + 2y - 3z + 9 = 0$.

B. $x + 2y - 3z - 9 = 0$.

C. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 2; -3)$ và nhận $\vec{n}(2; -1; 3)$ làm vectơ pháp tuyến là:

$$2(x-1) - 1(y-2) + 3(z+3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z + 9 = 0$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

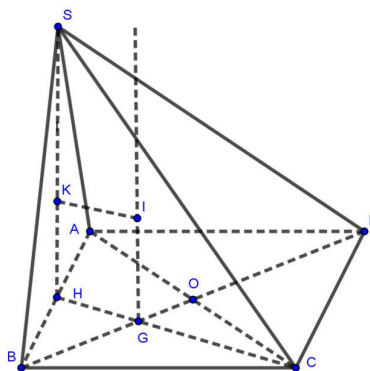
B. $\frac{5\sqrt{6}\pi}{27}$.

C. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{216}$.

D. $\frac{5\sqrt{6}\pi}{108}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB; SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (vì tam giác SAB đều).

Ta có:
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB; SH \subset (SAB) \end{cases}$$

Tam giác ABC đều $\Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (SAB)$.

$G; K$ lần lượt là trọng tâm tam giác ABC ; $SAB \Rightarrow G; K$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và SAB .

Qua G dựng đường thẳng d vuông góc với $(ABC) \Rightarrow d \parallel SH$.

Qua K dựng đường thẳng d' vuông góc với mặt phẳng $(SAB) \Rightarrow d' \parallel CH$.

Gọi d cắt d' tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

$$\begin{aligned} \text{Xét tam giác } IGB \text{ vuông tại } G \text{ ta có: } IB^2 &= IG^2 + BG^2 = KH^2 + BG^2 = \left(\frac{1}{3}SH\right)^2 + \left(\frac{2}{3}BO\right)^2 \\ &= \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{5}{12} \Rightarrow IB = \frac{\sqrt{15}}{6}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}.$$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số

$g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $f(1) - \frac{8}{3}$.

B. $f(0) - 2$.

C. $f(2) - \frac{4}{3}$.

D. $f(-1) - \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x) = f'(x) + x^2 - 1$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)^2(x-2) + x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)[(x-1)(x-2) + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 3) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 3x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	-1	1	2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$g(-1)$	$g(1)$	$g(2)$

Vậy $\min_{[-1;2]} g(x) = g(1) = f(1) - \frac{8}{3}$.

Câu 41. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $\bar{z} + (-5 + 3i)z + 3 + 2i = 0$. Giá trị của $2a + 3b$ bằng

A. $\frac{25}{11}$.

B. $\frac{21}{11}$.

C. $\frac{31}{11}$.

D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\bar{z} + (-5 + 3i)z + 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow a - bi + (-5 + 3i)(a + bi) + 3 + 2i = 0$

$\Leftrightarrow a - bi - 5a - 5bi + 3ai - 3b + 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow (-4a - 3b + 3) + (3a - 6b + 2)i = 0$

$$\begin{cases} -4a - 3b + 3 = 0 \\ 3a - 6b + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 3b = -3 \\ 3a - 6b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{11} \\ b = \frac{17}{33} \end{cases}.$$

Vậy $2a + 3b = \frac{25}{11}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+4} - 3\sqrt{3})(3^x - m) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 3787.

B. 729.

C. 2188.

D. 2187.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $(3^{x+4} - 3\sqrt{3})(3^x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x+4} = 3\sqrt{3} \\ 3^x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = \frac{1}{9\sqrt{3}} \\ 3^x = m \end{cases}$

Mà $m \in \mathbb{Z}^+$ nên suy ra $m > \frac{1}{9\sqrt{3}}$

$(3^{x+4} - 3\sqrt{3})(3^x - m) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{9\sqrt{3}} < 3^x < m \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < x < \log_3 m.$

$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 m \leq 7 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2187. \text{ Mà } m \in \mathbb{Z}. \text{ Suy ra } m \in \{1; 2; \dots; 2187\}.$

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x \int_0^1 |f(x)| dx$ và $f(1) > 0$. Giá trị của $f(4)$ bằng.

A. 64.

B. 60.

C. 62.

D. 63.

Lời giải

Chọn C

Đặt $m = \int_0^1 |f(x)| dx$ ($m \geq 0$). Khi đó ta có $f(x) = x^3 - 4mx$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2\sqrt{m} \end{cases}$$

Ta có $f(1) > 0 \Leftrightarrow 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow 4m < 1$. Suy ra $2\sqrt{m} < 1$.

x	0		$2\sqrt{m}$		1
$f(x)$	0	-	0	+	

Suy ra

$$m = \int_0^1 |x^3 - 4mx| dx \Leftrightarrow m = \int_0^{2\sqrt{m}} |x^3 - 4mx| dx + \int_{2\sqrt{m}}^1 |x^3 - 4mx| dx$$

$$\Leftrightarrow m = -\int_0^{2\sqrt{m}} (x^3 - 4mx) dx + \int_{2\sqrt{m}}^1 (x^3 - 4mx) dx$$

$$\Leftrightarrow m = -\left(\frac{x^4}{4} - 2mx^2\right)\Bigg|_0^{2\sqrt{m}} + \left(\frac{x^4}{4} - 2mx^2\right)\Bigg|_{2\sqrt{m}}^1$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{16m^2}{4} + 8m^2 + \left(\frac{1}{4} - 2m\right) - \frac{16m^2}{4} + 8m^2$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 3m + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vì $m < \frac{1}{4}$ nên ta có $m = \frac{1}{8}$ (nhận). Suy ra $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x$. Suy ra $f(4) = 62$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;4)$, mặt phẳng $(P): 3x + 3y + 5z + 16 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{2}$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AM}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3 - 3t \\ z = -4 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = -4 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Vì $M \in \Delta \cap d$ nên $M \in d$, do đó $M(1+2t; -1-t; -2+2t)$.

$$\overrightarrow{AM} = (2t; -4-t; -6+2t); 3\overrightarrow{AM} = (6t; -12-3t; -18+6t).$$

Điểm $N = \Delta \cap (P)$; $N = (x; y; z)$; $\overrightarrow{AN} = (x-1; y-3; z-4)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=6t \\ y-3=-12-3t \\ z-4=-18+6t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6t+1 \\ y=-9-3t \\ z=-14+6t \end{cases}.$$

$$N \in (P) \text{ nên } 3(6t+1)+3(-9-3t)+5(-14+6t)+16=0 \Leftrightarrow t=2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=13 \\ y=-15 \\ z=-2 \end{cases} \Rightarrow N(13; -15; -2); M(5; -3; 2); \overrightarrow{MN} = (-8; 12; 4) = -4(2; -3; -1)$$

$\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AM}$ suy ra A, M, N thẳng hàng.

Đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\frac{-\overrightarrow{MN}}{4} = (2; -3; -1)$ là véc tơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=3-3t \\ z=4-t \end{cases}$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Biết góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$.

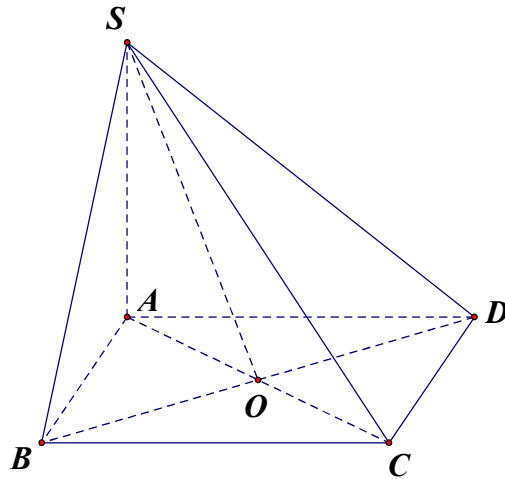
B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{8a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $DO \perp (SAC) \Rightarrow O$ là hình chiếu của D lên (SAC) và $SD \cap (SAC) = S$.

Do đó $(SD; (SAC)) = (SD; DO) = \widehat{DSO} = 30^\circ$.

Gọi $AB = x (x > 0) \Rightarrow OA = OD = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\triangle SOD$ có: $\tan \widehat{DSO} = \frac{OD}{SO} \Rightarrow SO = \frac{OD}{\tan 30^\circ} = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

Xét $\triangle SAO$ có: $SA^2 + AO^2 = SO^2 \Leftrightarrow (2a)^2 + \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{x\sqrt{6}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 4a^2 + \frac{x^2}{2} = \frac{3x^2}{2} \Leftrightarrow 4a^2 = x^2$
 $\Rightarrow x = 2a$.

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 46. Cho phương trình $m \cdot 2^{x^2-6x-1} + m^2 \cdot 2^{2x^2-12x-1} = 7 \log_2 (x^2 - 6x + \log_2 m) + 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1024.

B. 2047.

C. 1023.

D. 2048.

Lời giải

Chọn C

+) Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 6x + \log_2 m > 0 \\ m > 0 \end{cases}$.

+) Ta có $\begin{cases} m \cdot 2^{x^2-6x-1} = 2^{\log_2 m} \cdot 2^{x^2-6x-1} = 2^{x^2-6x-1+\log_2 m} \\ m^2 \cdot 2^{2x^2-12x-1} = 2 \left(m \cdot 2^{x^2-6x-1} \right)^2 = 2^{2(x^2-6x+\log_2 m)-1} \end{cases}$.

+) Phương trình đã cho trở thành:

$$2^{x^2-6x-1+\log_2 m} + 2^{2(x^2-6x+\log_2 m)-1} = 7 \log_2 (x^2 - 6x + \log_2 m) + 3 \quad (1)$$

+) Đặt $u = x^2 - 6x + \log_2 m > 0$, phương trình (1), trở thành $2^{u-1} + 2^{2u-1} = 7 \log_2 u + 3$

$$\Leftrightarrow 2^u + 2^{2u} = 14 \log_2 u + 6 \quad (2)$$

+) Xét hàm số $f(u) = 2^u + 2^{2u} - 14 \log_2 u - 6$.

$$f'(u) = 2^u \ln 2 + 2 \cdot 2^{2u} \ln 2 - \frac{14}{u \ln 2}$$

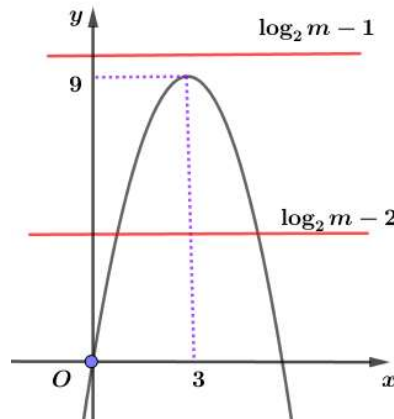
$$f'(u) = 0 \Leftrightarrow 2^u \ln 2 + 2 \cdot 2^{2u} \ln 2 = \frac{14}{u \ln 2} \quad (*)$$

+) Ta thấy vế trái (*) là một hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ và vế phải (*) là một hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Do đó phương trình (*) có tối đa 1 nghiệm hay $f'(u) = 0$ có tối đa một nghiệm. Suy ra $f(u) = 0$ có tối đa hai nghiệm.

+) Mà $f(1) = f(2) = 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm $u = 1$ và $u = 2$.

$$+) \begin{cases} u = 1 \\ u = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + \log_2 m = 1 \\ x^2 - 6x + \log_2 m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 m - 1 = -x^2 + 6x \\ \log_2 m - 2 = -x^2 + 6x \end{cases}$$

+) Vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2 + 6x$ và các đường thẳng $y = \log_2 m - 1$; $y = \log_2 m - 2$ lên cùng một hệ trục tọa độ

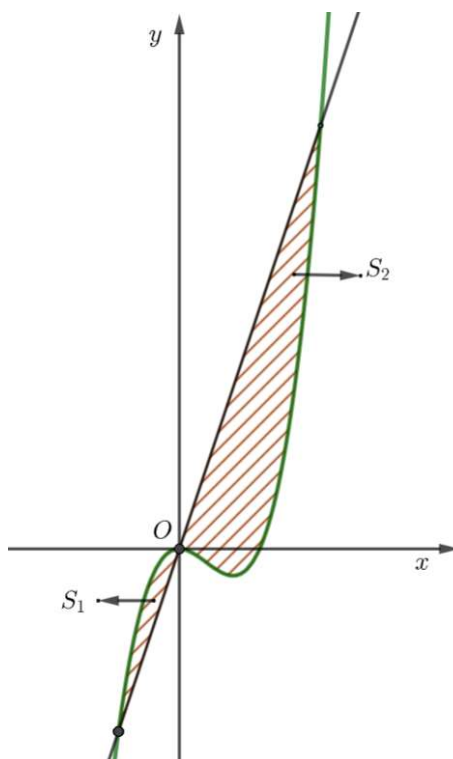


+) Dựa vào đồ thị, để phương trình có đúng nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \log_2 m - 1 > 9 \\ \log_2 m - 2 < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 m > 10 \\ \log_2 m < 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2^{10} \\ m < 2^{11} \end{cases} \Leftrightarrow 1025 \leq m \leq 2047.$$

Vậy có $2047 - 1025 + 1 = 1023$ số nguyên m .

Câu 47. Cho đường cong $(C): y = 4x^3 - 3x^2$ và đường thẳng d đi qua gốc tọa độ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ.



Khi $S_2 = \frac{135}{2}$ thì S_1 bằng

A. $\frac{135}{16}$.

B. $\frac{135}{8}$.

C. $\frac{8019}{256}$.

D. $\frac{8017}{256}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi đường thẳng d đi qua gốc tọa độ có phương trình $y = ax$ ($a > 0$)

Phương trình hoành độ giao điểm

$$4x^3 - 3x^2 = ax \Leftrightarrow 4x^3 - 3x^2 - ax = 0 \Leftrightarrow x(4x^2 - 3x - a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4x^2 - 3x - a = 0 (*) \end{cases}$$

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình có ba nghiệm phân biệt nên $\Delta = 9 + 16a > 0 \forall a > 0$

Gọi $x_1 < 0 < x_2$ là hai nghiệm của phương trình (*).

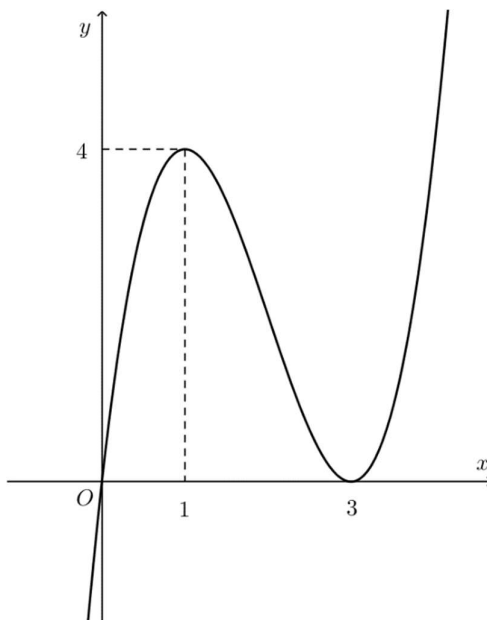
Ta có: $x_1 + x_2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{3}{4} - x_2$ và $a = 4x_2^2 - 3x_2$

$$S_2 = \int_0^{x_2} (-4x^3 + 3x^2 + ax) dx = -x_2^4 + x_2^3 + \frac{a}{2}x_2^2 = \frac{135}{2} \Leftrightarrow -2x_2^4 + 2x_2^3 + ax_2^2 = 135.$$

Từ (*) suy ra: $a = 4x_2^2 - 3x_2$ nên ta có $2x_2^4 - x_2^3 - 135 = 0 \Rightarrow x_2 = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 27 \\ x_1 = -\frac{9}{4} \end{cases}$

$$\Rightarrow S_1 = \int_{-\frac{9}{4}}^0 (4x^3 - 3x^2 - 27x) dx = x_1^4 - x_1^3 - \frac{ax_1^2}{2} = \frac{8019}{256}.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = \left| \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}f^2(x) - \frac{1}{2021} \right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}f^2(x) - \frac{1}{2021} \Rightarrow h'(x) = f'(x) \cdot [f^2(x) + f(x)]$

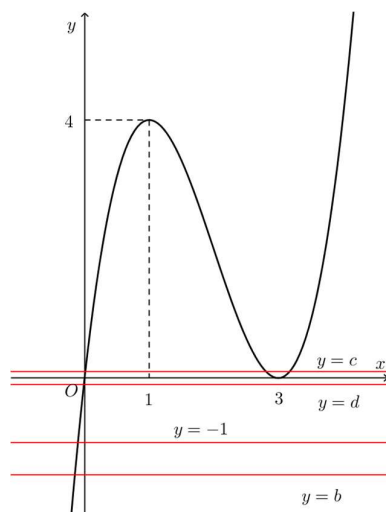
$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = -1 \end{cases}$$

Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm đơn $x = 1$ và $x = 3$.

Phương trình $f(x) = 0$ có một nghiệm đơn $x = 0$ và một nghiệm kép $x = 3$.

Phương trình $f(x) = -1$ có một nghiệm đơn $x = a < -0$.

$$\text{Lại có: } h(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}f^2(x) - \frac{1}{2021} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = b \approx -1,5 \\ f(x) = c \approx 0,03 \\ f(x) = d \approx -0,03 \end{cases}$$



Phương trình $f(x) = b \approx -1,5$ có một nghiệm đơn $x = x_1 < a$.

Phương trình $f(x) = d \approx -0,03$ có một nghiệm đơn $x = x_2 \in (a; 0)$.

Phương trình $f(x) = c \approx 0,03$ có ba nghiệm đơn $x = x_3 \in (0; 1)$; $x = x_4 \in (1; 3)$; $x = x_5 > 3$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = |h(x)|$:

x	$-\infty$	x_1	a	x_2	0	x_3	1	x_4	3	x_5	$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

Vậy hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực tiểu và 4 điểm cực đại.

Câu 49. Có bao nhiêu số phức z có phần thực và phần ảo là các số nguyên đồng thời thỏa mãn $|z| < 7$ và $|z| + |z - 1 - i| = |z + 1 + i| + |z - 2 - 2i|$?

A. 6.

B. 9.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

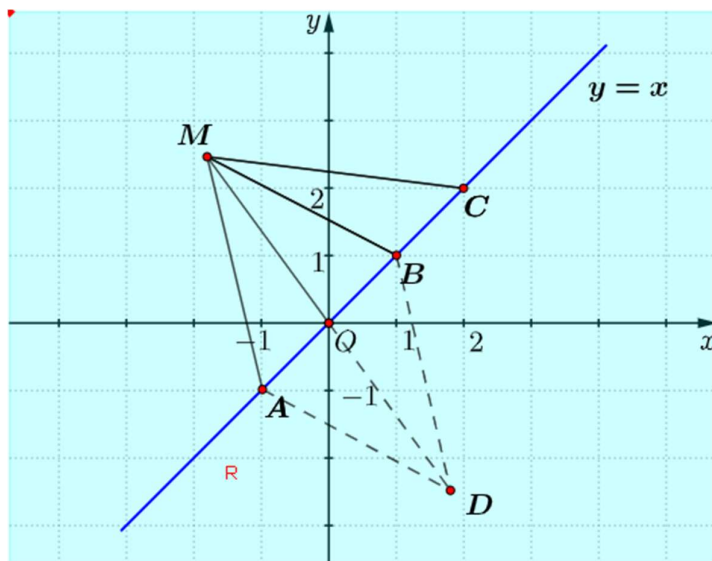
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy xét các điểm $A(-1; -1), O(0; 0), B(1; 1), C(2; 2)$.

Giả sử số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{Z}$). Suy ra điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ.

Khi đó $|z| = MO, |z - 1 - i| = MB, |z + 1 + i| = MA, |z - 2 - 2i| = MC$.

Theo đề ta có $MO + MB = MA + MC$.

Ta sẽ chứng minh $MO + MB \leq MA + MC$.



Dựa vào toạ độ các điểm, ta có thể chứng minh được 4 điểm A, O, B, C cùng thuộc đường thẳng $y = x$ và $AO = OB = BC$.

Gọi D là điểm đối xứng với điểm M qua điểm O . Vì O là trung điểm của MD và AB nên $MBDA$ là hình bình hành.

Ta có $MA + MB = MA + AD \geq MD = 2MO$

Tương tự, ta chứng minh được $MO + MC \geq 2MB$

Suy ra $MA + MB + MO + MC \geq 2MO + 2MB \Rightarrow MO + MB \leq MA + MC$ (đpcm).

Dấu “=” xảy ra khi điểm M thuộc đường thẳng $y = x$ sao cho điểm M không nằm giữa 2 điểm A và C (có thể trùng điểm A hoặc điểm C). Điều đó xảy ra khi

$$\begin{cases} y = x & (*) \\ \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases} & (**) \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } |z| < 7 \Rightarrow x^2 + y^2 < 49 \Rightarrow x^2 + x^2 < 49 \Rightarrow 2x^2 < 49 \Rightarrow -4,95 < x < 4,95 (***)$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên từ $(*)$, $(**)$, $(***)$ ta suy ra

$$\{(x; y) | (-4; -4); (-3; -3); (-2; -2); (-1; -1); (2; 2); (3; 3); (4; 4)\}$$

Vậy có 7 số phức thoả mãn yêu cầu của đề bài.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và hai điểm $A(5; 0; 3), B(9; -3; 4)$. Gọi $(P), (Q)$ lần lượt là hai mặt phẳng chứa AB và tiếp xúc với (S) tại M, N . Thể tích tứ diện $ABMN$.

A. $\frac{12\sqrt{130}}{25}$.

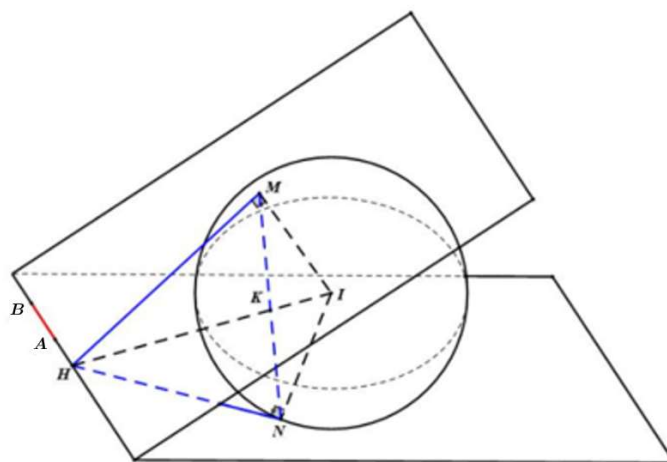
B. $\frac{36\sqrt{26}}{25}$.

C. $\frac{6\sqrt{130}}{25}$.

D. $\frac{18\sqrt{26}}{25}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $H = AB \cap (IMN)$, $IH \cap MN = \{K\}$.

Ta có $\begin{cases} IM \perp (P) \\ IN \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IM \perp AB \\ IN \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (IMN)$.

$$H \in AB: \begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -3t \\ z = 3 + t \end{cases} \Rightarrow H(5 + 4t; -3t; 3 + t)$$

Mặt phẳng (IMN) đi qua $I(-2; -1; 2)$ và có vector pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (4; -3; 1)$.

$$\Rightarrow (IMN): 4x - 3y + z + 3 = 0.$$

$$H \in (IMN) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H(1; 3; 2).$$

$\Rightarrow A$ là trung điểm của HB .

$$\Rightarrow IH = 5 \Rightarrow MH = \sqrt{IH^2 - IM^2} = 3 \Rightarrow MK = \frac{12}{5} \Rightarrow MN = \frac{24}{5}; HK = \frac{9}{5}.$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta HMN} = \frac{1}{2} HK \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{24}{5} = \frac{108}{25}$$

$$V_{ABMN} = V_{B.HMN} - V_{A.HMN} = \frac{1}{3} HB \cdot S_{\Delta HMN} - \frac{1}{3} AH \cdot S_{\Delta HMN} = \frac{1}{3} S_{\Delta HMN} (HB - AH).$$

$$V_{ABMN} = \frac{1}{3} S_{\Delta HMN} \cdot AB = \frac{36\sqrt{26}}{25}$$

HẾT