

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 2: Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n-1$, mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $A_n^k < C_n^k$. C. $C_n^k = C_n^{n-k}$. D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Véc tơ nào sau đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)

- A. $\vec{n}_4 = (2; 1; -2)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; -2)$. D. $\vec{n}_3 = (-3; 1; -2)$.

Câu 4: Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

- A. $\frac{7}{38}$. B. $\frac{5}{38}$. C. $\frac{3}{38}$. D. $\frac{1}{114}$.

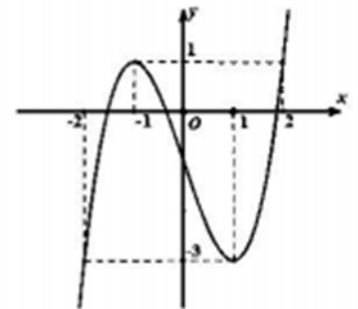
Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 6. B. 5.
C. 7. D. 4.



Câu 7: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

- A. $x^2 + 3x + C$. B. $2x^2 + C$. C. $2x^2 + 3x + C$. D. $x^2 + C$.

Câu 8: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$ khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. -8.

C. -3.

D. 12.

Câu 9: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = \pi a^3$

B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$

D. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Câu 10: Cho 2 số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 2 + 5i$

B. $z = 7 - 4i$

C. 14

D. $z = 3 - 10i$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 3; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$.

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 12: Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó sẽ nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 14 năm

B. 12 năm

C. 11 năm

D. 13 năm

Câu 13: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V = \frac{1}{3}Bh$

B. $V = Bh$

C. $V = \frac{1}{6}Bh$

D. $V = \frac{1}{2}Bh$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn điều kiện: $f(1) = -2\ln 2$ và $x(x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b \cdot \ln 3$, $(a, b \in \mathbb{Q})$. Giá trị của $2(a^2 + b^2)$ là:

A. $\frac{27}{4}$.

B. 9.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{9}{2}$.

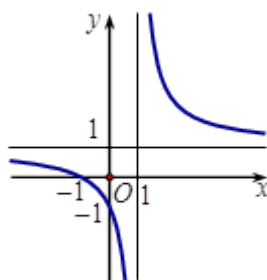
Câu 15: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 16: Cho hình chóp (ABC) . $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC như hình vẽ bên).

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

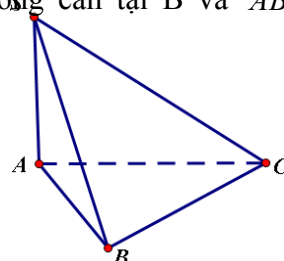
A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

$S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa



Câu 17: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

A. $S = (-1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -2)$.

C. $S = (1; +\infty)$.

D. $S = (-2; +\infty)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $N(-2; 1; -2)$.

B. $Q(2; -1; 2)$.

C. $M(-1; -2; -3)$.

D. $P(1; 2; 3)$.

Câu 19: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là

- A. $\{0\}$. B. $\{0;1\}$. C. $\{1\}$. D. $\{-1;0\}$.

Câu 20: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

- A. $2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C$. B. $2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C$.
C. $2\ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C$. D. $2\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

- A. $I = -8$ B. $I = 8$ C. $I = 1$ D. $I = -12$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ B. $\frac{2a^3}{3}$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và

$d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

- A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

Câu 24: Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 25: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$		1	5		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 5.

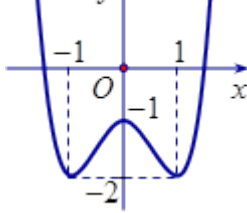
Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình bên.

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3	-1	0	1	2	3	
f'(x)	+	0	-	0	+	0	-

- A. Đạt cực đại tại $x = 2$. B. Đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. Đạt cực tiểu tại $x = 1$. D. Đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 28: Diện tích phần hình phẳng theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

B.

$\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$.

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

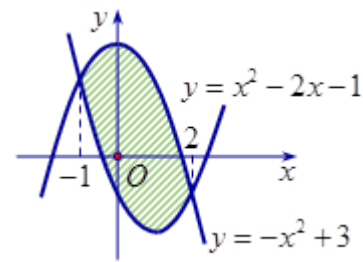
A. $(0;0;-1)$.

B. $(2;0;0)$.

C.

điểm

$(2;0;-1)$.



Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -4 .

B. 4 .

C. 8 .

D. 3 .

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3,1,0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2;1;0)$, $D(-4;0;0)$

B. $D(0;0;0)$, $D(6;0;0)$

C. $D(6;0;0)$, $D(12;0;0)$

D. $D(0;0;0)$, $D(-6;0;0)$

Câu 32: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 2 .

B. -18 .

C. 18 .

D. -2 .

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x + y + z - 6 = 0$

B. $3x - y - z = 0$

C. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$

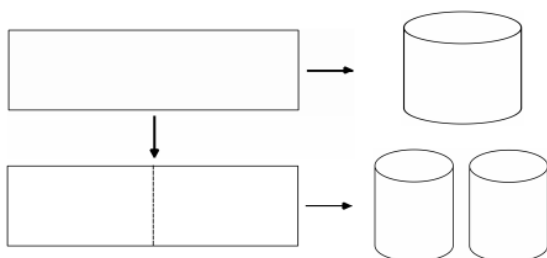
D. $3x - y - z + 1 = 0$

Câu 34: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50cm.240cm$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50cm$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

• Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

• Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;1)$. C. $(-1;0)$. D. $(0;1)$.

Câu 36: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA = OB = a, OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ D. $\frac{a}{3}$

Câu 37: Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 38: Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

- A. 2 B. 6 C. 1 D. 0

Câu 40: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$,

với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a^2 + b^2$.

- A. $T = 26$. B. $T = 29$. C. $T = 20$. D. $T = 25$.

Câu 41: Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

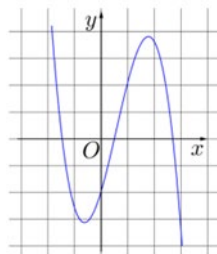
- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{4a}{3}$. C. $\frac{4}{3a}$. D. $\frac{3}{4a}$.

Câu 42: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3 - m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

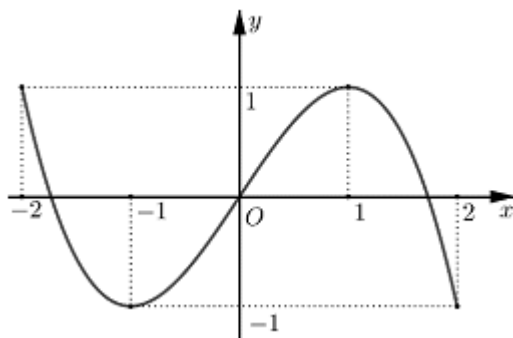
- A. $[3; 4]$ B. $[2; 4]$ C. $(2; 4)$ D. $(3; 4)$

Câu 43: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$
 B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$
 C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$
 D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$



Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; -1)$ B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		1	-2	1	

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 46: Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 9 B. 6 C. $\frac{27}{4}$ D. $\frac{20}{3}$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. $I = -6$ B. $I = 0$ C. $I = -2$ D. $I = 6$

Câu 48: Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 3a + 5b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 5a + 3b$

Câu 49: Số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là:

- A. $-2 + i$. B. $-1 - 2i$. C. $-1 + 2i$. D. $1 + 2i$.

Câu 50: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(5; -1)$. B. $(-1; 5)$. C. $(5; 0)$. D. $(0; 5)$.

----- HẾT -----

made	cautron	dapan
201	1	D
201	2	B
201	3	B
201	4	C
201	5	C
201	6	C
201	7	A
201	8	B
201	9	D
201	10	B
201	11	B
201	12	B
201	13	A
201	14	B
201	15	A
201	16	A
201	17	D
201	18	D
201	19	B
201	20	A
201	21	A
201	22	A
201	23	C
201	24	D
201	25	A
201	26	D
201	27	B
201	28	D
201	29	D
201	30	B
201	31	B
201	32	C
201	33	B
201	34	C
201	35	C
201	36	D
201	37	A
201	38	A
201	39	A
201	40	A
201	41	D
201	42	C
201	43	D
201	44	C
201	45	C
201	46	C
201	47	D
201	48	C
201	49	D

201	50	A
-----	----	---

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.C	5.C	6.C	7.A	8.B	9.D	10.B
11.C	12.B	13.A	14.B	15.A	16.A	17.D	18.D	19.B	20.A
21.A	22.A	23.C	24.D	25.A	26.D	27.B	28.D	29.C	30.B
31.B	32.C	33.B	34.C	35.C	36.D	37.A	38.A	39.A	40.A
41.D	42.C	43.D	44.C	45.C	46.C	47.D	48.C	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$					$-\infty$

Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ có ba điểm chung nên phương trình đã cho có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 2. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n-1$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k < C_n^k$.

C. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

Chọn B

Các mệnh đề: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$, $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$ đúng.

Mệnh đề sai là: $A_n^k < C_n^k$.

Do $A_n^k < C_n^k \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-k)!} < \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \Leftrightarrow k! < 1$ (vô lý).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của (P) .

- A.** $\vec{n}_4 = (2; 1; -2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; -3; -2)$. **D.** $\vec{n}_3 = (-3; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta nhận thấy 1 vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$.

Câu 4. Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

- A.** $\frac{7}{38}$. **B.** $\frac{5}{38}$. **C.** $\frac{3}{38}$. **D.** $\frac{1}{114}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi a, b, c là ba số lấy ra theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, nên $b = \frac{a+c}{2} \in \mathbb{N}$. Do đó a và c cùng chẵn hoặc cùng lẻ và hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Số cách chọn bộ $(a; b; c)$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng bằng số cặp $(a; c)$ cùng chẵn hoặc cùng lẻ, số cách chọn là $2 \cdot C_{10}^2$. Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{2C_{10}^2}{C_{20}^3} = \frac{3}{38}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

- A.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$.

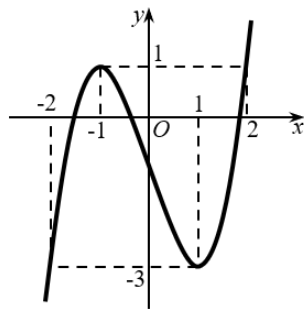
Lời giải

Chọn C

Bán kính của mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)-1) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

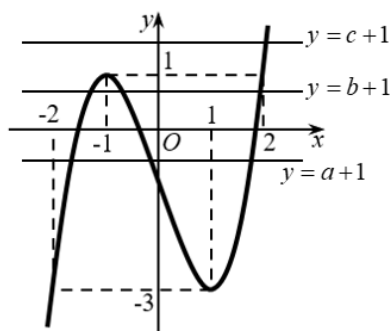
Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ suy ra $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-2; -1) \\ x = b \in (-1; 0) \\ x = c \in (1; 2) \end{cases}$

Suy ra $f(f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = a \\ f(x) - 1 = b \\ f(x) - 1 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a + 1 \\ f(x) = b + 1 \\ f(x) = c + 1 \end{cases}$

+ Do $a \in (-2; -1) \Rightarrow a + 1 \in (-1; 0) \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = a + 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Do $b \in (-1; 0) \Rightarrow b + 1 \in (0; 1) \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = b + 1$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Do $c \in (1; 2) \Rightarrow c + 1 \in (2; 3) \Rightarrow$ Phương trình $f(x) = c + 1$ có 1 nghiệm.



Vậy phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có $3 + 3 + 1 = 7$ nghiệm.

Câu 7. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

A. $x^2 + 3x + C$.

B. $2x^2 + C$.

C. $2x^2 + 3x + C$.

D. $x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (2x + 3)dx = x^2 + 3x + C$.

Câu 8. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$ khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 1.

B. -8.

C. -3.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

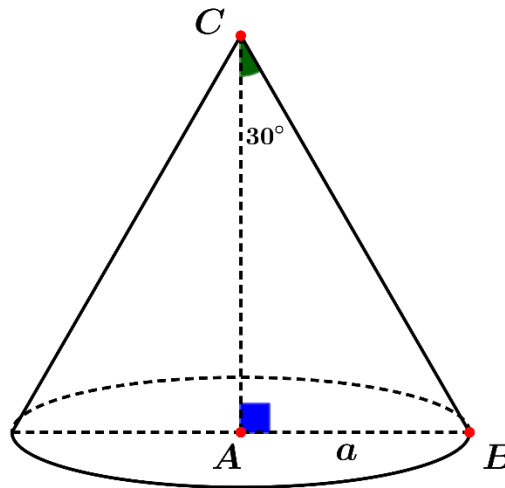
Ta có: $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 2 - 10 = -8.$

Câu 9. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $ACB = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A.** $V = \pi a^3$. **B.** $V = \sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\tan 30^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}.$

Vậy thể tích khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quay quanh cạnh AC là:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$

Câu 10. Cho 2 số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A.** $z = 2 + 5i$. **B.** $z = 7 - 4i$. **C.** $z = 7 + 4i$. **D.** $z = 3 - 10i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = z_1 + z_2 = 5 - 7i + 2 + 3i = 7 - 4i.$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 3; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$.

- A.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu là $R = d(I, (P)) = \frac{|-2 - 3 + 11|}{3} = 2.$

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

Câu 12. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu bao gồm cả gốc và lãi. Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A.** 14 năm. **B.** 12 năm. **C.** 11 năm. **D.** 13 năm.

Lời giải

Chọn B

Sau n năm thì số tiền gốc và lãi người đó nhận là $A = 50(1+0,06)^n = 50.(1,06)^n$.

Theo yêu cầu bài toán ta cần $50.(1,06)^n > 100 \Leftrightarrow (1,06)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 2 \approx 11,89$.

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó sẽ nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu bao gồm cả gốc và lãi.

Câu 13. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A.** $V = \frac{1}{3} Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6} Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2} Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} Bh$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn điều kiện: $f(1) = -2\ln 2$ và $x.(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b.\ln 3$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị $2(a^2 + b^2)$ là

- A.** $\frac{27}{4}$. **B.** 9. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Chia cả hai vế của biểu thức $x.(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + x$ cho $(x+1)^2$ ta có

$$\frac{x}{x+1}.f'(x) + \frac{1}{(x+1)^2} f(x) = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow \left[\frac{x}{x+1}.f(x) \right]' = \frac{x}{x+1}.$$

$$\text{Vậy } \frac{x}{x+1}.f(x) = \int \left[\frac{x}{x+1}.f(x) \right]' dx = \int \frac{x}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = x - \ln|x+1| + C.$$

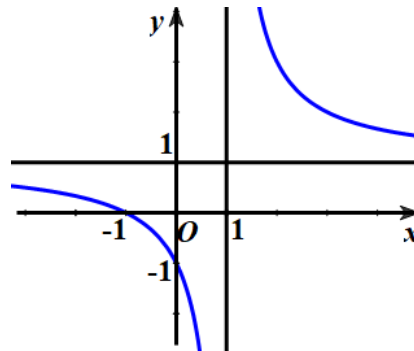
$$\text{Do } f(1) = -2\ln 2 \text{ nên ta có } \frac{1}{2}.f(1) = 1 - \ln 2 + C \Leftrightarrow -\ln 2 = 1 - \ln 2 + C \Leftrightarrow C = -1.$$

$$\text{Khi đó } f(x) = \frac{x+1}{x}(x - \ln|x+1| - 1).$$

$$\text{Vậy ta có } f(2) = \frac{3}{2}(2 - \ln 3 - 1) = \frac{3}{2}(1 - \ln 3) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\ln 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}, b = -\frac{3}{2}.$$

Suy ra $2(a^2 + b^2) = 2\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2\right] = 9$.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

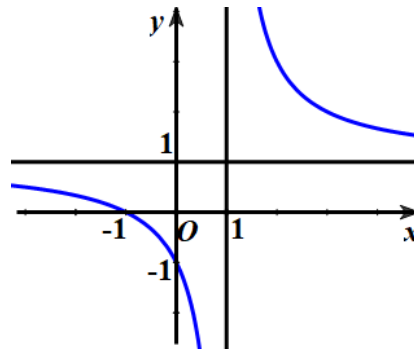
B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A

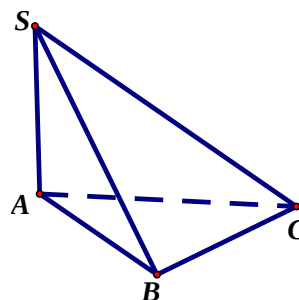


Đây là đồ thị hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow$ loại hai phương án C và D.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Suy ra chọn phương án A.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

Ta có AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng (ABC) nên góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc giữa SC và AC . Vì SCA nhọn nên góc giữa SC và AC là SCA .

Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} = SA$.

Suy ra tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow SCA = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45° .

Câu 17. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$

- A.** $S = (-1; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; -2)$. **C.** $S = (1; +\infty)$. **D.** $S = (-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5^{x+1} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow 5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (-2; +\infty)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $N(-2; 1; -2)$. **B.** $Q(2; -1; 2)$. **C.** $M(-1; -2; -3)$. **D.** $P(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm $P(1; 2; 3)$.

Câu 19. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x^2 - x + 2 = 1$ là

- A.** $\{0\}$. **B.** $\{0; 1\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1; 0\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 x^2 - x + 2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Câu 20. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

- A.** $2\ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C$. **B.** $2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C$.
C. $2\ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C$. **D.** $2\ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } \int \frac{2x+1}{x+2} dx &= \int \frac{2(x+2)-3}{x+2} dx = \int \frac{2}{x+2} dx - 3 \int \frac{1}{x+2} dx \\ &= 2 \ln |x+2| - 3 \ln |x+2| + C = -\ln |x+2| + C.\end{aligned}$$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = -8$.

B. $I = 8$.

C. $I = 1$.

D. $I = -12$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét tích phân } J = \int_0^1 (x+1)f'(x)dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } J = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow 10 = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 2 - 10 = -8.$$

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

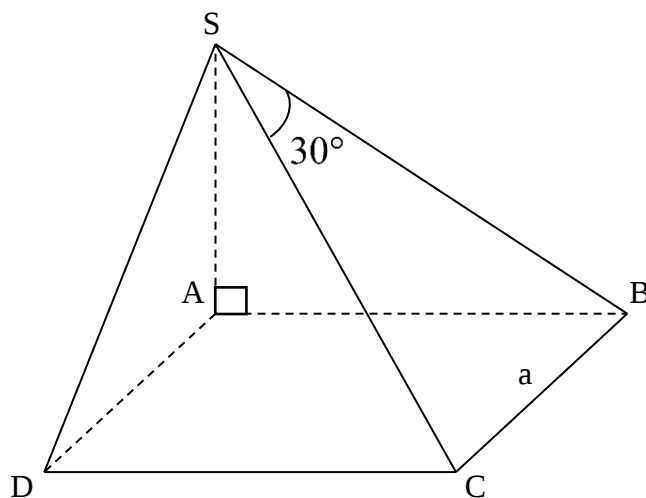
B. $\frac{2}{3}a^3$.

C. $\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là góc CSB .

Xét tam giác CSB vuông tại B , suy ra $\tan CSB = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan CSB} = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$

Tam giác SAB vuông tại A , áp dụng định lý Pytago ta được:

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 a\sqrt{2} = a^3 \frac{\sqrt{2}}{3}$$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$.

Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

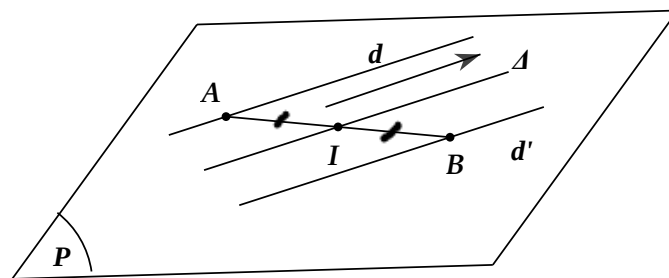
B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn C



Vì hai đường thẳng d và d' có cùng vectơ chỉ phương $\vec{u}(3;1;-2)$ nên d và d' song song hoặc d và d' trùng nhau.

Lấy $A(2;-3;4) \in d$ thay vào phương trình đường thẳng d' không thỏa mãn suy ra $A(2;-3;4) \notin d'$ nên $d // d'$.

Vì hai đường thẳng d và d' song song với nhau nên cùng nằm trên 1 mặt phẳng.

Đường thẳng Δ cần tìm thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó thì cũng song song với với hai đường thẳng d và d' . Do đó Δ nhận vectơ $\vec{u}(3;1;-2)$ làm vectơ chỉ phương.

Lấy $A(2;-3;4) \in d; B(4;-1;0) \in d'$. Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;-2;2)$ và $I \in \Delta$.

Đường thẳng Δ cần tìm qua $I(3;-2;2)$ và nhận vectơ $\vec{u}(3;1;-2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 24. Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

B. $2\pi r^2 h$.

C. $\pi r^2 h$.

D. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 25. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

$$\text{Ta có } y = \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow y = \frac{x-4}{x+1}.$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = -1.$$

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 1 5 $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số là 5.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm hình dưới. Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

x	-3	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0

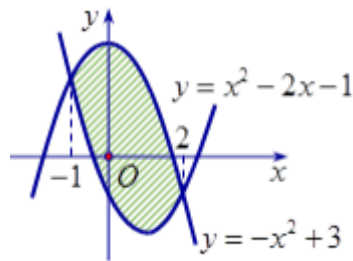
- A.** Đạt cực đại tại $x = 2$. **B.** Đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. Đạt cực tiểu tại $x = 1$. **D.** Đạt cực đại tại $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

Theo định lý về điều kiện để hàm số đạt cực trị tại 1 điểm thì hàm số trên sẽ có 2 điểm cực đại là $x = 2$, $x = -1$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên các đáp án A, C, D đúng.

Câu 28. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x + 2) dx$. C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tính diện tích thì diện tích hình tô đậm được tính là

$$\int_{-1}^2 \left| (x^2 - 2x - 1) - (-x^2 + 3) \right| dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx. \text{ Vậy đáp án D là đúng.}$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(0; 0; -1)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(2; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0; 1; 0)$.

Câu 30. Cho cấp số cộng u_n với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -4 . B. 4 . C. 8 . D. 3 .

Lời giải

Chọn B

Vì u_n là cấp số cộng nên công sai $d = u_2 - u_1 = 6 - 2 = 4$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- A. $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$. B. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$.
C. $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$. D. $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$$D \in Ox \Rightarrow D(x; 0; 0).$$

$$AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 4^2 + 0^2} = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2} \Leftrightarrow (x-3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vậy $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$.

Câu 32. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 2 . B. -18 . C. 18 . D. -2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) = x^3 - 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có: $f(-3) = -18$; $f(3) = 18$; $f(-1) = 2$; $f(1) = -2$.

Vậy $\max_{[-3;3]} f(x) = 18$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x + y + z - 6 = 0$. **B.** $3x - y - z = 0$. **C.** $6x - 2y - 2z - 1 = 0$. **D.** $3x - y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (-6; 2; 2) = -2(3; -1; -1).$$

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(1; 1; 2)$.

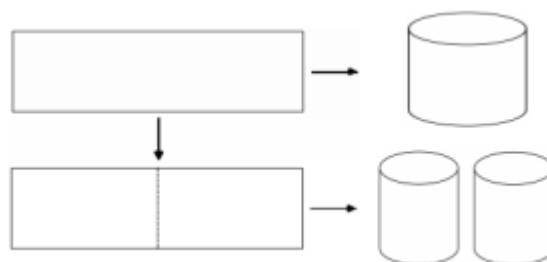
Mặt phẳng (α) đi qua $I(1; 1; 2)$ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -1; -1)$ có phương trình:

$$3(x-1) - (y-1) - (z-2) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z = 0.$$

Câu 34. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{cm} \times 240\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ở cách 1, thùng hình trụ có chiều cao $h = 50\text{cm}$, chu vi đáy $C_1 = 240\text{cm}$ nên bán kính đáy

$$R_1 = \frac{C_1}{2\pi} = \frac{120}{\pi} \text{ cm}. \text{ Do đó thể tích của thùng là } V_1 = \pi R_1^2 h.$$

Ở cách 2, hai thùng đều có chiều cao $h = 50\text{ cm}$, chu vi đáy $C_2 = 120\text{ cm}$ nên bán kính đáy

$$R_1 = \frac{C_2}{2\pi} = \frac{60}{\pi} \text{ cm}. \text{ Do đó tổng thể tích của hai thùng là } V_2 = 2\pi R_2^2 h.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R_1^2 h}{2\pi R_2^2 h} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\frac{120}{\pi}}{\frac{60}{\pi}} \right)^2 = 2.$$

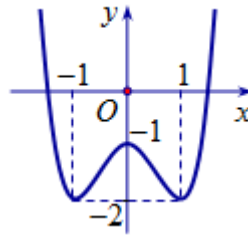
Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;1)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(0;1)$.



Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị từ trái qua phải, ta thấy hàm số đi lên, trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 36. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = a$, $OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

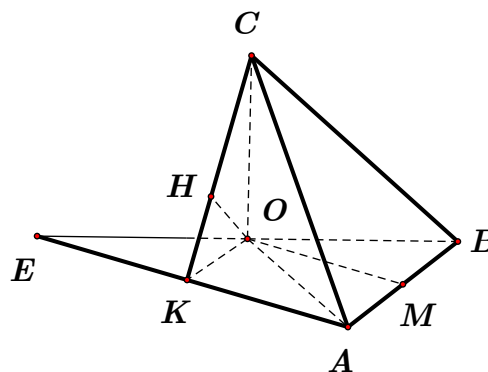
B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $AE \parallel OM$, khi đó $OM \parallel (CAE)$. Do đó $d(OM, AC) = d(OM, (CAE)) = d(O, (CAE))$

Dựng $OK \perp AE$, ta có:

$$\begin{cases} AE \perp OK \\ AE \perp OC \text{ (vì } CO \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AE \perp (COK)$$

Mà $AE \subset (CAE)$ nên $(CAE) \perp (COK)$.

Ta có $(CAE) \cap (COK) = CK$. Kẻ $OH \perp CK$, khi đó $OH \perp (COK)$. Suy ra $d(O, (CAE)) = OH$

Xét tam giác OAB ta có : $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $OKAM$ là hình chữ nhật nên $OK = AM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác COK ta có :

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OC^2} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{(2a)^2} \Rightarrow OH = \frac{2}{3}a.$$

Câu 37. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ để thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

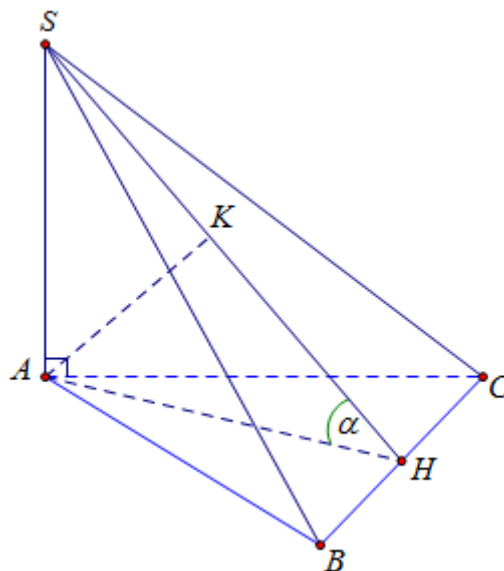
B. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$ (vì tam giác ABC vuông cân tại A).

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp BC \text{ (cmt)} \\ SA \perp BC \text{ (SA} \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (ABC) \cap (SBC) = BC \\ AH \perp BC \\ SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((ABC), (SBC)) = (AH, SH) = SHA = \alpha.$$

Kẻ $AK \perp SH$, với $K \in SH$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AK \perp SH \text{ (gt)} \\ AK \perp BC \text{ (BC} \perp (SAH)) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AK = 3.$$

Tam giác SHK vuông tại K có $AH = \frac{AK}{\sin \alpha} = \frac{3}{\sin \alpha}$.

Tam giác SAK vuông tại K có $SA = \frac{AK}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{3}{\cos \alpha}$.

Tam giác ABC vuông cân tại A có H là trung điểm của $BC \Rightarrow BC = 2AH = \frac{6}{\sin \alpha}$ và

$$AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{6}{\sqrt{2} \sin \alpha}.$$

$$\text{Vậy } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{\sqrt{2} \sin \alpha} \cdot \frac{6}{\sqrt{2} \sin \alpha} = \frac{9}{\sin^2 \alpha}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{3}{\cos \alpha} = \frac{9}{(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha}.$$

Xét hàm số $y = (1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha$ với $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\text{Đặt } t = \cos \alpha \Rightarrow t \in [0; 1] \Rightarrow y = (1 - t^2)t = t - t^3$$

$$\text{Suy ra } y' = 1 - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{3}}{3} \in [0; 1] \\ t = -\frac{\sqrt{3}}{3} \notin [0; 1] \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } y(0) = 0, y(1) = 0, y\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{9}.$$

Vậy để thể tích khối chóp nhỏ nhất thì $(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha$ lớn nhất bằng $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ khi $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

* Trường hợp 1: $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

+ Với $m = 1$, ta được $-1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (luôn đúng), suy ra $m = 1$ (nhận).

+ Với $m = -1$, ta được $-4x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{4}$, suy ra $m = -1$ (loại).

* Trường hợp 2: $m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y), \text{ ta có } \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x+y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t + 6^t = 4^t$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{y} = \left(\frac{9}{6}\right)^t = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Mà } \frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a=1; b=5.$$

$$\text{Vậy } T = a^2 + b^2 = 1^2 + 5^2 = 26.$$

Câu 41. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

C. $\frac{4}{3a}$.

D. $\frac{3}{4a}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4 \log_3 2} = \frac{3}{4a}.$$

Câu 42. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$.

B. $[2;4]$.

C. $(2;4)$.

D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } 6^x + (3-m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{1 + 2^x}.$$

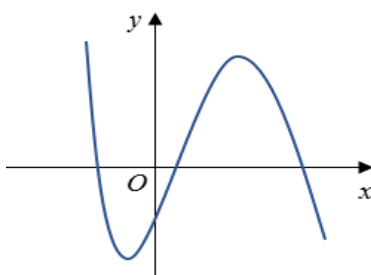
$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{1 + 2^x} \text{ liên tục trên } (0;1).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{12^x \ln 3 + 6^x \ln 6 + 3 \cdot 2^x \ln 2}{(1 + 2^x)^2} > 0, \forall x \in (0;1). \text{ Suy ra hàm số } f(x) = \frac{6^x + 3 \cdot 2^x}{1 + 2^x}$$

đồng biến trên $(0;1)$.

Do đó phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $f(0) < m < f(1)$, tức là $2 < m < 4$.

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c, \quad y'' = 6ax + 2b$$

Từ đồ thị ta thấy:

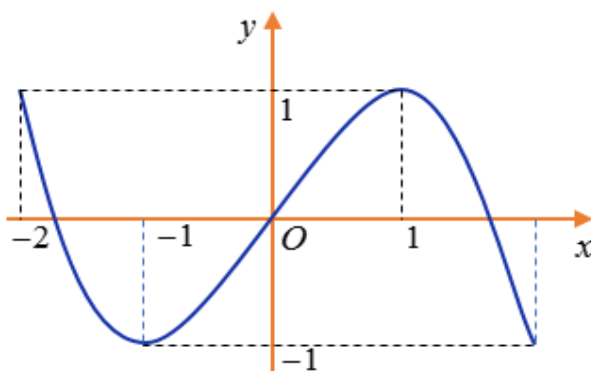
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Ta suy ra $a < 0$.
- $y(0) < 0 \Rightarrow d < 0$ loại C.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị với hoành độ x_1, x_2 trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$. Ta suy ra phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm trái dấu và $x_1 + x_2 > 0$.

Ta suy ra $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0, \Rightarrow c > 0$ loại B.

$$\text{Hơn nữa, } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3a} > 0 \\ a < 0 \end{cases} \Rightarrow b > 0. \text{ Loại A.}$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-2; 1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt hàm $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x$.

Ta có: $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1$.

Vì $\cos x \in [-1; 1]$ nên từ đồ thị $f'(x)$ ta suy ra $f'(\cos x) \in [-1; 1]$.

Do đó $|\sin x \cdot f'(\cos x)| \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta suy ra $g'(x) = \sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1 \geq -1 + 2x - 1 = 2x - 2$

$\Rightarrow g'(x) > 0, \forall x > 1$. Vậy hàm số đồng biến trên $(1; 2)$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow 1$	$\searrow -2$	$\nearrow 1$	$\searrow$

Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x \Rightarrow y = f(t)$.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(t)$ đạt cực đại tại $\begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = -1 \\ 2x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$.

Vậy hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 46. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$. Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 9.

B. 6.

C. $\frac{27}{4}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Theo bất đẳng thức Côsi với $a > 0, b > 0$ ta có:

$$16a^2 + b^2 + 1 \geq 2\sqrt{16a^2b^2} + 1 = 8ab + 1 \Rightarrow 16a^2 + b^2 + 1 \geq 8ab + 1 \quad (*)$$

Do $4a + 5b + 1 > 1$ nên từ (*) có:

$$\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1)$$

$$\Rightarrow \log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) \geq \log_{4a+5b+1}(8ab + 1) + \frac{1}{\log_{4a+5b+1}(8ab + 1)}$$

Mặt khác $4a+5b+1>1$ và $8ab+1>1$ nên: $\log_{4a+5b+1}(8ab+1)+\frac{1}{\log_{4a+5b+1}(8ab+1)}\geq 2$.

Suy ra $\log_{4a+5b+1}(16a^2+b^2+1)+\log_{8ab+1}(4a+5b+1)\geq 2$.

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } \begin{cases} 16a^2=b^2 \\ 4a+5b+1=8ab+1 \\ a,b>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4a \\ 2b^2-6b=0 \\ a,b>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{4} \\ b=3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } a+2b=\frac{27}{4}.$$

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính

$$\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx.$$

A. $I=-6$.

B. $I=0$.

C. $I=-2$.

D. $I=6$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx.$$

$$\text{Đặt } x=-t\Rightarrow dx=-dt.$$

$$\Rightarrow I=-\int_{\frac{3\pi}{2}}^{-\frac{3\pi}{2}} f(-t)dt=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-x)dx.$$

$$\Rightarrow 2I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (f(x)+f(-x))dx=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2+2\cos 2x}dx.$$

$$\Rightarrow 2I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 2|\cos x|dx.$$

$$\Rightarrow I=2.\int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x|dx \text{ (Vì } |\cos x| \text{ là hàm số chẵn)}$$

$$=2.\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos xdx-\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos xdx\right]$$

$$=2.\left[\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\right]=2(1+2)=6.$$

Câu 48. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 3a + 5b$.

B. $x = a^5 + b^3$.

C. $x = a^5 b^3$.

D. $x = 5a + 3b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$.

$$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 (a^5 \cdot b^3).$$

$$\Leftrightarrow x = a^5 b^3.$$

Câu 49. Số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là

A. $-2 + i$.

B. $-1 - 2i$.

C. $-1 + 2i$.

D. $1 + 2i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $1 - 2i$ là số phức $1 + 2i$.

Câu 50. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

A. $(5; -1)$.

B. $(-1; 5)$.

C. $(5; 0)$.

D. $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2z_1 + z_2 = 2(2 - i) + 1 + i = 4 - 2i + 1 + i = 5 - i$

Suy ra điểm biểu diễn của số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là $(5; -1)$.

☞ HẾT ☞