

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ 1 $\nearrow$ $\searrow$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-2; -1)$.

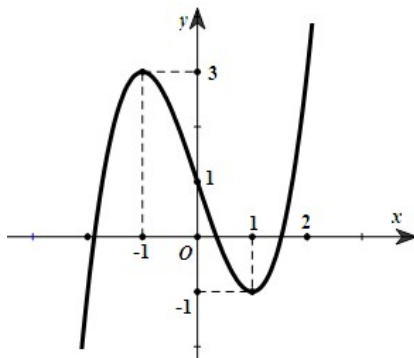
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A.** $(2; 3)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-2; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



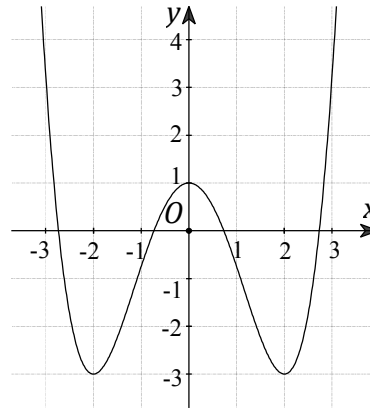
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1; 3)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1; -1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3; -1)$.

Câu 5. Tìm m để hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- A.** $m = -1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m \in \emptyset$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 7. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Tính tổng $S = M + m$.

- A.** $S = \frac{10}{3}$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = \frac{7}{3}$.

Câu 8. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ là

- A.** $y = \frac{1}{2}$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $y = -\frac{1}{2}$. **D.** $x = -\frac{1}{2}$.

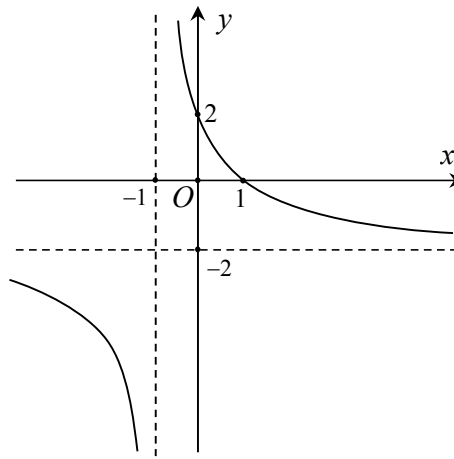
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-		-	+
y	1	3	-2	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



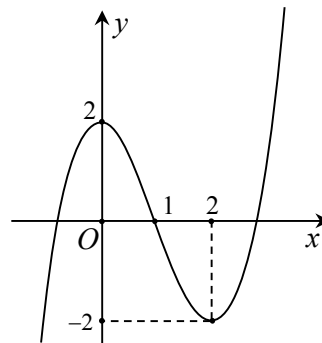
A. $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

B. $y = 2x^3 - x + 1$.

C. $y = \frac{-2x+1}{x+2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ bằng

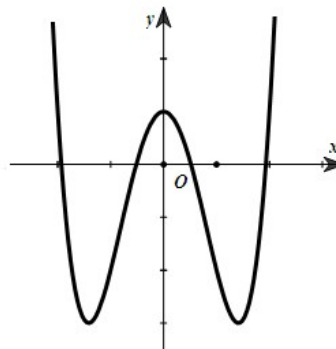
A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 13. Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$.

B. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$.

C. $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$.

D. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$.

Câu 14. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{11}{3}}$. B. a^2 . C. $a^{\frac{5}{3}}$. D. $a^{\frac{8}{3}}$.

Câu 15. Hàm số nào dưới đây là hàm số lũy thừa?

- A. $y = x^{\sqrt{3}}$. B. $y = \sqrt[3]{x^2}$. C. $y = 2021^x$. D. $y = \pi^x$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x - 10)^{-4}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 5\}$. B. $D = (-2; 5)$.
C. $D = (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$ D. $D = \mathbb{R} \setminus (-2; 5)$.

Câu 17. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln a^4 = 4 \ln a$. B. $\ln(4a) = 4 \ln a$. C. $\ln(4a) = \frac{1}{4} \ln a$. D. $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$.

Câu 18. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a(xy) = \log_a(x) \cdot \log_a(y)$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $a^{\log_a b} = b$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 19. Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

- A. -5 . B. 5 . C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

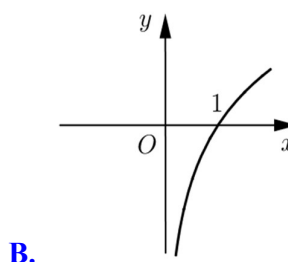
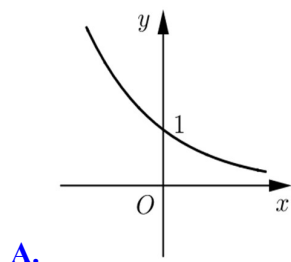
Câu 20. Cho $\log_2 5 = a; \log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

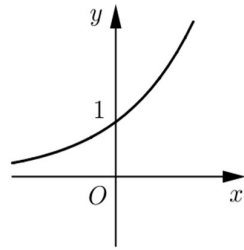
- A. $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$ B. $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$ C. $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$ D. $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$

Câu 21. Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

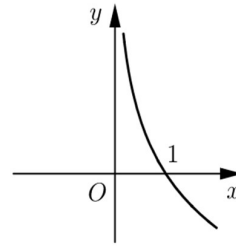
- A. $y = \log x$. B. $y = \left(\frac{\pi}{4} \right)^x$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = \left(\frac{2}{3} \right)^x$.

Câu 22. Cho số thực $a \in (0; 1)$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ là đường cong hình vẽ nào dưới đây





C.



D.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_3(2-x)$ là

A. $\frac{1}{(x-2) \cdot \ln 3}$.

B. $\frac{2}{(x-2) \cdot \ln 3}$.

C. $\frac{\ln 3}{x-2}$.

D. $\frac{x-2}{\ln 3}$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

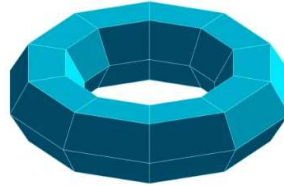
A. $m < -3$.

B. $m > 3$.

C. $m > -3$.

D. $m < 3$.

Câu 25. Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



A. 60.

B. 50.

C. 48.

D. 54.

Câu 26. Số cạnh của một bát diện đều là

A. 12.

B. 10.

C. 8.

D. 6.

Câu 27. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 2.

Câu 28. Cho khối lập phương có cạnh bằng 3. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 27.

B. 9.

C. 3.

D. 18.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD$.

B. $\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot AD$.

C. $\frac{1}{3} AB \cdot AC \cdot AD$.

D. $AB \cdot AC \cdot AD$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 2a$, $AC = 2a$ và $BD = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 31. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 45° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. 3.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 6.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với mặt đáy góc 60° . Thể tích của khối chóp đó bằng:

- A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{4a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với O . Biết $AB = 2a$, $BC = a$, cạnh bên AA' bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

- A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{4a^3}{3}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 34. Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

- A. $2\pi rh$. B. $4\pi rh$. C. πrh . D. $\frac{1}{3}\pi rh$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Thể tích của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng:

- A. 32π B. 16π C. 24π D. 48π

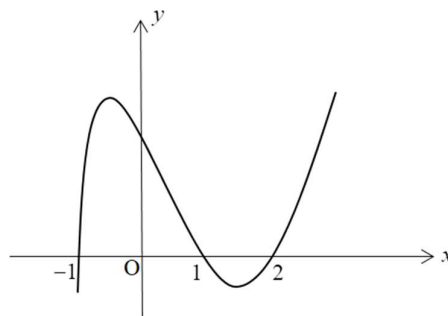
Câu 36. Quay tam giác ABC vuông ở A quanh cạnh AB . Khi đó đường gấp khúc BCA sẽ quét trong không gian một

- A. hình nón. B. hình trụ. C. hình cầu. D. hình chóp.

Câu 37. Cho khối nón có độ dài đường cao bằng bán kính đáy. Biết thể tích khối nón bằng $\pi\sqrt{3}a^3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $3\sqrt{2}\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $\sqrt{3}\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 39. Cho đường cong $(C_m): y = x^3 - 3(m-1)x^2 - 3(m+1)x + 3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho O, A, B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 40. Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm

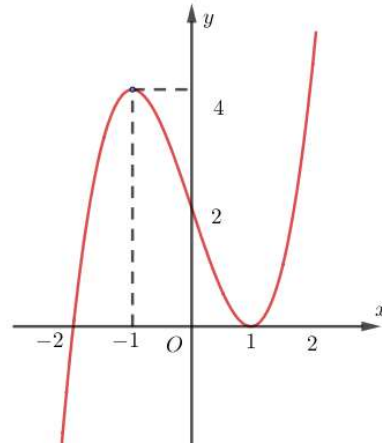
4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30.000 đồng.

- A. 41.000 đồng. B. 34.000 đồng. C. 38.000 đồng. D. 45.000 đồng.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

- A. $a+b=7$. B. $a+b=5$. C. $a+b=8$. D. $a+b=6$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(|x|^3 - 3|x| + 2) - m + 1 = 0$ có 8 nghiệm phân biệt.

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của AA' , N là trung điểm AM , P nằm trên BB' sao cho $BP = 4B'P$. Gọi thể tích khối đa diện $MNBCC'P$ là V_1 . Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ bằng:

- A. $\frac{41}{60}$. B. $\frac{37}{49}$. C. $\frac{41}{57}$. D. $\frac{2}{3}$.

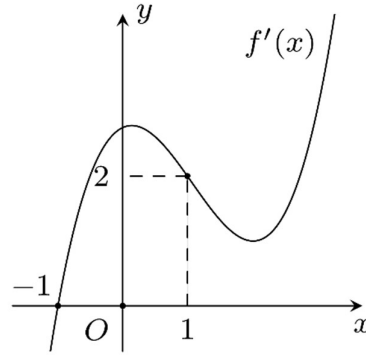
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng $\frac{a}{\sqrt{13}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ (không có nắp) với dung tích $5m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 6424000 đồng. B. 5758000 đồng. C. 7790000 đồng. D. 6598000 đồng.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 2\pi)$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

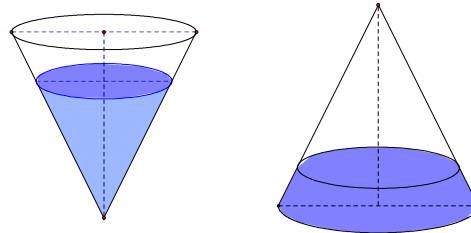
Câu 47. Cho hàm số $y = \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4.

- A. 14. B. 10. C. 20. D. 18.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \log_3(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x) + 3x^{2021}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để bất phương trình $f(x^2 + 1) + f(-2mx) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

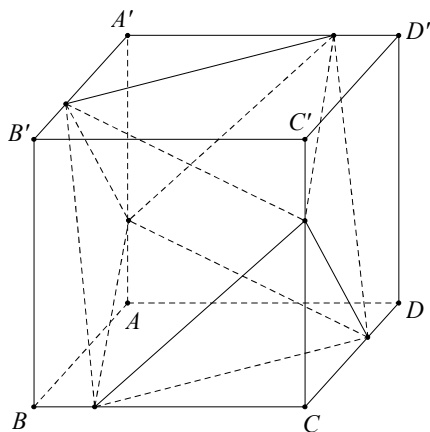
- A. 2023. B. 4020. C. 4022. D. 2021.

Câu 49. Một cốc thủy tinh hình nón có chiều cao 20cm . Người ta đổ vào cốc thủy tinh một lượng nước, sao cho chiều cao của lượng nước trong cốc bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao cốc thủy tinh, sau đó người ta bịt kín miệng cốc, rồi lật úp cốc xuống như hình vẽ thì chiều cao của nước lúc này là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



- A. $3,34\text{cm}$. B. $2,21\text{cm}$. C. $5,09\text{cm}$. D. $4,27\text{cm}$.

Câu 50. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Thể tích V của khối bát diện đều có các đỉnh nằm trên các cạnh $BC, A'D', A'B', AA', CD, CC'$ (như hình vẽ) bằng



A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{6\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. 3.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	2	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên ta sẽ thấy $y' > 0, \forall x \in (-1; 0)$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(2; 3)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = x^2(x+2)(1-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$f(-2)$		$f(1)$		$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty) \supset (2; 3)$

Câu 3: Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

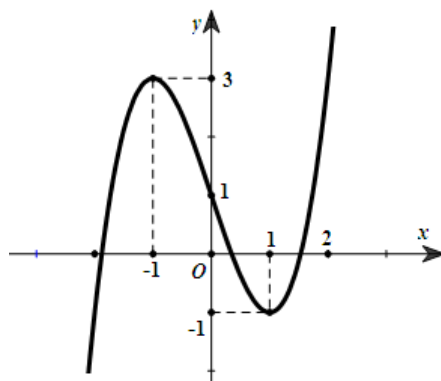
$$\text{Ta có } y' = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(-2)$		$f(1)$	$+\infty$

BBT:

Quan sát bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta thấy được điểm cực đại là $(-1;3)$.

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

- A.** $m = -1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

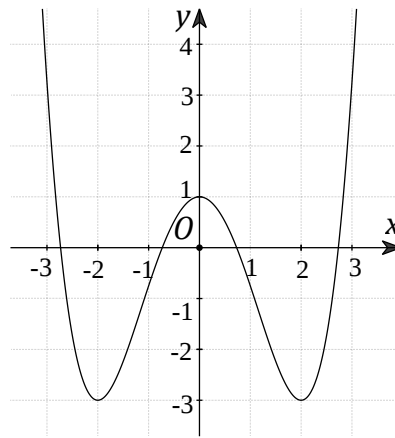
$$y' = 3x^2 + 2(m-1)x - m$$

$$y'' = 6x + 2(m-1)$$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m+1=0 \Rightarrow m=-1$

Kiểm tra lại với $m=-1$ thì $y''(1) > 0$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2; 2]$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị đã cho $\text{Max}_{[-2;2]} f(x) = f(0) = 1$

Câu 7: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 4]$. Tính tổng $S = M + m$.

A. $S = \frac{10}{3}$.

B. $S = 4$.

C. $S = 1$.

D. $S = \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = x^2 - 4x + 3$$

$$\text{Cho } y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{7}{3}$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	

Ta có BBT:

Xét hàm số trên $[0; 4]$, ta có: $f(0) = 1$ và $f(4) = \frac{7}{3}$

Kết hợp với BBT, $M = \frac{7}{3}$ và $m = 1$ nên $S = M + m = \frac{10}{3}$

Câu 8: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ là

A. $y = \frac{1}{2}$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $y = -\frac{1}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

TCN: $y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-1}{2x+1} \right) = \frac{1}{2}$

$y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x-1}{2x+1} \right) = \frac{1}{2}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		-	-	+
y	1	3	-2	$+\infty$

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

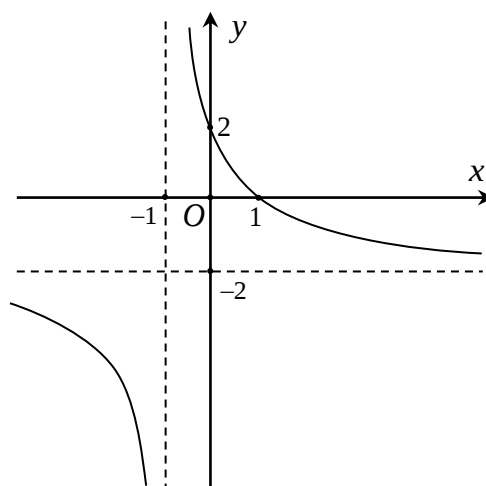
Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ suy ra tiệm cận đứng $x = 0$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ suy ra tiệm cận ngang $y = 1$

Vậy số đường tiệm cận của hàm số đã cho bằng 2

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

B. $y = 2x^3 - x + 1$.

C. $y = \frac{-2x+1}{x+2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

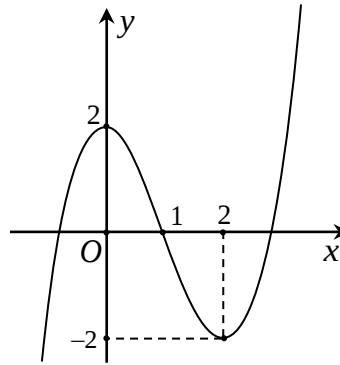
Lời giải

Chọn A

Ta có đây là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

Mặt khác đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x = -1$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

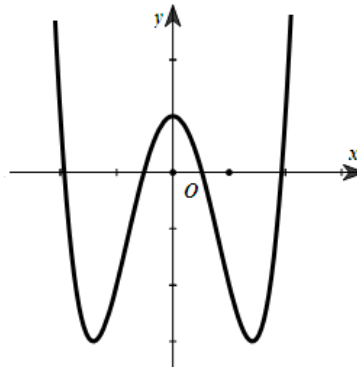
Chọn A

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -2$.

Căn cứ vào đồ thị hàm số ta có số giao điểm bằng 2

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đồ thị hàm số đã cho có hệ số $a > 0$

Mặt khác giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy có tung độ dương, suy ra $c > 0$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị, suy ra a, b trái dấu. Tức là $b < 0$.

Câu 13: Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$

B. $(xy)^n = x^n y^n$

C. $(x^n)^m = x^{n.m}$

D. $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$

B. a^2

C. $a^{\frac{5}{3}}$

D. $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

Chọn A

$$a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^3 \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{3+\frac{2}{3}} = a^{\frac{11}{3}}.$$

Tải nhiều tài liệu word hơn tại website Tailieuchuan.vn

Câu 15: Hàm số nào dưới đây là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^{\sqrt{3}}$

B. $y = \sqrt[3]{x^2}$

C. $y = 2021^x$

D. $y = \pi^x$

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x - 10)^{-4}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 5\}$.

B. $D = (-2; 5)$.

C. $D = (-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus (-2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định khi } x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 5\}.$$

Câu 17: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln a^4 = 4 \ln a$.

B. $\ln(4a) = 4 \ln a$.

C. $\ln(4a) = \frac{1}{4} \ln a$.

D. $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Mệnh đề đúng là } \ln a^4 = 4 \ln a.$$

Câu 18: Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy) = \log_a(x) \log_a(y)$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $a^{\log_a b} = b$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Mệnh đề sai là “ } \log_a(xy) = \log_a(x) \log_a(y) \text{ “, mệnh đề đúng là } \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$$

Câu 19: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. -5 .

B. 5 .

C. $\frac{1}{5}$.

D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\log_a a^3 - \log_a b^{\frac{3}{5}} \right) = 3 \Leftrightarrow 3 - \frac{3}{5} \log_a b = 6 \Leftrightarrow \log_a b = -5$.

Câu 20: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

A. $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$.

B. $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$.

C. $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$.

D. $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_5 24 = \log_5 (3 \cdot 2^3) = \log_5 3 + 3 \log_5 2 = \log_5 3 + \frac{3}{\log_2 5} = b + \frac{3}{a} = \frac{ab+3}{a}$.

Câu 21: Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log x$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{4} \right)^x$.

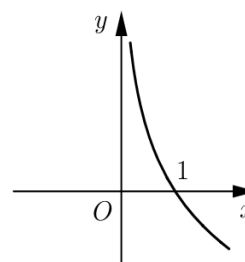
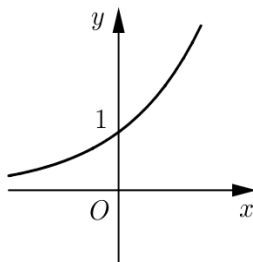
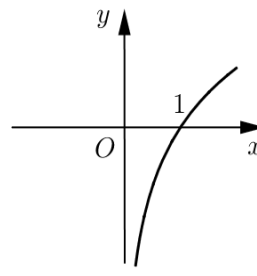
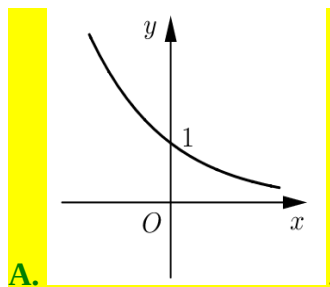
C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = \left(\frac{2}{3} \right)^x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: Cho số thực $a \in (0;1)$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ là đường cong hình vẽ nào dưới đây



Lời giải

Chọn A

Do $a \in (0;1)$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_3(2-x)$ là

A. $\frac{1}{(x-2) \cdot \ln 3}$.

B. $\frac{2}{(x-2) \cdot \ln 3}$.

C. $\frac{\ln 3}{x-2}$.

D. $\frac{x-2}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < -3$.

B. $m > 3$.

C. $m > -3$.

D. $m < 3$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 4x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 + m - 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -3$$

Câu 25: Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



A. 60.

B. 50.

C. 48.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

Câu 26: Số cạnh của một bát diện đều là

A. 12.

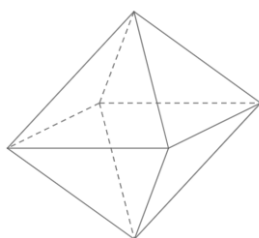
B. 10.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn A



Câu 27: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

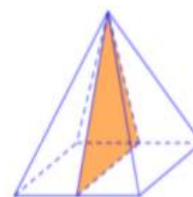
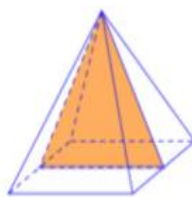
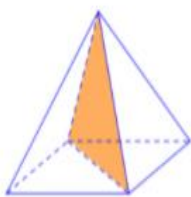
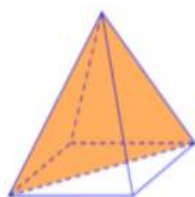
B. 6.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A



Câu 28: Cho khối lập phương có cạnh bằng 3. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 27.

B. 9.

C. 3.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương là $V = 3^3 = 27$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A.** $\frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD$. **B.** $\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot AD$. **C.** $\frac{1}{3} AB \cdot AC \cdot AD$. **D.** $AB \cdot AC \cdot AD$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện là $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot \left(\frac{1}{2} AB \cdot AC \right) = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD$.

Tải nhiều tài liệu word hơn tại website Tailieuchuan.vn

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 2a$, $AC = 2a$ và $BD = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A.** $2a^3$. **B.** a^3 . **C.** $\frac{a^3}{3}$ **D.** $\frac{2a^3}{3}$

Lời giải

Chọn A

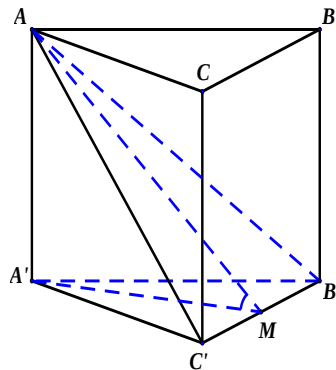
Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \right) = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 3a = 2a^3$.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy bằng 45° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A.** 3 **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Xét $(AB'C')$ và $(A'B'C')$: Gọi M là trung điểm của $B'C'$, vì tam giác $A'B'C'$ đều nên $A'M \perp B'C'$, mặt khác lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp B'C'$. Do đó $(AA'M) \perp B'C'$. Vậy $((AB'C'), (A'B'C')) = \angle AMA' = 45^\circ$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A' và có $\angle AMA' = 45^\circ$ nên vuông cân tại A' do đó

$$AA' = A'M = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}; S_{A'B'C'} = \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$\text{Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{A'B'C'} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3.$$

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

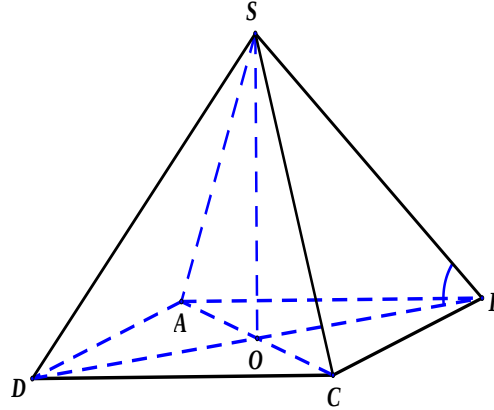
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi O là tâm của đáy ta có $SO \perp (ABCD)$. Khi đó tất cả các cạnh bên đều tạo với đáy các góc bằng nhau.

Xét cạnh bên SB và $(ABCD)$, ta có $(SB, (ABCD)) = SBO = 60^\circ$.

Xét tam giác SBO vuông tại O , $SBO = 60^\circ$, $OB = \frac{1}{2}BD = a\sqrt{2}$, do đó

$$SO = OB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{6} \cdot (2a)^2 = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 33: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với O . Biết $AB = 2a$, $BC = a$, cạnh bên AA' bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2a^3$.

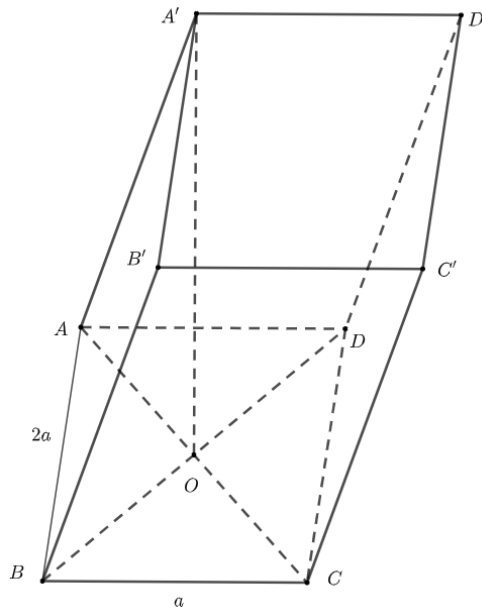
B. $3a^3$.

C. $\frac{4a^3}{3}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết ta có $A'O \perp (ABCD) \Rightarrow A'O \perp AO$

Trong hình chữ nhật $ABCD: AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong tam giác vuông $A'AO: A'O = \sqrt{A'A^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a$.

Diện tích $ABCD$, $S_{ABCD} = 2a \cdot a = 2a^2$.

Thể tích khối hộp là: $V = S_{ABCD} \cdot A'O = 2a^2 \cdot a = 2a^3$.

Câu 34: Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

- A.** $2\pi rh$. **B.** $4\pi rh$. **C.** πrh . **D.** $\frac{1}{3}\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Hình trụ có chiều cao h , suy ra độ dài đường sinh hình trụ $l = h$.

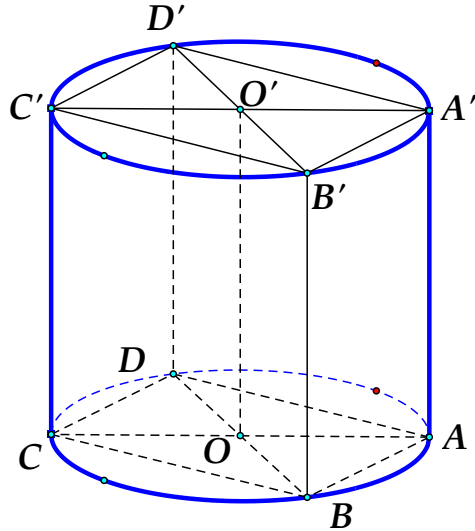
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r : $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh$.

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Thể tích của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

- A.** 32π . **B.** 16π . **C.** 24π . **D.** 48π .

Lời giải

Chọn A



Ta có chiều cao hình trụ bằng cạnh hình lập phương $\Rightarrow h = 4$.

Bán kính đáy của hình trụ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow R = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V = \pi R^2 h = \pi (2\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 32\pi$.

Tải nhiều tài liệu word hơn tại website Tailieuchuan.vn

Câu 36: Quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB . Khi đó đường gấp khúc BCA sẽ quét trong không gian một

A. hình nón.

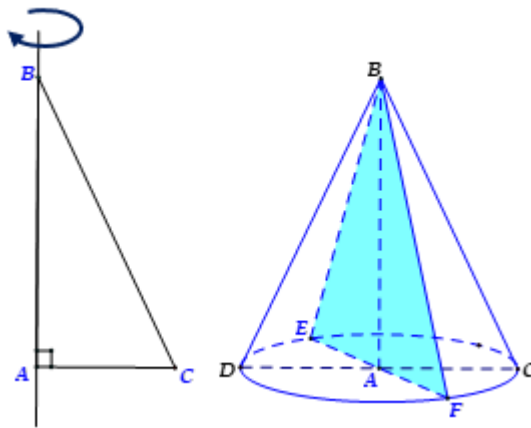
B. hình trụ.

C. hình cầu.

D. hình chóp.

Lời giải

Chọn A



Khi quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA sẽ quét trong không gian một **hình nón**.

Câu 37: Cho khối nón có độ dài đường cao bằng bán kính đáy. Biết thể tích khối nón bằng $\pi\sqrt{3}a^3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $3\sqrt{2}\pi a^2$.

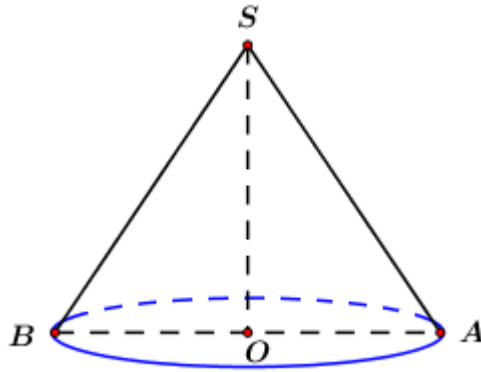
B. $3\pi a^2$.

C. $\sqrt{3}\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



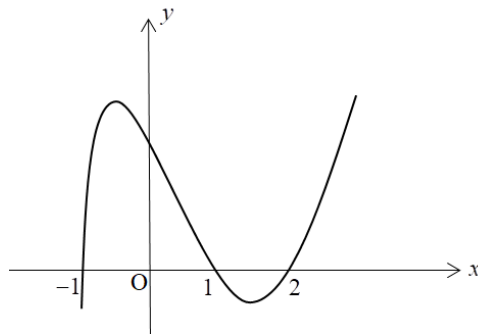
Khối nón có độ dài đường cao bằng bán kính đáy $\Rightarrow h = r$.

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \pi\sqrt{3}a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r^3 = \pi\sqrt{3}a^3 \Leftrightarrow r = h = \sqrt{3}a.$$

$$\text{Suy ra đường sinh } l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{6}a.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón } S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \sqrt{6}a \cdot \sqrt{3}a = 3\sqrt{2}\pi a^2.$$

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(0; 1)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

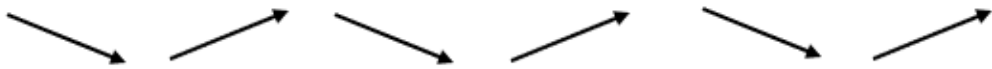
Chọn A

$$\text{Ta có } y = g(x) = f(x^2 - 1)$$

$$y' = g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 1)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = -1 \\ x^2 - 1 = 1 \\ x^2 - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 39: Cho đường cong $(C_m): y = x^3 - 3(m-1)x^2 - 3(m+1)x + 3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho O, A, B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m-1)x - 3(m+1) = 3[x^2 - 2(m-1)x - (m+1)]$.

Đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - (m+1) = 0 (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 + m+1 > 0 \Leftrightarrow m^2 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$.

Ta có $y = y' \cdot \left[\frac{1}{3}x - \frac{m-1}{3} \right] + [-2m^2 + 2m - 4]x + 4 - m^2$.

Suy ra phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị là

$y = (-2m^2 + 2m - 4)x + 4 - m^2$.

Do O, A, B thẳng hàng nên $4 - m^2 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$.

Suy ra $S = \{2; -2\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là 0.

Câu 40: Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30.000 đồng.

A. 41.000 đồng.

B. 34.000 đồng.

C. 38.000 đồng.

D. 45.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x đồng $(30.000 < x < 50.000)$ là giá bán vải mới để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Suy ra giá bán ra đã giảm là $(50.000 - x)$ đồng.

Số lượng vải bán ra đã tăng thêm là $\frac{50(50000 - x)}{4000} = 625 - 0,0125x$.

Tổng số vải bán được là $25 + 625 - 0,0125x = 650 - 0,0125x$.

Doanh thu của cửa hàng là $(650 - 0,0125x)x$.

Số tiền vốn ban đầu để mua vải là $(650 - 0,0125x)30000$.

Vậy lợi nhuận của cửa hàng là

$(650 - 0,0125x)x - (650 - 0,0125x)30000 = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000$.

Ta có: $f(x) = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000 = -0,0125(x - 41000)^2 + 1512500 \leq 1512500$.

Suy ra $\max f(x) = 1512500$ khi $x = 41.000$ đồng.

Vậy giá bán mỗi cân vải là 41.000 đồng thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m = \frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

A. $a+b=7$.

B. $a+b=5$.

C. $a+b=8$.

D. $a+b=6$.

Lời giải

Chọn A.

Để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì hoặc phương trình $x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ có nghiệm kép $x = 2$ hoặc phương trình $x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ phải có hai nghiệm (một nghiệm $x_1 = 2$ và một nghiệm $x_2 \neq 2$).

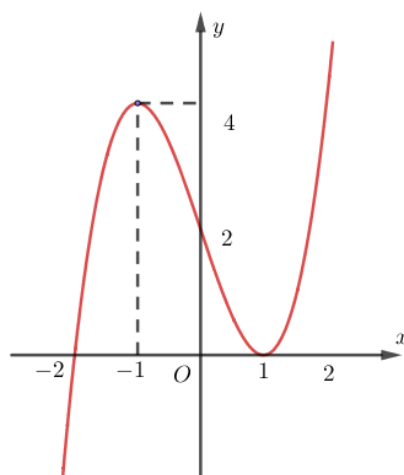
Do $\Delta' = m^2 + m + 2 > 0, \forall m$ nên ta chỉ xét trường hợp thứ hai phương trình $x^2 - 2mx - m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Thay $x = 2$ vào phương trình ta được $m = \frac{2}{5}$ (thỏa mãn).

Vậy $a = 2, b = 5, a+b = 7$.

Tài nhiều tài liệu word hơn tại website Tailieuchuan.vn

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$3f(|x|^3 - 3|x| + 2) - m + 1 = 0$ có 8 nghiệm phân biệt.

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Lời giải

Chọn A.

Ta có bảng sau

x	$-\infty$	-1	2	-1	$+\infty$
$ x ^3 - 3 x + 2$	$+\infty$	0	2	0	$+\infty$
$f(x ^3 - 3 x + 2)$	$+\infty$	0	2	0	$+\infty$

Nhìn từ kết quả trên, để phương trình $3f(|x|^3 - 3|x| + 2) - m + 1 = 0$ có 8 nghiệm phân biệt thì

phương trình $f(|x|^3 - 3|x| + 2) = \frac{m-1}{3}$ cũng phải có 8 nghiệm phân biệt.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $0 < \frac{m-1}{3} < 2 \Leftrightarrow 1 < m < 7$.

Do m nguyên nên có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của AA' , N là trung điểm AM , P nằm trên BB' sao cho $BP = 4B'P$. Gọi thể tích khối đa diện $MNBCC'P$ là V_1 . Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

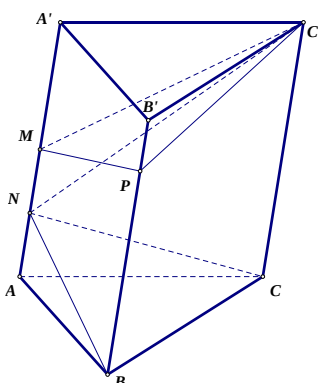
A. $\frac{41}{60}$.

B. $\frac{37}{49}$.

C. $\frac{41}{57}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{N.ABC}}{V_{A'.ABC}} = \frac{NA}{A'A} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{N.ABC} = \frac{1}{4} V_{A'.ABC} = \frac{1}{12} V$.

Mặt khác $\frac{V_{C'.A'B'PM}}{V_{C'.A'B'BA}} = \frac{S_{A'B'PM}}{S_{A'B'BA}} = \frac{A'M + B'P}{A'A + B'B} = \frac{\frac{1}{2}A'A + \frac{1}{5}A'A}{2A'A} = \frac{7}{20}$.

$$\Rightarrow V_{C'.A'B'PM} = \frac{7}{20} V_{C'.A'B'BA} = \frac{7}{20} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{7}{30} V.$$

$$\text{Do đó } V_1 = V - (V_{N.ABC} + V_{C'.A'B'PM}) = V - \left(\frac{1}{12} + \frac{7}{30} \right) V = \frac{41}{60} V. \text{ Suy ra } \frac{V_1}{V} = \frac{41}{60}.$$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng $\frac{a}{\sqrt{13}}$.

Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

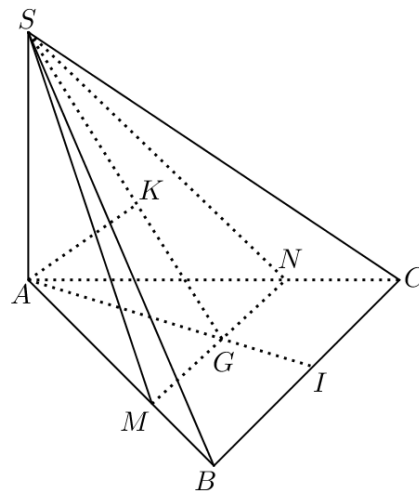
A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC , $N \in AC$: $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$, $G = MN \cap AI \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $d(SM, BC) = d(BC, (SMN)) = d(B, (SNM)) = \frac{1}{2} d(A, (SMN))$, suy ra

$$d(A, (SMN)) = \frac{2a}{\sqrt{13}}$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên SG .

Khi đó $MN \perp AG, MN \perp SA \Rightarrow MN \perp (SAG) \Rightarrow MN \perp AK$. Vậy $AK \perp (SMN)$, hay

$$d(A, (SMN)) = AK = \frac{2a}{\sqrt{13}}.$$

Ta có $\frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AK^2} - \frac{1}{AG^2} = \frac{13}{4a^2} - \frac{3}{a^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow SA = 2a$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 45: Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ (không có nắp) với dung tích $5m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 6424000 đồng.

B. 5758000 đồng.

C. 7790000 đồng.

D. 6598000 đồng.

Lời giải

Đáp án A

Gọi x, y lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ

$$\text{Ta có thể tích } V = h.S = y.x^2.\pi = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{x^2.\pi} \quad (1)$$

$$\text{Lại có diện tích bề mặt hình trụ không nắp } S_{\text{m}} = S_{\text{xq}} + S_d = 2\pi xy + \pi x^2 \quad (2)$$

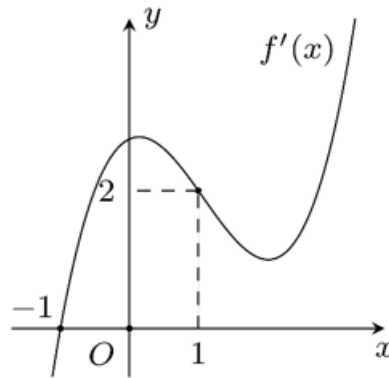
Để chi phí thấp nhất thì S_{m} nhỏ nhất do đó

Thay (1) và (2) ta được

$$S_{\text{m}} = S_{\text{xq}} + S_d = 2\pi xy + \pi x^2 = 2\pi.x.\frac{5}{x^2.\pi} + \pi x^2 = \frac{10}{x} + \pi.x^2 \geq 3.\sqrt[3]{\frac{5}{x}.\frac{5}{x}.\pi.x^2} = 3\sqrt[3]{25\pi}$$

Chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là : $S_{\text{m}}.500000 = 3\sqrt[3]{25\pi}.500000 \approx 6424000$

Câu 46: Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 2\pi)$?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } g(x) = f(\sin x - 1) + \frac{1}{4} - \frac{\sin^2 x}{2} \Rightarrow g'(x) = \cos x.f'(\sin x - 1) - \sin x.\cos x.$$

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ f'(\sin x - 1) - \sin x = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\square \quad (1) \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad x \in (0; 2\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 2\pi \Leftrightarrow k \in \{0; 1\}.$$

$$\square \quad (2) \Leftrightarrow f'(\sin x - 1) - \sin x = 0 \Leftrightarrow f'(\sin x - 1) = \sin x.$$

Đặt $t = \sin x - 1, x \in (0; 2\pi) \Rightarrow t \in (-2; 0)$. Khi đó:

$$f'(t) = t + 1, t \in (-2; 0) \Leftrightarrow t = -1 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in (0; 2\pi) \Rightarrow 0 < k\pi < 2\pi \Leftrightarrow k \in \{1\}$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

Câu 47: Cho hàm số $y = \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để

giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4.

A. 14

B. 10

C. 20

D. 18

Lời giải

Chọn A

Theo đề ra ta có $\max \left\{ \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right| \right\} \geq 4$

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} = 1$ do đó luôn tồn tại $\max \left\{ \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right| \right\}$ trên $\mathbb{R}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Ta tìm m để $\max \left\{ \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right| \right\} < 4, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Ta có } \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right| < 4, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} > -4, \forall x \in \mathbb{R} \\ \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} < 4, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - (2m+4)x + 9 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ -3x^2 - (2m-4)x - 7 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 41 < 0 \\ m^2 - 4m - 17 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - 3\sqrt{5} < m < -2 + 3\sqrt{5} \\ 2 - \sqrt{21} < m < 2 + \sqrt{21} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2 - \sqrt{21} < m < -2 + 3\sqrt{5}$$

Khi đó

$$\max \left\{ \left| \frac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2} \right| \right\} \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 - \sqrt{21} \\ m \geq -2 + 3\sqrt{5} \end{cases}$$

Giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ là $m \in \{-10; -9; \dots; -3; 5; 6; \dots; 10\}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \log_3(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x) + 3x^{2021}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để bất phương trình $f(x^2 + 1) + f(-2mx) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

A. 2023.

B. 4020.

C. 4022.

D. 2021.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)}{\sqrt{4x^2 + 1}(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)\ln 3} + 6063x^{2020} > 0 \Rightarrow f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Ta thấy:

$$f(-x) = \log_3(\sqrt{4(-x)^2 + 1} + 2(-x)) + 3(-x)^{2021} = \log_3(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x)^{-1} - 3x^{2021} = -f(x)$$

Vậy $f(x)$ là hàm số lẻ. Khi đó:

$$f(x^2 + 1) \geq -f(-2mx) \Leftrightarrow f(x^2 + 1) \geq f(2mx) \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2mx \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2m, \forall x > 0.$$

$$\text{Xét } g(x) = x + \frac{1}{x}, \forall x > 0 \Rightarrow g'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(L) \\ x = 1(N) \end{cases}.$$

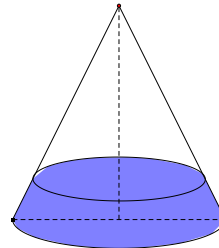
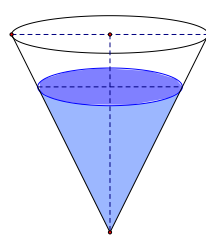
Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$:

x	0	1	
	$+\infty$		
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$

Theo yêu cầu bài toán thì $2m \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Vì $m \in [-2021; 2021] \Rightarrow$ số giá trị của m bằng: $(1 - (-2021)) + 1 = 2023$.

Câu 49: Một cốc thủy tinh hình nón có chiều cao 20cm . Người ta đổ vào cốc thủy tinh một lượng nước, sao cho chiều cao của lượng nước trong cốc bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao cốc thủy tinh, sau đó người ta bịt kín miệng cốc, rồi lật úp cốc xuống như hình vẽ thì chiều cao của nước lúc này là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



A. $3,34\text{cm}$

B. $2,21\text{cm}$

C. $5,09\text{cm}$

D. $4,27\text{cm}$

Lời giải

Chọn A

Gọi R là bán kính đáy của cái phễu ta có $\frac{3R}{4}$ là bán kính của đáy chứa cột nước

Ta có thể tích phần nón không chứa nước là $V = \frac{1}{3}\pi(R)^2 \cdot 20 - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{3R}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} \cdot 20 = \frac{185}{48}\pi R^2$.

Khi lật ngược phễu Gọi h chiều cao của cột nước trong phễu. phần thể tích phần nón không

chứa nước là: $V = \frac{1}{3}\pi(20-h)\left(\frac{R(20-h)}{20}\right)^2 = \frac{1}{1200}\pi(20-h)^3 R^2$

Mà: $\frac{1}{1200}\pi(20-h)^3 R^2 = \frac{185}{48}\pi R^2 \Rightarrow (20-h)^3 = 4625 \Rightarrow h \approx 3,34$.

Câu 50: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Thể tích V của khối bát diện đều có các đỉnh nằm trên các cạnh $BC, A'D', A'B', AA', CD, CC'$ (như hình vẽ) bằng

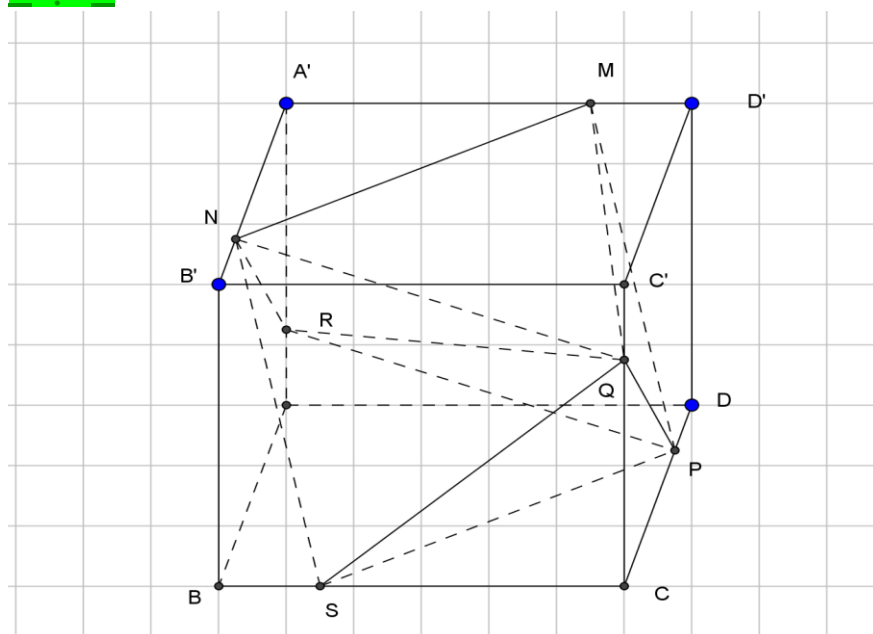


B. $\frac{6\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

D. 3.

Chọn A



Đặt $A'M = x$ ($0 < x < 2$). Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là các đỉnh của bát diện nằm trên các cạnh $A'D', A'B', CD, CC', A'A, BC$.

$$MN = MQ \Leftrightarrow 2x^2 = 2(2-x)^2 + 4 \Leftrightarrow 4x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Ta có } V_{MNPQRS} = 2V_{MNPQR} = \frac{2}{3} \cdot d(M, (NPQR)) \cdot (x\sqrt{2})^2 = \frac{2}{3} \frac{x\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2x^2 = \frac{4}{3} x^3 = \frac{4}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}.$$