

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 04/10/2023

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (3 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{x^4 + 2}{x^6 + 1} + \frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 1}$

a) Rút gọn A ;

b) Tìm giá trị lớn nhất của A .

Bài 2: (3 điểm) Cho a, b, c là ba số nguyên phân biệt và đa thức $P(x)$ có hệ số nguyên. Chứng minh rằng ít nhất một trong các đẳng thức sau là sai: $P(a) = b; P(b) = c; P(c) = a$.

Bài 3: (4 điểm)

a) Chứng minh rằng $n^n - n^2 + n - 1 : (n-1)^2$ ($n \in \mathbb{N}, n > 1$).

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p để p vừa là tổng vừa là hiệu của hai số nguyên tố.

Bài 4: (4 điểm)

a) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn $a^4 b^4 c^4 + a^3 b^3 c^3 - abc - 1 = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{bc}{a^2(b+c)} + \frac{ac}{b^2(c+a)} + \frac{ab}{c^2(a+b)}$

b) Giải phương trình: $x^3 + \frac{x^3}{(x-1)^3} + 3(x+1) + \frac{3}{x-1} - 28 = 0$

Bài 5: (6 điểm)

Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$. Gọi I, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của B, C trên cạnh AD . Gọi M là giao điểm của CI và BK , O là giao điểm của AC và BD . Qua O vẽ OE vuông góc với BI tại E .

a) Chứng minh rằng: $OB \cdot IB = OE \cdot AB$;

b) Chứng minh rằng: $OM \perp AD$;

c) Gọi H là giao điểm của AB và DC , L là giao điểm của OM và AD . Chứng minh rằng: $\frac{OL}{OH} + \frac{OC}{OA} + \frac{OB}{OD} \geq \frac{3}{2}$.