

ĐỀ BÀI

Câu 1: (5 điểm)

1.1. (2 điểm) Cho các số x, y, z khác 0 sao cho $x + y + z = 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2xy} + \frac{y^2 + z^2 - x^2}{2yz} + \frac{z^2 + x^2 - y^2}{2zx}.$$

1.2. (3 điểm) Tìm các số nguyên dương a, b, c biết $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc = 60$ và trong ba số đó chỉ có duy nhất một số chẵn.

Câu 2: (5 điểm)

2.1. (3 điểm) Cho $t = \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{3 + \sqrt{5}} + 2\sqrt{2}} + \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{3 - \sqrt{5}} - 2\sqrt{2}}$. Chứng tỏ rằng t là nghiệm của

phương trình $t^2 + 2t + \frac{1}{10} = 0$.

2.2. (2 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{11-x} = 1 + \sqrt{12x - x^2 - 11}$.

Câu 3: (2 điểm) Cho bốn số nguyên dương m, n, p, q thỏa điều kiện $m^3 = 2p^3, n^3 = 5q^3$. Chứng minh rằng tổng $m + n + p + q$ là một hợp số.

Câu 4: (4 điểm) Cho tam giác ABC có đường phân giác AD.

4.1. (2 điểm) Tính góc BAC biết $AB = 4\text{cm}, AC = 5\text{cm}, BC = 6\text{cm}$.

4.2. (2 điểm) Cho tam giác A'B'C' có đường phân giác A'D', biết $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{AD}{A'D'}$.

Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$.

Câu 5: (4 điểm) Cho đoạn thẳng $AB = 4\text{cm}$, trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ AB vẽ hai tia Ax, By vuông góc với AB. Trên Ax lấy điểm D, trên By lấy điểm C sao cho $BD \perp AC$. Gọi E là giao điểm của BD và AC, F và H lần lượt là trung điểm của EB và EC.

5.1. (2 điểm) Biết $8FH = 9AD$. Tính CD.

5.2. (2 điểm) Tính giá trị nhỏ nhất của $AC + BD$.

----- Hết -----