

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
DUY XUYỀN**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2017-2018
Môn : TOÁN - Lớp 8
Thời gian làm bài : 120 phút**

Bài 1(3,5đ)

a) Chứng minh $n^3 + 17n$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$

b) Rút gọn biểu thức
$$\frac{(x^2 + a)(1 + a) + a^2x^2 + 1}{(x^2 - a)(1 - a) + a^2x^2 + 1}$$

Bài 2(4,5đ)

a) Một vật thể chuyển động từ A đến B theo cách sau: đi được 4 m thì dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp 8m dừng lại 2 giây, rồi đi tiếp 12m dừng lại 3 giây, ... Cứ như vậy đi từ A đến B kể cả dừng hết tất cả 155 giây. Biết rằng khi đi vật thể luôn có vận tốc 2 m/giây. Tính khoảng cách từ A đến B.

b) Biết $a^3 - 3ab^2 = 5$ và $b^3 - 3a^2b = 10$ Tính $M = \frac{a^2 + b^2}{2018}$

Bài 3(4đ)

a) Giải phương trình $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) = 12$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + y^2 - 4(x + y) - 2010$

Bài 4(4,5đ)

Cho tam giác ABC vuông tại A, phân giác BD. Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của BD, BC, DC.

a) Chứng minh APQR là hình thang cân.

b) Biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$ Tính độ dài của AR.

Bài 5(2,5đ)

Cho hình bình hành ABCD. Một đường thẳng qua B cắt cạnh CD tại M, cắt đường chéo AC tại N và cắt đường thẳng AD tại K. Chứng minh
$$\frac{1}{BN} = \frac{1}{BM} + \frac{1}{BK}$$

Bài 6(1đ)

Biết a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng :

$$(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2 < 0$$

----- Hết -----

Bài 1: (3,5đ)	a) $n^3 + 17n = n^3 - n + 18n = n(n-1)(n+1) + 18n$ $n(n-1)(n+1)$ là tích 3 số nguyên liên tiếp nên chia hết cho 2 và 3, $(2,3)=1$ nên chia hết cho 6 $18n$ chia hết cho 6 Suy ra Điều chứng minh b) $\frac{(x^2+a)(1+a)+a^2x^2+1}{(x^2-a)(1-a)+a^2x^2+1} = \frac{x^2+x^2a+a+a^2+a^2x^2+1}{x^2-x^2a-a+a^2+a^2x^2+1}$ $= \frac{x^2+x^2a+a^2x^2+1+a+a^2}{x^2-x^2a+a^2x^2+1-a+a^2} = \frac{x^2(1+a+a^2)+(1+a+a^2)}{x^2(1-a+a^2)+(1-a+a^2)}$ $= \frac{(x^2+1)(1+a+a^2)}{(x^2+1)(1-a+a^2)} = \frac{1+a+a^2}{1-a+a^2}$	0,5 0,5 0,5 0 0,5 0,5 1.0
Bài 2: (4,5đ)	a) Gọi x là số lần đi ($x \in \mathbb{N}, x > 0$), số lần dừng là x-1 Thời gian đi $\frac{4}{2} + \frac{8}{2} + \frac{12}{2} + \dots + \frac{4x}{2}$ $= 2+4+6+\dots+2x = 2(1+2+3+\dots+x) = x(x+1)$ Thời gian dừng $1+2+3+\dots+(x-1) = \frac{(x-1+1)(x-1)}{2} = \frac{x(x-1)}{2}$ Lập được pt $\frac{x(x-1)}{2} + x(x+1) = 155$ Biến đổi được $3x^2 + x - 310 = 0$ Giải tìm đúng $x = 10$ (chọn), $x = -31/3$ (loại) Khoảng cách AB là $10(10+1).2 = 220$ (m) b) $a^3 - 3ab^2 = 5 \Rightarrow a^6 - 6a^4b^2 + 9a^2b^4 = 25$ $b^3 - 3a^2b = 10 \Rightarrow b^6 - 6a^2b^4 + 9a^4b^2 = 100$ $\Rightarrow a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6 = 125$ $\Rightarrow (a^2 + b^2)^3 = 5^3 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{2018} = \frac{5}{2018}$	0,25 0,5 0,5 0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,5 0,5
Bài 3 (4đ)	a) $(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 2) = 12$ Đặt $x^2 - x + 1 = X$ có $X^2 + X - 12 = 0$ $X^2 + 4X - 3X - 12 = 0 \Rightarrow (X+4)(X-3) = 0$ $\Rightarrow X = -4; X = 3$ $X = -4 \Rightarrow x^2 - x + 5 = 0 \Rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{19}{4} = 0$ Vô nghiệm $X = 3 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x^2 - 2x) + (x - 2) = 0$ $\Rightarrow (x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -1; x = 2$	0,25 0,25 0,5 0,5 0,5

		0,5
	$\text{b) } P = x^2 + y^2 - 4(x + y) - 2010$ $= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 - 2018$ $= (x - 2)^2 + (y - 2)^2 - 2018 \geq -2018$ $P_{\min} = -2018 \text{ khi } x=y=2$	0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 4 (4,5đ)	a) PQ là đường trung bình tam giác BDC, suy ra PQ// AR nên APQR là hình thang. AQ= ½ BC (trung tuyến tam giác vuông ABC) PR = ½ BC (đường trung bình tam giác DBC) Suy ra AQ = PR Kết luận APQR là hình thang cân b) Tính được BC= 10 cm Tính chất đường phân giác trong của Tg ABC $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC}$ Suy ra $\frac{DA}{AC} = \frac{BA}{BC + AC}$ Thay số tính đúng AD= 3cm; DC=5cm; DR=2,5 cm Kết quả AR= 5,5 cm https://nguyenthienhuongvp77.violet.vn/	0,5 0,5 0,5 0,5 0,25 0,5 0,5 0,5 0,25
Bài 5 (2,5đ)	AB//AC (hai cạnh đối hình bình hành). Theo định lí Talét có : $\frac{MC}{AB} = \frac{NC}{AN} = \frac{MN}{NB} \Rightarrow \frac{MC + AB}{AB} = \frac{MN + NB}{BN} = \frac{BM}{BN} \quad (1)$ $\frac{KM}{BK} = \frac{KD}{KA} = \frac{MD}{AB} \Rightarrow \frac{BK - KM}{BK} = \frac{AB - MD}{AB} \Rightarrow \frac{BM}{BK} = \frac{AB - MD}{AB} \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{BM}{BN} - \frac{BM}{BK} = \frac{AB + MC}{AB} - \frac{AB - MD}{AB} = \frac{MC + MD}{AB}$ Mà MC+MD= CD=AB nên $\frac{BM}{BN} - \frac{BM}{BK} = 1 \text{ Suy ra điều cần chứng minh}$	0,5 0,5 0,75 0,25 0,5
Bài 6(1đ)	$(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2 = (a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)(a^2 + b^2 - c^2 - 2ab)$ $= [(a + b)^2 - c^2][(a - b)^2 - c^2]$ $= -(a + b + c)(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a)$ Tổng 2 cạnh tam giác lớn hơn cạnh thứ ba nên cả 4 thừa số của tích đều dương, suy ra điều chứng minh https://nguyenthienhuongvp77.violet.vn/	0,25 0,25 0,25 0,25

Học sinh giải cách khác , phân biểu điểm tương tự./.