

(Đề thi gồm có: 01 trang)

Bài 1: (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức $M = \frac{x^4 + 2}{x^6 + 1} + \frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{x^2 + 3}{x^4 + 4x^2 + 3}$

a/ Rút gọn M

b/ Tìm giá trị lớn nhất của M

2. Cho x, y là số hữu tỷ khác 1 thỏa mãn $\frac{1-2x}{1-x} + \frac{1-2y}{1-y} = 1$.

Chứng minh $M = x^2 + y^2 - xy$ là bình phương của một số hữu tỷ

Bài 2: (4,0 điểm)

1. Tìm số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2033$ cho $x^2 + 12x + 30$

2. Cho x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 7$; $x^2 + y^2 + z^2 = 23$; $xyz = 3$

Tính giá trị biểu thức $H = \frac{1}{xy + z - 6} + \frac{1}{yz + x - 6} + \frac{1}{zx + y - 6}$

Bài 3: (4,0 điểm)

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn $3x^2 + 3xy - 17 = 7x - 2y$

2. Giải phương trình Giải phương trình: $(3x - 2)(x + 1)^2(3x + 8) = -16$

Bài 4: (6 điểm)

Cho hình vuông ABCD có 2 đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Trên cạnh AB lấy M ($0 < MB < MA$) và trên cạnh BC lấy N sao cho $\widehat{MON} = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AN với DC, gọi K là giao điểm của ON với BE

1. Chứng minh $\triangle MON$ vuông cân

2. Chứng minh MN song song với BE

3. Chứng minh CK vuông góc với BE

4. Qua K vẽ đường song song với OM cắt BC tại H. Chứng minh $\frac{KC}{KB} + \frac{KN}{KH} + \frac{CN}{BH} = 1$

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho x, y > 0 thỏa mãn $x + 2y \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $H = x^2 + 2y^2 + \frac{1}{x} + \frac{24}{y}$

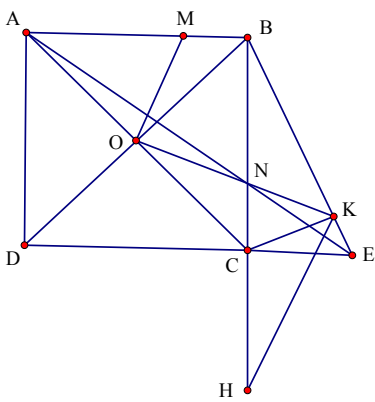
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Giám thị 1 (Họ tên và ký).....

Giám thị 2 (Họ tên và ký).....

HƯỚNG DẪN CHẤM HSG CẤP THÀNH PHỐ NĂM HỌC 2017-2018
MÔN: TOÁN LỚP 8

Câu	Nội Dung	Điểm
Bài 1		5 đ
1/ 3đ	a/ $M = \frac{x^4 + 2}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)} + \frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{x^2 + 3}{(x^2 + 1)(x^2 + 3)}$ $= \frac{x^4 + 2}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)} + \frac{x^2 - 1}{x^4 - x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + 1}$ $= \frac{x^4 + 2 + (x^2 - 1)(x^2 + 1) - (x^4 - x^2 + 1)}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^4 + 2 + x^4 - 1 - x^4 + x^2 - 1}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)}$ $= \frac{x^4 + x^2}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^2(x^2 + 1)}{(x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)} = \frac{x^2}{x^4 - x^2 + 1}$ Vậy $M = \frac{x^2}{x^4 - x^2 + 1}$ với mọi x	0,5 0,5 0,5 0,5
	b/ Ta có $M = \frac{x^2}{x^4 - x^2 + 1}$ với mọi x - Nếu x=0 thì có M=0 - Nếu x ≠ 0, chia cả tử và mẫu của M cho x² thì có $M = \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1}$ Ta có $x^2 + \frac{1}{x^2} - 1 = \left(x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) + 1 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 1 \geq 1$ Nên ta có $M = \frac{1}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1} \leq 1$ dấu = có khi x=1. Vậy M lớn nhất M=1 khi x=1	0,5 0,5
2/ 2 đ	Ta có $\frac{1-2x}{1-x} + \frac{1-2y}{1-y} = 1 \Leftrightarrow (1-2x)(1-y) + (1-2y)(1-x) = (1-x)(1-y)$ $\Leftrightarrow 1 - y - 2x + 2xy + 1 - x - 2y + 2xy = 1 - x - y + xy \Leftrightarrow x + y = \frac{3xy + 1}{2}$ Ta có $M = x^2 + y^2 - xy = (x + y)^2 - 3xy = \left(\frac{3xy + 1}{2}\right)^2 - 3xy = \dots = \left(\frac{3xy - 1}{2}\right)^2$ Vì x, y ∈ Q nên $\frac{3xy - 1}{2}$ là số hữu tỷ, vậy M là bình phương của một số hữu tỷ	0,75 0,75đ 0,5
Bài 2		4,0đ
1/ 2,0đ	Ta có $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2033 = \dots = (x^2 + 12x + 27)(x^2 + 12x + 35) + 2033$ Đặt $x^2 + 12x + 30 = t$, ta có $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2033 = (t-3)(t+5) + 2033$ $= t^2 + 2t - 15 + 2033 = t(t+2) + 2018$ Vậy ta có $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2033 = (x^2 + 12x + 30)(x^2 + 12x + 32) + 2018$ Vậy số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2033$ cho $x^2 + 12x + 30$ là 2018	0,5 0,5 0,5 0,5
2/ 2,0đ	Vì $x + y + z = 7 \Rightarrow z = -x - y + 7 \Rightarrow xy + z - 6 = \dots = xy - x - y + 1 = (x-1)(y-1)$.	0,5

	Tương tự ta có $yz + x - 6 = (y-1)(z-1); zx + y - 6 = (z-1)(y-1)$ Vậy $H = \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{(y-1)(z-1)} + \frac{1}{(z-1)(x-1)} = \frac{z-1+x-1+y-1}{(x-1)(y-1)(z-1)}$ $= \frac{(x+y+z)-3}{xyz - (xy + yz + xz) + (x+y+z) - 1} = \frac{7-3}{3 - (xy + yz + xz) + 7 - 1} = \frac{4}{9 - (xy + yz + xz)}$ Ta có $(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz) \Rightarrow 7^2 = 23 + 2(xy + yz + xz)$ $\Rightarrow xy + yz + xz = 13$ Vậy $H = \frac{4}{9-13} = \frac{4}{-4} = -1$	0,5 0,5 0,5
Bài 3		4,0 đ
1/ 2,0đ	Ta có $3x^2 + 3xy - 17 = 7x - 2y \Leftrightarrow 3xy + 2y = -3x^2 + 7x + 17 \Leftrightarrow (3x+2)y = -3x^2 + 7x + 17$ Vì x nguyên nên $2x+3$ khác 0 nên ta có $y = \frac{-3x^2 + 7x + 17}{3x+2} = \frac{-3x^2 - 2x + 9x + 6 + 11}{3x+2}$ $= \frac{-x(3x+2) + 3(3x+2) + 11}{3x+2} = -x + 3 + \frac{11}{3x+2}$ Vì x, y nguyên nên ta có $\frac{11}{3x+2}$ nguyên $\Rightarrow 11:3x+2 \Rightarrow 3x+2 = \pm 1; \pm 11$ - Xét các trường hợp ta tìm được $x = -1, y = -7; x = -3, y = 5$ Thỏa mãn và KL Chú ý: HS có thể làm: $3x^2 + 3xy - 17 = 7x - 2y \Leftrightarrow (3x^2 + 3xy - 9x) + (2x + 2y - 6) = 11$ $\Rightarrow 3x(x+y-3) + 2(x+y-3) = 11 \Rightarrow (x+y-3)(3x+2) = 11$ $\Rightarrow 11:3x+2 \Rightarrow 3x+2 = \pm 1; \pm 11 \text{ rồi làm như trên}$	0,5 0,5 0,5 0,5
2/ 2,0đ	-Ta có $(3x-2)(x+1)^2(3x+8) = -16 \Leftrightarrow (3x-2)(3x+3)^2(3x+8) = -144$ Đặt $3x+3 = t \Rightarrow 3x-2 = t-5; 3x+8 = t+5$ Ta có PT $(t-5)t^2(t+5) = -144$ $\Leftrightarrow t^4 - 25t^2 + 144 = 0 \Leftrightarrow (t^2 - 9)(t^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 = 9 \\ t^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \pm 3 \\ t = \pm 4 \end{cases}$ -Xét các trường hợp ta tìm được $x=0; x=-2; x=\frac{2}{3}; x=-\frac{8}{3}$ -KL	0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 4		6 đ

1/ 1,5đ	-Ta có $\widehat{BOC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CON} + \widehat{BON} = 90^\circ$; vì $\widehat{MON} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOM} + \widehat{BON} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BOM} = \widehat{CON}$ -Ta có BD là phân giác góc ABC $\Rightarrow \widehat{MBO} = \widehat{CBO} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = 45^\circ$ Tương tự ta có $\widehat{NCO} = \widehat{DCO} = \frac{\widehat{BOC}}{2} = 45^\circ$ Vậy ta có $\widehat{MBO} = \widehat{NCO}$ -Xét $\triangle OBM$ và $\triangle OCN$ có OB=OC ; $\widehat{BOM} = \widehat{CON}$; $\widehat{MBO} = \widehat{NCO} \Rightarrow \triangle OBM = \triangle OCN \Rightarrow OM = ON$ *Xét $\triangle MON$ có $\widehat{MON} = 90^\circ$; $OM = ON \Rightarrow \triangle MON$ vuông cân	0,5 0,5 0,5
2/ 1,5đ	- $\triangle OBM = \triangle OCN \Rightarrow MB = NC$; mà AB=BC $\Rightarrow AB - MB = BC - NC \Rightarrow AM = BM \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{BN}{NC}$ -Ta có AB//CD $\Rightarrow AM // CE \Rightarrow \frac{AN}{NE} = \frac{BN}{NC}$ -Vậy ta có $\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{N?} \Rightarrow MN // BE$ (theo định lý Ta lét đảo)	0,5 0,5 0,5
3/ 1,5đ	- Vì MN//BE $\Rightarrow \widehat{BKN} = \widehat{MNO} = 45^\circ$ (đồng vị và có tam giác MON vuông cân) $\Rightarrow \triangle BNK \sim \triangle ONC$ (vì có $\widehat{BNK} = \widehat{ONK}$; $\widehat{BKN} = \widehat{OCN} = 45^\circ$) $\Rightarrow \frac{NB}{NK} = \frac{NO}{NC}$ -Xét $\triangle BNO$; $\triangle KNC$ có $\widehat{BNO} = \widehat{CNK}$; $\frac{NB}{NK} = \frac{NO}{NC} \Rightarrow \triangle BNO \sim \triangle KNC \Rightarrow \widehat{NKC} = \widehat{NB0} = 45^\circ$ - Vậy ta có $\widehat{BKC} = \widehat{BKN} + \widehat{CKN} = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow CK \perp BE$	
4/ 1,5đ	-Vì KH//OM mà $MK \perp OM \Rightarrow MK \perp KH \Rightarrow \widehat{NKH} = 90^\circ$, mà $\widehat{NKC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{CKH} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{BKN} = \widehat{NKC} = \widehat{CKH} = 45^\circ$ Xét $\triangle BKC$ có $\widehat{BKN} = \widehat{NKC} \Rightarrow KN$ là phân giác trong của $\triangle BKC$, mà $KH \perp KN \Rightarrow KH$ là phân giác ngoài của $\triangle BKC \Rightarrow \frac{KC}{KB} = \frac{HC}{HB}$. Chứng minh tương tự ta có $\Rightarrow \frac{KN}{KH} = \frac{BN}{BH}$ -Vậy ta có $\frac{KC}{KB} + \frac{KN}{KH} + \frac{NC}{BH} = \frac{HC}{HB} + \frac{BN}{BH} + \frac{CN}{BH} = ... = \frac{BH}{BH} = 1$	
Bài 5		1,0 đ
	Ta có $H = x^2 + 2y^2 + \frac{1}{x} + \frac{24}{y}$ $= (x^2 - 2x + 1) + (2y^2 - 8y + 8) + (\frac{1}{x} + x - 2) + (\frac{24}{y} + 6y - 24) + (x + 2y) + 17$ $= (x-1)^2 + 2(y-2)^2 + \frac{(x-1)^2}{x} + \frac{6(y-2)^2}{y} + (x+2y) + 17$ $\geq 0 + 0 + 0 + 0 + 5 + 17 = 22$ Dấu = có khi $(x-1)^2 = 2(y-2)^2 = \frac{(x-1)^2}{x} = \frac{6(y-2)^2}{y} = 0$ và $x+2y = 5$ $\Leftrightarrow x=1$ và $y=2$. Vậy H nhỏ nhất H=22 khi x=1 và y=2	0,5 0,5
	Điểm toàn bài	20

Lưu ý khi chấm bài:

- Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 điểm.
- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của thí sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu thí sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.