

Câu 1 (5,0 điểm):

1) Rút gọn biểu thức: $(1-3x)^2 - 2(3x-1)(3x+4) + (3x+4)^2$

2) Cho đa thức $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$. Với giá trị nguyên nào của x thì giá trị của đa thức $f(x)$ chia hết cho giá trị của đa thức $x^2 + 2$

3) Cho $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tính giá trị của $Q = a^4 + b^4 + c^4$

Câu 2 (4,0 điểm):

1) Cho biểu thức $A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x}$ (với $x \neq \pm 1; x \neq 0$). Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

2) Giải phương trình $x^2 + \frac{9x^2}{(x+3)^2} = 40$

Câu 3 (4,0 điểm):

1) Chứng minh rằng: $A = n^3(n^2 - 7)^2 - 36n$ chia hết cho 7 với mọi số nguyên n .

2) Cho $P = n^4 + 4$. Tìm tất cả các số tự nhiên n để P là số nguyên tố.

Câu 4 (6 điểm):

1) Cho O là trung điểm của đoạn AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc với AB . Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D .

a) Chứng minh $AB^2 = 4 \cdot AC \cdot BD$

b) Kẻ OM vuông góc CD tại M . Chứng minh $AC = CM$

c) Từ M kẻ MH vuông góc AB tại H . Chứng minh: BC đi qua trung điểm MH .

2) Cho ΔABC có đường cao kẻ từ A , đường trung tuyến xuất phát từ B và đường phân giác kẻ từ đỉnh C đồng quy. Gọi a, b, c lần lượt là độ dài ba cạnh $BC; AC; AB$. Chứng minh $(a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 2a^2b$

Câu 5 (1 điểm):

Cho x, y, z là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^4}{(x+y)^4} + \frac{y^4}{(y+z)^4} + \frac{z^4}{(z+x)^4}$$

..... **Hết**

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh: