

Câu 1. (5,0 điểm)

1) Tính $M = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3}{2}\right)^3 + \left(\frac{-3}{2}\right)^4 + \left(\frac{-3}{2}\right)^5 + \dots + \left(\frac{-3}{2}\right)^{100}$

2) Tìm x, y biết $3x - y = x + 2y$ và $2023x - 2022y = 4050$

3) Cho đa thức $P(x) = x^6 + 2023x^5 - 2023x^4 + 2023x^3 - 2023x^2 + 2023x - 2023$.

Tính $P(-2024)$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1) Cho các số thực a, b, c, d dương khác nhau thỏa mãn $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Chứng minh $\frac{a^2 - c^2}{b^2 - d^2} = \frac{3a^2 + 2c^2}{3b^2 + 2d^2}$

2) Tìm x, y, z biết $\frac{40}{x-24} = \frac{50}{y-30} = \frac{60}{z-36}$ và $2x^2 - yz = 18$

Câu 3. (4,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên dương a, b để $\frac{a^2 - 2}{ab + 2}$ có giá trị nguyên.

2) Cho p là tích của 2023 số nguyên tố đầu tiên. Chứng minh rằng $p - 1$ và $p + 1$ không là số chính phương.

Câu 4. (6,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy điểm D và E sao cho $AD = AE$. Qua A và D kẻ đường thẳng vuông góc với BE cắt BC lần lượt tại M và N. Tia ND cắt tia CA tại I.

a) Chứng minh $DI = BE$

b) Qua N kẻ đường thẳng song song với AC cắt AM tại F. Chứng minh $NF = AI$.

c) Chứng minh $AM = \frac{1}{2}NI$

2) Cho tam giác ABC có $AB < AC < BC$. Điểm E nằm trong tam giác. Chứng minh $EA + EB + EC < AC + BC$

Câu 5. (1,0 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = |3x - 4| + |5x - 7| - x + 2025$

----- ! ! ! -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm