

Bài 1. (4 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = 3 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + 4 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^0$

b) $B = 42.53 + 47.156 - 47.114$

c) $C = \frac{7}{13} \cdot \frac{7}{15} - \frac{5}{12} \cdot \frac{21}{39} + \frac{49}{91} \cdot \frac{8}{15}$

Bài 2. (4 điểm) Tìm x, y, z biết

a) $(x - 2034) \cdot 5 = -105$

b) $|x - 0,25| + \frac{1}{2} = 1,25$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$

d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right) \cdot x = \frac{2013}{1} + \frac{2012}{2} + \dots + \frac{2}{2012} + \frac{1}{2013}$

Bài 3. (4 điểm)

a) Tìm tất cả các số tự nhiên a, b sao cho : $2^a + 7 = |b - 5| + b - 5$.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $C = \frac{22 - 3x}{4 - x}$ có giá trị lớn nhất.

Bài 4. (6 điểm)

Cho $\triangle ABC$ có góc A nhỏ hơn 90° . Vẽ ra ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là $\triangle ABM$ và $\triangle ACN$.

a) Chứng minh rằng: $MC = BN$.

b) Chứng minh rằng: $BN \perp CM$.

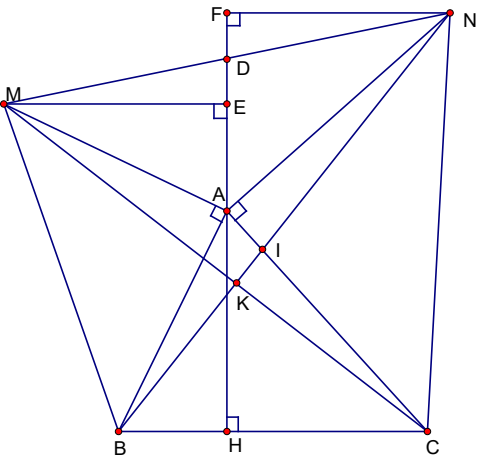
c) Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh AH đi qua trung điểm của MN .

Bài 5. (2 điểm) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $1! + 2! + 3! + \dots + x! = y^2$

----- HẾT -----

Câu		Nội dung	Điểm
1 (4đ)	a	$A = 3.\left(\frac{-2}{3}\right)^2 - 2.\left(\frac{-2}{3}\right) + 4.\left(\frac{-2}{3}\right)^0$	0,5
		$A = 3.\frac{4}{9} + \frac{4}{3} + 4.1$	0,5
		$A = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + 4$	0,5
		$A = 6\frac{2}{3}$	
	b	$A = 42.53 + 47.(156 - 114) = 42.53 + 47.42$	0,5
		$A = 42.(53 + 47) = 42.100 = 4200$	0,5
	c	$B = \frac{7}{13}.\frac{7}{15} - \frac{5}{12}.\frac{7}{13} + \frac{7}{13}.\frac{8}{15}$	0,5
		$B = \frac{7}{13}.\left(\frac{7}{15} - \frac{5}{12} + \frac{8}{15}\right)$	
	c	$B = \frac{7}{13}.\left(1 - \frac{5}{12}\right)$	
		$B = \frac{7}{13}.\frac{7}{12} = \frac{49}{156}$	0,5
	d		
2 (4đ)	a	$x - 2034 = -21$	0,5
		$x = -21 + 2034$	
	b	$x = 2013$	0,5
	b	$ x - 0,25 + \frac{1}{2} = 1,25$	0,5
		$\Rightarrow x - 0,25 = 0,75$	
	b	$\Rightarrow \begin{cases} x - 0,25 = 0,75 \\ x - 0,25 = -0,75 \end{cases}$	
		$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -0,5 \end{cases}$	0,5
	c	Vậy $x \in \{1; -0,5\}$	
	c	$\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = \frac{11}{8}$	0,5
		$x = \frac{11}{4}$	0,5
	d		
	d	$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right).x = \frac{2013}{1} + \frac{2012}{2} + \dots + \frac{2}{2012} + \frac{1}{2013}$	
			0,5

		$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right).x = \frac{2012}{2} + 1 + \frac{2011}{3} + 1 + \dots + \frac{2}{2012} + 1 + \frac{1}{2013} + 1 + 1$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right).x = \frac{2014}{2} + \frac{2014}{3} + \dots + \frac{2014}{2012} + \frac{2014}{2013} + \frac{2014}{2014}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2014}\right).x = 2014\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2012} + \frac{1}{2013} + \frac{1}{2014}\right) \Leftrightarrow x = 2014$	0,5
3(4đ)	a	Nhận xét: Với $x \geq 0$ thì $ x + x = 2x$ Với $x < 0$ thì $ x + x = 0$. Do đó $ x + x$ luôn là số chẵn với $\forall x \in \mathbb{Z}$.	0,5
		Áp dụng nhận xét trên thì $ b - 5 + b - 5$ là số chẵn với $b - 5 \in \mathbb{Z}$.	0,5
		Suy ra $2^a + 7$ là số chẵn $\Rightarrow 2^a$ lẻ $\Leftrightarrow a = 0$.	
		Khi đó $ b - 5 + b - 5 = 8$	0,5
		+ Nếu $b < 5$, ta có $-(b - 5) + b - 5 = 8 \Leftrightarrow 0 = 8$ (loại)	
		+ Nếu $b \geq 5$, ta có $2(b - 5) = 8 \Leftrightarrow b - 5 = 4 \Leftrightarrow b = 9$ (thỏa mãn) vậy $(a; b) = (0; 9)$	0,5
	b	Biến đổi $C = \frac{22 - 3x}{4 - x} = \frac{3(4 - x) + 10}{4 - x} = 3 + \frac{10}{4 - x}$ C có giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{10}{4 - x}$ có giá trị lớn nhất Có $x \in \mathbb{Z}$, ta xét các trường hợp sau Với $x > 4 \Rightarrow 4 - x < 0$ thì $\frac{10}{4 - x} < 0$ (1) Với $x > 4 \Rightarrow 4 - x > 0$. Phân số $\frac{10}{4 - x}$ có tử và mẫu đều dương, tử không đổi nên có giá trị lớn nhất khi mẫu nhỏ nhất Có $x \in \mathbb{Z}$ Suy ra $4 - x \in \mathbb{Z}$ Suy ra $4 - x$ là số nguyên dương nhỏ nhất $\Rightarrow 4 - x = 1 \Rightarrow x = 3$ khi đó $\frac{10}{4 - x}$ có giá trị là 10 (2) Từ (1) và (2), phân số $\frac{10}{4 - x}$ lớn nhất bằng 10 Vậy GTLN của C bằng 13 khi và chỉ khi $x = 3$	0,5 0,5 0,5 0,5

	a	 Xét $\triangle AMC$ và $\triangle ABN$, có: $AM = AB$ ($\triangle AMB$ vuông cân) $\widehat{MAC} = \widehat{BAN} (= 90^\circ + \widehat{BAC})$ $AC = AN$ ($\triangle ACN$ vuông cân) Suy ra $\triangle AMC = \triangle ABN$ (c.g.c) $\Rightarrow MC = BN$ (2 cạnh t. ứng)	0,5 0,5 0,5 0,5
4 (6đ)	b	Gọi I là giao điểm của BN với AC, K là giao điểm của BN với MC. Vì $\triangle AMC = \triangle ABN$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ANI} = \widehat{KCI}$ mà $\widehat{AIN} = \widehat{KIC}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{KCI} + \widehat{KIC} = \widehat{ANI} + \widehat{AIN} = 90^\circ$ do đó: $MC \perp BN$	0,5 0,5 0,5 0,5
	c	Kẻ $ME \perp AH$ tại E, $NF \perp AH$ tại F. Gọi D là giao điểm của MN và AH. - Ta có: $\widehat{BAH} + \widehat{MAE} = 90^\circ$ (vì $\widehat{MAB} = 90^\circ$) (1) Lại có $\widehat{MAE} + \widehat{AME} = 90^\circ$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{AME} = \widehat{BAH}$ Xét $\triangle MAE$ và $\triangle ABH$, vuông tại E và H, có: $\widehat{AME} = \widehat{BAH}$ (chứng minh trên) $MA = AB$ ($\triangle AMB$ vuông cân) Suy ra $\triangle MAE = \triangle ABH$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow ME = AH$ Chứng minh tương tự ta có $\triangle AFN = \triangle CHA$ (cạnh huyền - góc nhọn) $\Rightarrow FN = AH$ Ta có $ME \parallel NF$ (cùng vuông góc với AH) $\Rightarrow \widehat{EMD} = \widehat{FND}$ (hai góc so le trong) Xét $\triangle MED$ và $\triangle NFD$, vuông tại E và F, có: $ME = NF (= AH)$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5

		$\widehat{EMD} = \widehat{FND}$ $\Rightarrow \Delta MED = \Delta NFD \text{ (g.c.g)}$ $\Rightarrow MD = ND \text{ (hai cạnh tương ứng)} \Rightarrow D \text{ là trung điểm của } MN$ Vậy AH đi qua trung điểm của MN.	
5		+Với $x=1$, ta có $1! = y^2 \Rightarrow 1 = y^2 \Rightarrow y = \pm 1$ +Với $x=2$, ta có $1! + 2! = y^2 \Rightarrow 3 = y^2 \Rightarrow$ không tìm được giá trị của y thỏa mãn đề bài +Với $x=3$, ta có $1! + 2! + 3! = y^2 \Rightarrow 9 = y^2 \Rightarrow y = \pm 3$ +Với $x \geq 4$, ta có $1! + 2! + 3! + \dots + x! = 33 + 5! + 6! + \dots + x!$ có chữ số tận cùng là 3 (Vì $5!, 6!, \dots, x!$ đều có chữ số tận cùng là 0) nên không phải là số chính phương, còn y^2 lại là số chính phương $\Rightarrow$ không tìm được giá trị của y thỏa mãn đề bài Vậy các cặp số nguyên x, y thỏa mãn là: $(x,y) = (1; 1); (1; -1); (3; 3); (3; -3)$	0,5 0,5 0,5 0,5

Lưu ý:

- Đây là hướng dẫn chấm nên giám khảo phải căn cứ vào bài làm của HS để chấm điểm.
- Điểm của toàn bài là tổng điểm thành phần sau khi được làm tròn số.
- Nếu HS làm cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa theo từng câu, từng ý như HDC.
- Bài hình không vẽ hình hoặc vẽ sai cơ bản thì không chấm.
- Điểm bài khảo sát làm tròn đến 0,5