

ĐỀ:

(Đề thi có 01 trang/20 điểm)

Bài 1. Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

1) $3\sqrt{\tan x + 1}(\sin x + 2\cos x) = 5(\sin x + 3\cos x)$

2)
$$\begin{cases} 16x^2y^2 + 4x^2 + 4y^2 + 32xy = -1 \\ 32xy^2 + 32x^2y + 8x + 8y + (4x^2 + 1)(4y^2 + 1) = 0 \end{cases}$$

Bài 2.

1) Gieo 5 con súc sắc cân đối, đồng chất. Kí hiệu $x_i (1 \leq x_i \leq 6)$ là số chấm trên mặt xuất hiện của con súc sắc thứ $i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$. Tính xác suất để một trong các số x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 bằng tổng các số còn lại.

2) Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{2022y + 2023z} + \frac{y}{2022z + 2023x} + \frac{z}{2022x + 2023y}$$

Bài 3. Cho dãy số (a_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ n.(3a_{n+1} - a_n) = a_n \end{cases} \quad \text{với } n \in \mathbb{N}^*.$$

Tìm số hạng tổng quát a_n và tính tổng $S = a_1 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{3} + \dots + \frac{a_{2023}}{2023}$

Bài 4. Cho tam giác ABC nhọn, không cân. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Gọi K là một điểm tùy ý trên cạnh BC (khác B, C, D). Kẻ MK là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác BKF và NK là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác CKE . Gọi L là giao điểm thứ hai của đường tròn ngoại tiếp tam giác BKF và đường tròn ngoại tiếp tam giác CKE .

1) Chứng minh rằng năm điểm A, F, H, L, E cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh rằng bốn điểm M, H, L, N thẳng hàng.

Bài 5. Tìm tất cả các số có ba chữ số sao cho mỗi số gấp 22 lần tổng các chữ số đó.