

Câu 1 (4 điểm):

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{x} - 4x}{1 - 4x} - 1 \right) : \left(\frac{1 + 2x}{1 - 4x} - \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 1} - 1 \right)$ (với $x > 0$ và $x \neq \frac{1}{4}$).

a. Rút gọn A .

b. Tìm các giá trị của x để $A > A^2$.

c. Tìm các giá trị của x để $|A| > \frac{1}{4}$.

Câu 2 (4 điểm):

a. Giải phương trình: $x^2 + 3x - 4 = \sqrt{16 - 8x - 3x^2}$.

b. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 19 \\ (x + y)(8 + xy) = 2 \end{cases}$$

Câu 3 (2 điểm):

a. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n lẻ ta có $\frac{n^2 - 1}{4}$ là tích của hai số tự nhiên liên tiếp.

b. Cho $M = 2 \cdot (9^{2009} + 9^{2008} + \dots + 9 + 1)$. Chứng minh M không là số chính phương.

Câu 4 (2 điểm): Cho các số dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (2 + a)\left(1 + \frac{1}{b}\right) + (2 + b)\left(1 + \frac{1}{a}\right)$.

Câu 5 (6 điểm): Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm M bất kì thuộc đường tròn (M khác A và B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên AB . Đường tròn đường kính HM cắt các dây cung MA, MB lần lượt tại P và Q .

a. Chứng minh rằng: $\widehat{PHQ} = 90^\circ$ và $MP \cdot MA = MQ \cdot MB$.

b. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AH, BH . Tứ giác $EPQF$ là hình gì?

c. Xác định vị trí của M để tứ giác $EPQF$ có diện tích lớn nhất.

Câu 6 (2 điểm): A', B', C' là chân các đường phân giác trong của tam giác ABC . Gọi S', S lần lượt là diện tích của tam giác $A'B'C'$ và ABC . (với $AB = c, BC = a, AC = b$).

Chứng minh rằng:
$$\frac{S'}{S} = \frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

Hết

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)