

## Câu 1 (5,0 điểm).

a) Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) có hai điểm cực trị  $x_1 = -1$  và  $x_2 = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 6]$ .

b) Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |      |           |   |
|---------|-----------|------|------|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | $-4$ | $-3$ | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -    | 0         | + |

Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2x - 3)$  đồng biến trên khoảng  $(m; m+1)$ .

## Câu 2 (3,0 điểm).

a) Khán đài A của một sân thi đấu thể thao có 30 hàng ghế, hàng ghế đầu tiên có 10 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế ngay trước nó. Hỏi khán đài A của sân thi đấu đó có bao nhiêu chỗ ngồi?

b) Để tạo hứng thú học tập cho học sinh trong tiết học của mình, thầy An đã viết chương trình trò chơi “Chọn số ngẫu nhiên” với luật chơi như sau: mỗi người chơi sẽ chỉ được phép chơi một lần bằng cách nhấp chuột vào nút “Bắt đầu”, chương trình sẽ chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau, người chơi được xác định là người thắng cuộc và sẽ nhận một phần quà nếu số được chọn nhỏ hơn 2023. Bình là học sinh được mời tham gia trò chơi trong tiết học, tính xác suất để Bình được nhận quà.

Câu 3 (6,0 điểm). Cho lăng trụ đứng  $ABC.A_1B_1C_1$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $AB = 2a$ ,  $AC = a$ .

Góc giữa đường thẳng  $A_1C$  và mặt phẳng đáy bằng  $\alpha$  với  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ . Gọi  $D, E$  lần lượt là điểm đối xứng với  $B, C$  qua  $A$ . Lấy  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $A_1D, A_1E$ .

a) Tính thể tích khối chóp  $A_1.BCMN$  theo  $a$ .

b) Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  $CM$  và  $A_1B$ .

## Câu 4 (4,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^5 y^5 (1 + \sqrt{y}) = (\sqrt{x} + 1) \sqrt{y} \\ \sqrt[3]{15 + 2y} \cdot \sqrt{3x - 2} = (8x - 12) \sqrt[3]{y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

b) Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca > 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{a^2 + 16bc} + \sqrt{b^2 + 16ac} + \sqrt{c^2 + 16ba} + \frac{3}{ab + bc + ca}$$

Câu 5 (1,5 điểm). Cho tứ diện  $ABCD$ , biết khoảng cách giữa các cặp cạnh đối diện  $AB$  và  $CD$  bằng 2;  $AC$  và  $BD$  bằng 3;  $AD$  và  $BC$  bằng 5. Chứng minh rằng  $V_{ABCD} \geq 10$  ( $V_{ABCD}$  là thể tích khối tứ diện  $ABCD$ ).

.....Hết.....