

Đề thi môn : TOÁN

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1 (5 điểm):

Cho biểu thức: $P = \frac{x}{x-\sqrt{x}} + \frac{2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{x+2}{(\sqrt{x}-1)(x+2\sqrt{x})}$

1/ Rút gọn biểu thức P .

2/ Tính giá trị của biểu thức P khi. $x = 3 + 2\sqrt{2}$

3/ Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Bài 2 (4 điểm):

1/ Cho các số a, b, c bất kỳ. Chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + 1 > a + b + c$

2/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = \frac{3x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1}$

Bài 3 (4 điểm):

1/ Giải phương trình : $\frac{1}{x^2 + 5x + 4} + \frac{1}{x^2 + 11x + 28} + \frac{1}{x^2 + 17x + 70} = \frac{3}{4x - 2}$

2/ Cho $abc = 1$. Hãy tính giá trị của biểu thức $S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$

Bài 4 (5 điểm):

Cho điểm M di động trên đoạn thẳng AB ($M \neq A, B$). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ các hình vuông $AMCD$, $BMEF$ và giao điểm hai đường chéo mỗi hình vuông lần lượt là O, O' . Gọi H là giao điểm của AE và BC .

1/ Chứng minh rằng: $AE \perp BC$.

2/ Gọi I là giao của AC và BE . Chứng minh I là trung điểm của đoạn thẳng DF và ba điểm H, D, F thẳng hàng.

3/ Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng AB .

Bài 5 (2 điểm):

Cho tam giác đều ABC , điểm M nằm trong tam giác ABC sao cho $AM^2 = BM^2 + CM^2$
Tính số đo góc BMC ?

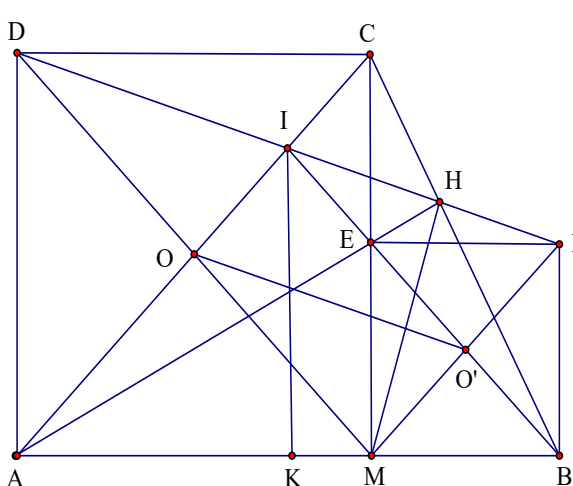
Hết.

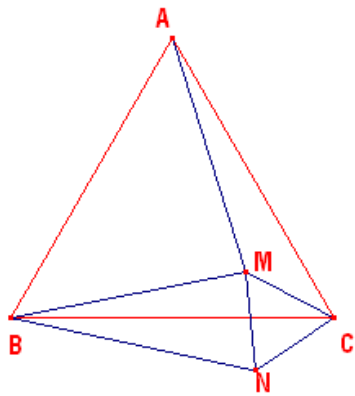
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Môn: Toán

Bài	Hướng dẫn giải	Điểm
Bài 1 (5 điểm)	1/ (2,5 điểm) ĐK: $x > 0; x \neq 1$	0,25
	$P = \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} + \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,5
	$= \frac{x(\sqrt{x}+2) + 2(\sqrt{x}-1) + x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,5
	$= \frac{x\sqrt{x} + 2x + 2\sqrt{x} - 2 + x + 2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x\sqrt{x} + 3x + 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,5
	$= \frac{\sqrt{x}(x + 3\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	2/ (1,0 điểm)	
	Ta có: $x = 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2 + 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt{2} + 1$	0,5
	Thay vào biểu thức P ta được $P = \frac{\sqrt{2} + 1 + 1}{\sqrt{2} + 1 - 1} = \frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$	0,5
	3/ (1,5 điểm)	
	Ta có: $P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{(\sqrt{x} - 1) + 2}{\sqrt{x} - 1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$	0,5
	Để P nguyên thì $(\sqrt{x} - 1)$ là ước của 2 và $(\sqrt{x} - 1) > -1$	0,25
	Do đó: $(\sqrt{x} - 1) \in \{0; 1; 2\} \Rightarrow \sqrt{x} \in \{1; 2; 3\} \Rightarrow x \in \{1; 4; 9\}$	0,25
	Mặt khác theo điều kiện $x > 0, x \neq 1 \Rightarrow x = 4$ và $x = 9$	0,25
	Vậy để P nguyên thì $x = 4$ hoặc $x = 9$	0,25
Bài 2 (4 điểm)	1/ (2 điểm)	
	Giả sử: $a^2 + b^2 + c^2 + 1 > a + b + c$	
	$\Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 + 4c^2 + 4 > 4a + 4b + 4c$	0,75
	$\Leftrightarrow 4a^2 - 4a + 1 + 4b^2 - 4b + 1 + 4c^2 - 4c + 1 + 1 > 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (2a - 1)^2 + (2b - 1)^2 + (2c - 1)^2 + 1 > 0$ luôn đúng với mọi a, b, c	0,5

Bài 3 (4 điểm)	$\Rightarrow$ Bất đẳng thức cần chứng minh luôn đúng.	0,25
	2/ (2 điểm) + Tìm GTLN: (1 điểm) Ta có $A = \frac{3x^2-2x+3}{x^2+1} = \frac{4x^2+4-x^2-2x-1}{x^2+1} = \frac{(4x^2+4)-(x^2+2x+1)}{x^2+1}$	0,75
	$= \frac{4(x^2+1)-(x+1)^2}{x^2+1} = 4 - \frac{(x+1)^2}{x^2+1} \leq 4$	
	Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$	0,25
	Vậy GTLN $A = 4 \Leftrightarrow x = -1$	
	+ Tìm GTNN: (1 điểm) Ta có $A = \frac{3x^2-2x+3}{x^2+1} = \frac{x^2-2x+1+2x^2+2}{x^2+1} = \frac{(x-1)^2+2(x^2+1)}{x^2+1}$	0,75
	$= \frac{(x-1)^2}{x^2+1} + 2 \geq 2$	
	Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
	Vậy GTNN $A = 2 \Leftrightarrow x = 1$	
	1/ (2 điểm) ĐKXĐ: $x \neq -1; x \neq -4; x \neq -7; x \neq -10$. Phương trình ban đầu trở thành:	0,5
	$\frac{3}{(x+1)(x+4)} + \frac{3}{(x+4)(x+7)} + \frac{3}{(x+7)(x+10)} = \frac{9}{4x-2}$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+7} - \frac{1}{x+10} = \frac{9}{4x-2}$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)(x+10)} = \frac{1}{4x-2}$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+1)(x+10) = 4x-2$	
	$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 12 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+3)(x+4) = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -4 \end{cases}$	
	So sánh với ĐKXĐ $\Rightarrow$ nghiệm của phương trình đã cho là $x = -3$.	0,25
	2/ (2 điểm) Từ giả thiết: $abc = 1 \Rightarrow ab = \frac{1}{c}$	0,5
	Ta có $S = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$	
	$= \frac{1}{1+a+\frac{1}{c}} + \frac{1}{abc+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$	0,5

	$= \frac{c}{c+ac+1} + \frac{1}{b(ac+1+c)} + \frac{1}{1+c+ac}$ $= \frac{bc+1+b}{b(1+c+ac)} = \frac{bc+abc+b}{b(1+c+ac)}$ $= \frac{b(c+ac+1)}{b(c+ac+1)} = 1$	0,25 0,5 0,25
Bài 4 (5 điểm)	Vẽ hình đúng  1/ $\triangle AME = \triangle CMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{EAM} = \widehat{BCM}$ Mà $\widehat{BCM} + \widehat{MBC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EAM} + \widehat{MBC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$ Vậy $AE \perp BC$ 2/ Từ GT $\Rightarrow \widehat{DMA} = \widehat{IBA} = 45^\circ \Rightarrow DM \parallel IB$. Tương tự có: $AC \parallel MF$ Từ đó: $OMO'I$ là hình bình hành $\Rightarrow OI = O'M$ và $OI \parallel O'M \Rightarrow OI = O'F$ và $OI \parallel MF$ nên $OIFO'$ là hình bình hành. Do đó: $IF \parallel OO'$ và $IF = OO'$ (1) Chứng minh tương tự, ta cũng có $DI \parallel OO'$ và $DI = OO'$ (2) Từ (1) và (2) suy ra ba điểm D, I, F thẳng hàng và $DI = IF$ nên I là trung điểm của đoạn thẳng DF. O là giao điểm của AC và DM. $\triangle AHC$ ($\widehat{H} = 90^\circ$) có HO là đường trung tuyến $\Rightarrow HO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}DM \Rightarrow \triangle DHM$ vuông tại H. Do đó: $\widehat{DHM} = 90^\circ$ Chứng minh tương tự ta có: $\widehat{MHF} = 90^\circ$ Do đó: $\widehat{DHM} + \widehat{MHF} = 180^\circ$. Vậy ba điểm D, H, F thẳng hàng. 3. Vì I là trung điểm của DF, Kẻ $IK \perp AB$ ($K \in AB$) $\Rightarrow IK$ là đường trung bình của hình thang $ABFD \Rightarrow IK = \frac{AD+BF}{2} = \frac{AM+BM}{2} = \frac{AB}{2}$ (không đổi)	0,5 1,0 0,5 1,0 1,0 0,75

	Do A, B cố định nên K cố định, mà IK không đổi nên I cố định. Vậy đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng AB	0,25
Bài 5 (2 điểm)		0,25
	Vẽ tam giác đều CMN $\Rightarrow \triangle BCN = \triangle ACM$ $\Rightarrow BN = AM$ mà $AM^2 = BM^2 + CM^2 \Leftrightarrow BN^2 = BM^2 + MN^2 \Leftrightarrow \triangle BMN$ vuông tại M . $\Rightarrow \widehat{BMC} = \widehat{BMN} + \widehat{NMC} = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$	0,25
		0,25

Hết

(Học sinh có cách giải khác đúng cho điểm tương đương, điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 điểm)