

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (10 điểm, thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1. Cho $a > b > 0$ và $6a^2 + 6b^2 - 13ab = 0$. Tính $A = \frac{2a+b}{2a-b}$.

Câu 2. Cho ΔABC có $AB = 3cm$; $AC = 4cm$; $\angle BAC = 120^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC

Câu 3. Cho $\sqrt{x^2 - 4x + 9} - \sqrt{x^2 - 4x + 5} = 4$. Tính $A = \sqrt{x^2 - 4x + 9} + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$

Câu 4. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} \right)$. Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên

Câu 5. Tính tổng: $S = \sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{2023^2} + \frac{1}{2024^2}}$

Câu 6. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AC = 2\sqrt{6}cm$; $BH = 2cm$. Tính $\sin BAH$

Câu 7. Cho đường tròn (O; R). Hai dây AB và CD song song nhau. Biết $AB = 16cm$; $CD = 12cm$, khoảng cách giữa hai dây là 14cm. Tính R

Câu 8. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 + 4y^2 + 2xy - 7 = 0$

Câu 9. Tìm số tự nhiên $\overline{abcd}$. Biết $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 5432$

Câu 10. Cho $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$. Tính $f(x) = x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x + 2015$

II. PHẦN TỰ LUẬN (10 điểm, thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

Câu 11. a) Cho $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + n(n+1)(n+2)$; với n là số tự nhiên.

Chứng minh rằng: $4S + 1$ là một số chính phương

b) Giải phương trình: $x^2(x^2 + 2) + x\sqrt{2x^2 + 4} - 4 = 0$

Câu 12. Cho đường tròn (O; R) cố định và điểm M ở ngoài (O). Từ M vẽ các tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD (C nằm giữa M và D). Gọi I là trung điểm của CD, H là giao điểm của AB và OM, N là giao điểm của AB và CD.

a) Chứng minh $AM^2 = MN.MI$

b) Từ O vẽ đường thẳng song song với AB cắt MA, MB lần lượt tại P và Q. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác MPQ có giá trị nhỏ nhất.

Câu 13. Cho $x, y, z > 0$. Chứng minh $\frac{1}{x^2 + yz} + \frac{1}{y^2 + zx} + \frac{1}{z^2 + xy} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} \right)$

..... Hết.....