PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2023 – 2024
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian giao đề)
(Đề bài gồm có: 01 trang)

Câu 1. (2,0 *điểm*)

1) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{4-x^2}}.\left[\sqrt{(2+x)^3}-\sqrt{(2-x)^3}\right]}{4+\sqrt{4-x^2}}$; với $-2\le x\le 2$

2) Cho a, b, c dương thỏa mãn $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}=7$; $a+b+c=23$; $\sqrt{abc}=3$.
Tính giá trị của biểu thức $Q=\dfrac{1}{\sqrt{ab}+\sqrt{c}-6}+\dfrac{1}{\sqrt{bc}+\sqrt{a}-6}+\dfrac{1}{\sqrt{ca}+\sqrt{b}-6}$

Câu 2. (2,0 *điểm*)

1) Giải phương trình: $\sqrt{10x-5}+\sqrt{5x^2+5}=\sqrt{9x(x+2)}$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+y^3+x-y-xy=1 \\ 7xy+y-x=7 \end{cases}$

Câu 3. (2,0 *điểm*)

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x;y)$ sao cho $x^2-3y^2-2xy-2x+14y=11$

2) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $\sqrt{12n^2+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng: $2\sqrt{12n^2+1}+2$ là số chính phương.

Câu 4. (3,0 *điểm*)

1) Cho đường tròn (O) và đường thẳng d cắt đường tròn(O) tại hai điểm B, C (d không đi qua O). Trên tia đối của tia BC lấy điểm A (A nằm ngoài (O)). Kẻ AM và AN là các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại M và N. Gọi I là trung điểm của BC, AO cắt MN tại H và cắt đường tròn tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O), BC cắt MN tại K.

a) Chứng minh AK. AI = AM^2

b) Gọi D là trung điểm HQ, từ H kẻ đường thẳng vuông góc với MD cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh P là trung điểm của ME.

2) Cho tam giác ABC, trên trung tuyến AD lấy điểm I cố định (I khác A và D). Đường thẳng d đi qua I cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M, N. Xác định vị trí của đường thẳng d để diện tích ΔAMN đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (1,0 *điểm*)

Cho a,b,c là ba số thực dương thỏa mãn $abc=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M=\dfrac{b^2}{(ab+2)(2ab+1)}+\dfrac{c^2}{(bc+2)(2bc+1)}+\dfrac{a^2}{(ca+2)(2ca+1)}$.

-------------------- **HẾT** --------------------