PHÒNG GD&ĐT ĐÔ LƯƠNG	ĐỀ THI CHỌN HS DỰ THI HS GIỎI TỈNH VÒNG 2
TRƯỜNG THCS LÝ NHẬT QUANG	NĂM HỌC 2022-2023.Môn Toán.Thời gian làm bài 150p

Câu 1: a. Cho $P = \overline{abc}$ là số nguyên tố có ba chữ số. Chứng minh rằng phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ không có nghiệm hữu tỷ.

b. Có 48 quả cân có khối lượng là 1g , 2g, 3g,…,48g. Hãy phân chia tất cả các quả cân đó thành ba nhóm sao cho tổng khối lượng của số quả cân trong ba nhóm bằng nhau.

Câu 2: a. Giải phương trình. $3\sqrt{2x^2 + 2x + 12} - 2\sqrt{16x - x^2 - 6} = 6\sqrt{x}$

b. Tìm tất cả các cặp số (x, y) thoả mãn cả hai phương trình.

$$xy + x + y = x^2 - 2y^2 \text{ và } x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y$$

Câu 3: a. Cho ba số thực không âm x, y, z đều không lớn hơn 2 và có tổng bằng 3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức. $P = x^2 + y^2 + z^2$.

b. Cho ba số dương a, b, c thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2(ab + bc + ca)$

Chứng minh $\sqrt{\frac{(a-b)^2}{2ab+c^2}} + \sqrt{\frac{(b-c)^2}{2bc+a^2}} + \sqrt{\frac{(c-a)^2}{2ca+b^2}} \geq 2$

Câu 4: a. Cho tam giác ABC có các góc B, C nhọn. Đường trung tuyến AM, và đường cao AH của tam giác ABC chia góc A thành ba phần , mỗi phần có số đo độ là α. Chứng minh $sin\frac{\alpha}{2}$ là số vô tỷ.

b. Cho tứ giác lồi $ABCD$, có Q là giao điểm hai đường chéo. Gọi E, F, H lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C, O đến đường thẳng AD.

Chứng minh $\frac{AD.BE.CF}{AC.BD.OH} \leq 1$.

Câu 5: Nhân dịp chào mừng ngày hiến chương nhà giáo việt nam, và ngày kỷ niệm 45 năm thành lập trường THCS Lý Nhật Quang . Ban giám hiệu nhà trường đã dự định mời 100 đại biểu về dự, trong đó mỗi người đều quen không ít hơn 50 người. Chứng tỏ rằng Ban giám hiệu nhà trường có thể xếp được bốn người vào một bàn tròn sao cho mỗi người ngồi giữa hai người quen của mình.

(Khi làm bài thi học sinh không được sử dụng tất cả các loại máy tính)