

ĐỀ CHÍNH THỨC

**Bài I. (5,0 điểm)**

- 1) Giải phương trình  $\sqrt{3x-2} - \sqrt{x} = x-1$ .
- 2) Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a^3 + b^3 - 3ab = -1$ . Tính giá trị của biểu thức  $K = (a-1)^{2022} + (b-2)^{2023}$ .

**Bài II. (5,0 điểm)**

- 1) Tìm tất cả số nguyên  $n$  để giá trị của biểu thức  $K = 4^{n^2} + 2^{n^2+2} - 5$  là một số nguyên tố.
- 2) Cho  $x, y$  là các số nguyên thỏa mãn  $x^2 + xy + y^2$  chia hết cho 10. Chứng minh  $x^2 + xy + y^2$  chia hết cho 100.

**Bài III. (3,0 điểm)**

Với các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 3$ , tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1}$ .

**Bài IV. (6,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn, không cân ( $AB < AC$ ). Các đường cao  $AD, BE, CF$  của tam giác  $ABC$  đồng quy tại  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ;  $I$  là trung điểm của  $AH$ .

- 1) Chứng minh  $\widehat{IEM} = 90^\circ$ .
- 2) Đường thẳng qua  $I$  và vuông góc với  $HM$  cắt  $HM, EF$  lần lượt tại  $N, S$ . Đoạn thẳng  $IM$  cắt  $EF$  tại  $J$ . Chứng minh  $IJ \cdot IM = IN \cdot IS$  và  $SH$  song song với  $BC$ .
- 3) Đường thẳng  $SI$  cắt  $AB, AC$  lần lượt tại  $P, Q$ . Chứng minh  $I$  là trung điểm của  $PQ$ .

**Bài V. (1,0 điểm)**

Xét tập hợp  $A$  gồm các số nguyên dương thỏa mãn **đồng thời** các điều kiện sau:

- (i) Phần tử lớn nhất của tập hợp  $A$  là 100.
- (ii) Với mọi phần tử  $x \in A$ , nếu  $x$  không phải là phần tử nhỏ nhất thì tồn tại  $a, b, c \in A$  ( $a, b, c$  không nhất thiết phân biệt) sao cho  $x = a + b + c$ .

- 1) Chứng minh tất cả các phần tử của tập hợp  $A$  đều là số chẵn.
- 2) Tập hợp  $A$  có nhiều nhất là bao nhiêu phần tử?

-----HẾT-----

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh : ..... Số báo danh : .....