

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề).

Câu 1 (4,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{4x}{2+x} + \frac{8x^2}{4-x^2} \right) : \left(\frac{x-1}{x^2-2x} - \frac{2}{x} \right)$

2) Cho $a^3 - 3ab^2 = 5$ và $b^3 - 3a^2b = 10$. Tính $S = 2016a^2 + 2016b^2$

Câu 2 (4,0 điểm).

1) Tìm x biết: $\frac{(2009-x)^2 + (2009-x)(x-2010) + (x-2010)^2}{(2009-x)^2 - (2009-x)(x-2010) + (x-2010)^2} = \frac{19}{49}$

2) Tìm các số nguyên x, y, z thỏa mãn: $6\left(x - \frac{1}{y}\right) = 3\left(y - \frac{1}{z}\right) = 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = xyz - \frac{1}{xyz}$.

Câu 3 (4,0 điểm).

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $(1-y)x^2 + (1-y)x - y = 0$.

2) Chứng minh rằng nếu a, b là các số nguyên tố lớn hơn 2 thì $a^3b - ab^3$ chia hết cho 240.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm I nằm giữa hai điểm A và B, điểm K nằm giữa hai điểm B và C sao cho $AI = BK$. Gọi E là giao điểm của AK và DI, O là giao điểm của AC và BD. Đường thẳng qua E và song song với AB cắt AD tại F. Chứng minh rằng:

1) $AK \perp DI$.

2) $DE^2 = DF \cdot DA$.

3) EO là tia phân giác của góc DEK.

Câu 5 (2,0 điểm). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $2xy = x + y$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{x}{1+2x^2} + \frac{y}{1+2y^2}$.