

Bài 1 (4,0 điểm)

Cho biểu thức: $A = \frac{1}{x+2} - \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 4} \left(\frac{1}{(x+2)^2} - \frac{1}{x^2 - 4} \right)$ (Với $x \neq \pm 2$).

1) Rút gọn A.

2) Tính giá trị của x để $A = \frac{1}{2}$

3) Tìm các số nguyên x để $(9-x).A \geq 0$

Bài 2 (4,0 điểm).

1) Giải phương trình $(6x+8)(6x+6)(6x+7)^2 = 72$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 - 14 = y(y+6)$

Bài 3 (4,0 điểm).

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = |7x+8| + |3x-2| - 2x + \frac{1969}{7}$

2) Cho x, y là các số thực thỏa mãn $0 < y < x \leq 4$ và $x+y \leq 7$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = x^2 + y^2$

Bài 4 (2,0 điểm)

Chứng minh rằng, trong hai số $a = 2^{2n+1} - 2^{n+1} + 1$ và $b = 2^{2n+1} + 2^{n+1} + 1$ có đúng một số chia hết cho 5.

Bài 5 (5,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD, gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của AB và BC. Các đường thẳng DN và CM cắt nhau tại E.

1) Chứng minh rằng: $CE.MB = CB.EN$

2) Chứng minh rằng: $AE = DC$

3) Tính tỉ số $\frac{S_{CEB}}{S_{ABCD}}$

Bài 6 (1 điểm)

Cho 2023 điểm trên mặt phẳng. Biết rằng cứ 3 điểm bất kì trong số 2023 điểm nói trên bao giờ cũng có hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 2cm. Chứng minh rằng có ít nhất có 1012 điểm trong số 2023 điểm nói trên nằm trong một đường tròn có bán kính bằng 3cm.

-----Hết-----

(Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên học sinh: SBD: