

Bài 1 (3,5 điểm).

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+1}{x^3+1} - \frac{1}{x-x^2-1} - \frac{2}{x+1} \right) : \frac{x^3-2x^2}{x^3-x^2+x}$.

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 2 (5,5 điểm).

- Phân tích đa thức sau thành nhân tử:

$$B = x^4 + 6x^3 + x^2 - 24x + 16$$

- Giải phương trình:

$$(x-2022)^3 + (x-2023)^3 - (2x-4045)^3 = 0$$

- Tìm số tự nhiên n để số P là số nguyên tố biết:

$$P = 12n^2 - 5n - 25$$

Bài 3 (3,5 điểm).

- Cho x, y, z thỏa mãn: $2x^2 + 4y^2 + z^2 - 4xy - 4x - 2z + 5 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $Q = 10^x + y^{20} + z^{2023}$

- Tìm đa thức dư khi chia đa thức f(x) cho $x^2 - x - 6$, biết đa thức f(x) chia cho $(x+2)$ dư (-12) ; đa thức f(x) chia cho $(x-3)$ dư 28.

Bài 4 (6,5 điểm).

Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB lấy điểm I, trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $\angle IOM = 90^\circ$ (I và M không trùng với các đỉnh hình vuông). Gọi N là giao điểm của AM và DC, K là giao điểm của OM và BN.

- Chứng minh rằng: $BI = CM$ và tính diện tích tứ giác BIOM theo a.
- Chứng minh rằng: $IM \parallel BN$ và $OM \cdot MK = MB \cdot MC$.
- Trên cạnh DC lấy điểm E sao cho $\angle MAE = 45^\circ$. Chứng minh chu vi tam giác CME không đổi khi điểm I di chuyển trên cạnh AB và luôn có $\angle IOM = 90^\circ$.

Bài 5 (1,0 điểm).

Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức.

$$H = \frac{1}{ab+a+2} + \frac{1}{bc+b+2} + \frac{1}{ca+c+2}$$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: