

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TRIỆU SƠN ĐỀ KIỂM ĐỊNH CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI
Năm học 2021 - 2022

Số báo danh

Môn: Toán - Lớp 8

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày 11 tháng 3 năm 2022

(Đề có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} - \frac{x^2 - x^3 - 6}{x^2 + x - 2} + \frac{x+1}{1-x} \right) \cdot \frac{x^2 - 22}{x^2 + 3x - 10} \quad (x \neq \pm 2; x \neq 1; x \neq -5)$

a) Rút gọn A.

b) Tìm các số nguyên x để A nhận giá trị nguyên.

2. Cho các số x, y thỏa mãn: $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$. Tính giá trị biểu thức $B = (x + y)^{2022}$

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $\frac{3x}{x^2 + x + 1} + \frac{2x}{x^2 - x + 1} = 3$

2. Tìm các số x, y, z thỏa mãn đẳng thức:

$$\frac{1}{x^{2022}} + \frac{1}{y^{2022}} + \frac{1}{z^{2022}} = \frac{1}{x^{2021}} + \frac{1}{y^{2021}} + \frac{1}{z^{2021}} = \frac{1}{x^{2020}} + \frac{1}{y^{2020}} + \frac{1}{z^{2020}}$$

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + 2xy + 2x + 2y - 3y^2 = 4$

2. Cho số tự nhiên $n > 2$ và số nguyên tố p thỏa mãn $p-1$ chia hết cho n đồng thời $n^3 - 1$ chia hết cho p . Chứng minh rằng $n + p$ là một số chính phương.

Câu 4. (6,0 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A. Các tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I. Gọi D; E; F lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên BC; AB; AC.

1. Chứng minh: Tứ giác AEIF là hình vuông và $ID = IE = IF$.

2. Tia AI cắt DF tại K.

a) Chứng minh rằng tam giác AIB đồng dạng tam giác AFK

b) Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BC, đường thẳng này cắt DF tại P. Gọi M là trung điểm của AB. Tia MI cắt cạnh AC tại Q. Chứng minh tam giác APQ cân.

3. Khi BC cố định, điểm A di chuyển nhưng vẫn thỏa mãn góc $BAC = 90^\circ$ và đoạn AI không đổi bằng $a\sqrt{2}$. Tìm vị trí của A để chu vi tam giác AMQ nhỏ nhất.

Câu 5. (2,0 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$P = \frac{1}{(a+1)^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{(b+1)^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{(c+1)^2 + a^2 + 1} \leq \frac{1}{2}$$

----- Hết -----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.