

Câu 1 (4,0 điểm)

1) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^3 - 2x^2 + 5x - 4$

2) Cho $P = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} + \frac{y^2 - x^2}{xy} - \frac{y^2}{xy + y^2} \right) \cdot \frac{x+y}{x^2 + xy + y^2}$ với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của biểu thức P biết x, y thỏa mãn đẳng thức: $x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y)$

Câu 2 (4,0 điểm)

1) Chứng minh rằng nếu đa thức $x^4 - 4x^3 + 5ax^2 - 4bx + c$ chia hết cho đa thức $x^3 + 3x^2 - 9x - 3$ thì $a+b+c=0$

2) Giải phương trình sau: $x^2 + |x - 2| = 3x - 2$

3) Cho hai bất phương trình: $m(x+3) \leq x+5$ và $m(x+2) \geq x+3$. Tìm giá trị của tham số m để hai bất phương trình trên có đúng một nghiệm chung.

Câu 3 (3,0 điểm)

1) Cho ba số nguyên n; n+1; n+2. Chứng minh $A=n^3+(n+1)^3+(n+2)^3$ chia hết cho 9.

2) Tìm số tự nhiên n để $5^{2n^2-6n+2} - 12$ là số nguyên tố.

3) Chứng minh rằng nếu a; b; c là các số dương và $a+b+c=1$ thì:

$$P = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{c}\right)^2 > 33$$

Câu 4 (4,0 điểm)

Trường trung học cơ sở A tổ chức giải bóng đá cho học sinh nhân ngày nhà giáo Việt Nam 20-11. Biết rằng có n đội tham gia thi đấu vòng tròn một lượt (hai đội bất kỳ chỉ thi đấu với nhau đúng một trận). Đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua không được điểm nào. Kết thúc giải, ban tổ chức nhận thấy số trận thắng thua gấp bốn lần số trận hòa và tổng số điểm của các đội là 336. Hỏi có tất cả bao nhiêu đội bóng tham gia?

Câu 5 (5,0 điểm)

1. Cho hình vuông ABCD có AC cắt BD tại O, M là điểm bất kỳ thuộc cạnh BC (M khác B, C). Tia AM cắt đường thẳng CD tại N. Trên cạnh AB lấy điểm E sao cho $BE = CM$.

a) Chứng minh $\triangle OEM$ vuông cân.

b) Chứng minh $ME \parallel BN$.

c) Từ C kẻ $CH \perp BN$ ($H \in BN$). Chứng minh rằng ba điểm O, M, H thẳng hàng.

2. Cho tam giác ABC nhọn. Về phía ngoài tam giác ABC, vẽ hai tam giác đều ABD và ACE. Trên các cạnh AD, CE, CB lần lượt lấy các điểm M, N, F sao cho

$$\frac{AM}{AD} = \frac{CN}{CE} = \frac{CF}{CB} = \frac{1}{3}. \text{ Hãy so sánh độ dài hai đoạn MN và EF.}$$