

ĐỀ

Câu 1: (4 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi M là điểm bất kì trên (C) . Tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại A và B . Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận. Tìm trên (C) tất cả các điểm M sao cho chu vi IAB nhỏ nhất.

Câu 2: (4 điểm)

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2xy^2 - y - \sqrt{y^2 + 1} + 2xy^2 \sqrt{4x^2 + 1} = 0 \\ x^3 - 2\sqrt{2x}\sqrt{y} = 2\sqrt[3]{x+6} + 2 \end{cases}; x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 3: (3 điểm)

Cho hai đường tròn $(O_1), (O_2)$ cắt nhau tại hai điểm A, B . XA, AY theo thứ tự là hai đường kính của hai đường tròn đó. I là một điểm thuộc phân giác trong $\widehat{XAY}$ sao cho I không thuộc hai đường tròn và OI không vuông góc XY , O là trung điểm của XY . Đường thẳng qua A vuông góc AI cắt $(O_1), (O_2)$ lần lượt tại E, F . IX cắt (O_1) tại K , IY cắt (O_2) tại L .

- a) Gọi C là giao của FE với XI . Chứng minh OE tiếp xúc với (CEK) .
b) Chứng minh EK, FL, OI đồng quy.

Câu 4: (3 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt phẳng $(SAB), (SAC)$ cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B , $SB = b$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng α .

- a) Tính theo b và α thể tích khối chóp $G.ANC$ trong đó G là trọng tâm tam giác SBC và N là trung điểm của BC .
b) Gọi M là trung điểm của AC . Tìm giá trị của α để khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5: (3 điểm)

a) Gọi Ω là tập tất cả các số tự nhiên gồm 7 chữ số đôi một khác nhau. Từ tập Ω , lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để lấy được số chia hết cho 15.

b) Tìm hình vuông có kích thước bé nhất, để trong hình vuông đó có thể sắp xếp năm hình tròn bán kính 1, sao cho không có hai hình tròn nào trong chúng có nhiều hơn một điểm chung.

Câu 6: (3 điểm)

a) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{b^2 + 1} + \frac{b^2}{c^2 + 1} + \frac{c^2}{a^2 + 1} \geq \frac{3}{2}.$$

b) Tìm đa thức $P(x)$ thỏa mãn:

$$P(P(x)) + 1 = \left[P^2(x) + 2P(x) + (x^2 + 3x + 1)^2 \right]^2.$$

--- HẾT ---