



TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 2 trang)

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
MÔN: TOÁN LỚP 11

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (2 điểm)

- a) Cho $m > 1$ là một số nguyên. Chứng minh rằng với mọi số nguyên n có thể biểu diễn dưới dạng $n = a + b$, trong đó a là một số nguyên nguyên tố cùng nhau với m và b là một số nguyên sao cho $b^2 \equiv b \pmod{m}$.
- b) Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) = 8$ trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$.

Câu 2: (2 điểm)

- a) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $0 < c < b < a \leq 3, 2ab \leq 2a+3b, 3abc \leq ab+3bc+2ca$. Chứng minh rằng $a^3 + b^3 + c^3 \leq 36$.
- b) Đề thi THPT môn Toán gồm 50 câu trắc nghiệm khách quan, mỗi câu có 4 phương án trả lời và chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm, điểm tối đa là 10 điểm. Một học sinh có năng lực trung bình đã làm đúng được 25 câu (từ câu 1 đến câu 25), các câu còn lại học sinh đó không biết cách giải nên chọn phương án ngẫu nhiên cả 25 câu còn lại. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của học sinh đó lớn hơn 6 điểm nhưng không vượt quá 8 điểm (làm tròn đến hàng phần nghìn).

Câu 3: (1 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm $\triangle ABM$; điểm $D(7; -2)$ nằm trên đoạn MC sao cho $GA = GD$. Viết phương trình đường thẳng AB , biết hoành độ của A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$.

Câu 4: (2 điểm)

Tính các giới hạn sau:

a) $I = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$ b) $J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$

Câu 5: (1,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A , $SA = a\sqrt{3}, SB = 2a$. Điểm M nằm trên AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB) .

- a) Tính góc giữa hai đường thẳng SB và CD .
- b) Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

Câu 6: (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 4 + \sqrt{x^2 + 8x + 17} = y + \sqrt{y^2 + 1} \\ x + \sqrt{y} + \sqrt{y + 21} + 1 = 2\sqrt{4y - 3x} \end{cases}$$

b) Cho dãy số (u_n) được xác định như sau
$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ 9u_{n+1} = u_n + 4 + 4\sqrt{1 + 2u_n} \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*.$$

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số (u_n) và tính $\lim u_n$

—————**HẾT**—————

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm