

Câu 1 (2,0 điểm). Giải phương trình sau: $x^2 + \sqrt{x+2013} = 2013$

Câu 2 (3,0 điểm). Cho phương trình $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + m) = 1 - 2\cos 2x$ (Với m là tham số)

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Tìm m để phương trình có đúng 2 nghiệm thuộc $[0; \pi]$.

Câu 3 (5,0 điểm).

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + 4y = 1 \\ 3x^2 - 2y^2 - 9x - 8y = 3 \end{cases}$$

b) Một người bỏ ngẫu nhiên 4 lá thư và 4 chiếc phong bì thư đã đề sẵn địa chỉ. Tính xác suất để có ít nhất một lá thư bỏ đúng địa chỉ.

Câu 4 (4,0 điểm). Cho A, B, C là ba góc của tam giác ABC .

- Chứng minh rằng tam giác ABC vuông nếu: $\sin A = \frac{\cos B + \cos C}{\sin B + \sin C}$
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $M = \frac{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C}$

Câu 5 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C_1) : $x^2 + y^2 = 13$, đường tròn (C_2) : $(x-6)^2 + y^2 = 25$.

- Tìm giao điểm của hai đường tròn (C_1) và (C_2) .
- Gọi giao điểm có tung độ dương của (C_1) và (C_2) là A viết phương trình đường thẳng đi qua A cắt (C_1) và (C_2) theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

Câu 6 (3,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

- Chứng minh rằng các mặt bên của hình chóp là những tam giác vuông.
- M là điểm di động trên đoạn BC và $BM = x$, K là hình chiếu của S trên DM . Tính độ dài đoạn SK theo a và x . Tính giá trị nhỏ nhất của đoạn SK .

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký giám thị coi thi số 1:

Chữ ký giám thị coi thi số 2:

ĐÁP ÁN THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 11 CẤP TRƯỜNG
Môn : TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	$x^2 + \sqrt{x+2013} = 2013$. ĐK $x \geq -2013$ Đặt $t = \sqrt{x+2013}$ (với $t \geq 0$) $\Rightarrow t^2 = x+2013 \Leftrightarrow t^2 - x = 2013$. Ta có hệ PT: $\begin{cases} x^2 + t = 2013 \\ t^2 - x = 2013 \end{cases} \Rightarrow (x+t)(x-t+1) = 0$ + Với $x+t=0$ ta được $t = -x \Rightarrow \sqrt{x+2013} = -x$. Giải ra ta được $x = \frac{1-\sqrt{8053}}{2}$ là nghiệm. + Với $x-t+1=0$ ta được : $x+1=t \Rightarrow x+1=\sqrt{x+2013}$. Giải ra ta được $x = \frac{-1+\sqrt{8049}}{2}$ là nghiệm Đáp số : $x = \frac{1-\sqrt{8053}}{2}, x = \frac{-1+\sqrt{8049}}{2}$	0,25 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25
Câu 2	$(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + m) = 1 - 2\cos 2x$ a, Với $m=1$ ta được phương trình : $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + 2\sin x + 1) = 1 - 2\cos 2x \Leftrightarrow (2\sin x - 1)\cos 2x = 0$ + $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ + $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ ----- b, Phương trình đã cho tương đương với : $(2\sin x - 1)(2\cos 2x + m - 1) = 0$ Với $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \vee x = \frac{5\pi}{6} \in [0; \pi]$ Để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thuộc $[0; \pi]$ thì phương trình : $\cos 2x = \frac{1-m}{2}$ vô nghiệm hoặc có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$. Từ đó ta được $m < -1$ v $m > 3$ v $m = 0$.	0,5 1,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3	$\begin{cases} x^2 + y^2 - 3x + 4y = 1 \\ 3x^2 - 2y^2 - 9x - 8y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + y^2 + 4y = 1 \\ 3(x^2 - 3x) - 2(y^2 + 4y) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x - 1 = 0 \\ y^2 + 4y = 0 \end{cases}$ Ta được nghiệm của hệ là : $\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2}; 0\right); \left(\frac{3-\sqrt{13}}{2}; 4\right); \left(\frac{3+\sqrt{13}}{2}; 0\right); \left(\frac{3+\sqrt{13}}{2}; 4\right);$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4	, Tìm hệ số của x^4 trong khai triển sau: $\left(\sqrt[n]{nx^5} + \frac{1}{x^3}\right)^n$ biết n là số nguyên thoả mãn	

	hệ thức $2C_n^1 + C_n^2 = n^2 - 20$. Từ hệ thức $2C_n^1 + C_n^2 = n^2 - 20$. Đk $n \geq 2, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n^2 - 3n - 40 = 0 \Leftrightarrow n = 8 \vee n = -5$ Ta được $n = 8$ thỏa mãn. Ta có : $\left(\sqrt[3]{8x^5} + \frac{1}{x^3}\right)^8 = \left(2\sqrt[3]{x^5} + \frac{1}{x^3}\right)^8 = \sum_{k=0}^{k=8} C_8^k \cdot 2^{8-k} \cdot x^{\frac{40-14k}{3}}$. Khai triển chứa x^4 m $\Leftrightarrow \frac{40-14k}{3} = 4 \Leftrightarrow k = 2$. Vậy hệ số của x^4 là $C_8^2 \cdot 2^6 = 1792$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5	a, Chứng minh rằng tam giác ABC vuông nếu : $\sin A = \frac{\cos B + \cos C}{\sin B + \sin C}$ Từ $\sin A = \frac{\cos B + \cos C}{\sin B + \sin C} \Leftrightarrow 2 \sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{A}{2} = \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} \Leftrightarrow 2 \cos^2 \frac{A}{2} = 1 \Leftrightarrow \cos A = 0 \Leftrightarrow \hat{A}$ là góc vuông. Vậy tam giác ABC vuông tại A. ----- b, $M = \frac{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C} \Leftrightarrow M + 1 = \frac{\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C} + 1$ $M + 1 = \frac{3}{\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C} \Leftrightarrow \cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = \frac{3}{M + 1}$. Biến đổi về $\cos^2 C - \cos C \cdot \cos(A - B) + 1 - \frac{3}{M + 1} = 0$ $\Rightarrow \Delta = \cos^2(A - B) - 4 \left(1 - \frac{3}{M + 1}\right) \geq 0 \Leftrightarrow 4 \left(1 - \frac{3}{M + 1}\right) \leq \cos^2(A - B) \leq 1$ $\Rightarrow 1 - \frac{3}{M + 1} \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow M \leq 3$ $M = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2(A - B) = 1 \\ \cos C = \frac{1}{2} \cos(A - B) \end{cases} \Leftrightarrow A = B = C = 60^\circ$ Vậy $\text{Max} M = 3$ khi tam giác ABC đều.	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
	(C₁) có tâm O(0;0), bán kính $R_1 = \sqrt{13}$ (C₂) có tâm I(6;0), bán kính $R_2 = 5$. Giao điểm của (C₁) và (C₂) là A (2;3) và B(2;-3). Với A có tung độ dương nên A(2;3)	0,25 0,25 1,0

