

(Đề thi gồm 01 trang)

Bài 1:(3,0 điểm)

- a) Cho p là số nguyên tố không nhỏ hơn 5 chứng minh: p^2-1 chia hết cho 24.
b) Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên n để: n^2+26 là số chính phương.

Bài 2:(5,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-19} + \sqrt{y-10} + \sqrt{z-2021} = \frac{1}{2}(x+y+z-2047).$

b) $2 + \frac{1}{3}\sqrt{4x-x^2} = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}.$

Bài 3:(4,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương không nhỏ hơn 1, chứng minh:

a) $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}}.$

b) $\frac{1}{1+a^3} + \frac{1}{1+b^3} + \frac{1}{1+c^3} \geq \frac{3}{1+abc}.$

Bài 4:(8,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Lấy điểm D bất kỳ nằm giữa B và C. Gọi E, F
là hình chiếu của D trên AB và AC.

a) Chứng minh $EB \cdot FC = ED \cdot FD.$

b) Chứng minh $S_{ABD} = \frac{AB \cdot AD}{2} \cdot \sin \widehat{BAD}$

c) Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $\widehat{CAM} = \widehat{BAD}$. Chứng minh $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{MB}{MC} = \frac{AB^2}{AC^2}.$

Bài 5:(1,0 điểm) Cho 2022 số nguyên dương trong đó nếu 4 số khác nhau thì chúng phải lập được một tỷ lệ thức. Chứng minh trong 2022 số đó có ít nhất 505 số bằng nhau.

..... Hết