

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (4.0 điểm)

Cho biểu thức :

$$A = \left(\frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 8} - \frac{2x^2}{8 - 4x + 2x^2 - x^3} \right) \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$$

- a) Tìm x để giá trị của A được xác định. Rút gọn biểu thức A .
b) Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Câu 2. (4.0 điểm)

1. Giải các phương trình sau:

- a) $x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$
b) $\frac{x^2+4x+6}{x+2} + \frac{x^2+16x+72}{x+8} = \frac{x^2+8x+20}{x+4} + \frac{x^2+12x+42}{x+6}$

2. Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + xy - 2014x - 2015y - 2016 = 0$.

Câu 3. (4.0 điểm)

- a) Chứng minh rằng $A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \vdots 9$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên x, y thì:

$A = (x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y) + y^4$ là số chính phương.

Câu 4. (6.0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh AB lấy điểm E và trên cạnh AD lấy điểm F sao cho $AE = AF$. Vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại hai điểm M, N

- a) Chứng minh rằng tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật
b) Biết diện tích tam giác BCH gấp bốn lần diện tích tam giác AEH . Chứng minh rằng $AC = 2EF$

- c) Chứng minh rằng: $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$

Câu 5. (2.0 điểm)

Tìm nghiệm tự nhiên của phương trình:

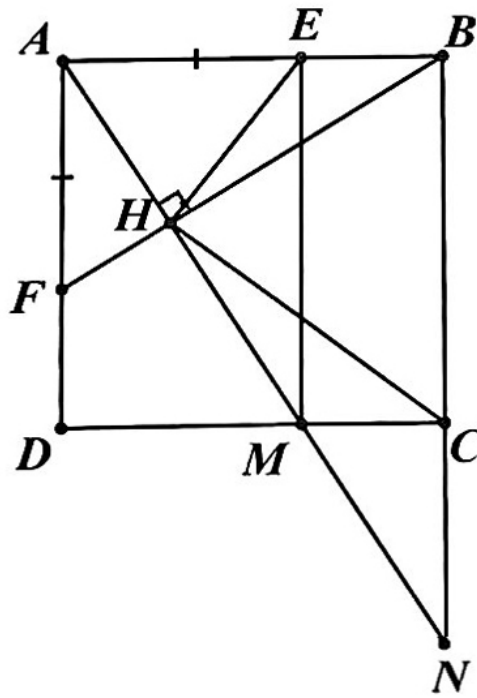
$$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHÀM TOÁN 8

Câu	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Câu 1 (4,0 đ)		Giá trị của A được xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 8 \neq 0 \\ 8 - 4x + 2x^2 - x^3 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 \neq -8 \\ 4(2-x) + x^2(2-x) \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \neq -4 \\ (2-x)(4+x^2) \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 0 \end{cases}$ Ta có: $A = \left(\frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 8} - \frac{2x^2}{8 - 4x + 2x^2 - x^3} \right) \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} \right)$	0,5
	a (2đ)	$= \left(\frac{x^2 - 2x}{2(x^2 + 4)} - \frac{2x^2}{4(2-x) + x^2(2-x)} \right) \left(\frac{x^2 - x - 2}{x^2} \right)$	0,5
		$= \left(\frac{(x^2 - 2x)(2-x) - 4x^2}{2(x^2 + 4)(2-x)} \right) \left(\frac{x^2 + x - 2x - 2}{x^2} \right)$	0,25
		$= \frac{2x^2 - x^3 - 4x + 2x^2 - 4x^2}{2(x^2 + 4)(2-x)} \cdot \frac{x(x+1) - 2(x+1)}{x^2}$	0,25
		$= \frac{-x(x^2 + 4)}{2(x^2 + 4)(2-x)} \cdot \frac{(x+1)(x-2)}{x^2}$	0,25
		$= \frac{x+1}{2x}$	0,25
			0,25
	b (2đ)	Với $x \neq 0, x \neq 2$, ta có: $A = \frac{x+1}{2x}$ $A \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{x+1}{2x} \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x+1 : 2x \text{ (do } x \in \mathbb{Z} \text{)}$ $\Rightarrow 2(x+1) : 2x$ $\Rightarrow 2x+2 : 2x$ $\Rightarrow 2 : 2x$ $\Rightarrow 1 : x$ $\Rightarrow x \in \{1; -1\}$ Thử lại: + Với $x = 1$ ta có $A = 1$ (TM); + Với $x = -1$ ta có $A = 0$ (TM) Vậy $x = 1$ hoặc $x = -1$ thì A nhận giá trị nguyên	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 2 (4,0 đ)	1 (2đ)	a)(1đ) $x(x+2)(x^2+2x+2)+1=0$ $\Leftrightarrow (x^2+2x)(x^2+2x+2)+1=0$ $\Leftrightarrow (x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1=0$ $\Leftrightarrow (x^2+2x+1)^2=0$ $\Leftrightarrow (x+1)^4=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=-1$	0,25
		b)(1đ) $\frac{x^2+4x+6}{x+2} + \frac{x^2+16x+72}{x+8} = \frac{x^2+8x+20}{x+4} + \frac{x^2+12x+42}{x+6} \quad (1)$ ĐKXĐ: $x \neq -2; x \neq -4; x \neq -6; x \neq -8$	0,25
		$(1) \Leftrightarrow \frac{(x+2)^2+2}{x+2} + \frac{(x+8)^2+8}{x+8} = \frac{(x+4)^2+4}{x+4} + \frac{(x+6)^2+6}{x+6}$	0,25
		$\Leftrightarrow x+2 + \frac{2}{x+2} + x+8 + \frac{8}{x+8} = x+4 + \frac{4}{x+4} + x+6 + \frac{6}{x+6}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{2}{x+2} - \frac{4}{x+4} = \frac{6}{x+6} - \frac{8}{x+8}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{2x+8-4x-8}{(x+2)(x+4)} = \frac{6x+48-8x-48}{(x+6)(x+8)}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{-2x}{(x+2)(x+4)} = \frac{-2x}{(x+6)(x+8)}$	0,25
		$\Rightarrow 2x[(x+6)(x+8) - (x+2)(x+4)] = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (x+2)(x+4) = (x+6)(x+8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 8x=-40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-5 \end{cases} (tm)$	0,25
		Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $x=0; x=-5$	0,25
	2 (2đ)	$x^2+xy-2014x-2015y-2016=0 \Leftrightarrow x^2+xy+x-2015x-2015y-2015=1$	0,5
		$\Leftrightarrow x(x+y+1)-2013(x+y+1)=1 \Leftrightarrow (x-2013)(x+y+1)=1$	0,75
		$+) \begin{cases} x-2015=1 \\ x+y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2016 \\ y=-2016 \end{cases}; \text{ (do } x \in \mathbb{Z}; y \in \mathbb{Z})$	0,25
		$+) \begin{cases} x-2015=-1 \\ x+y+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2014 \\ y=-2016 \end{cases}$	0,25
		Vậy phương trình có 2 nghiệm nguyên là: $\begin{cases} x=2016 \\ y=-2016 \end{cases}; \begin{cases} x=2014 \\ y=-2016 \end{cases}$	0,25
A		Ta có:	

Câu 3 (4,0 đ)	(2đ)	$A = n^3 + (n^3 + 3n^2 + 3n + 1) + (n^3 + 6n^2 + 12n + 8)$ $= 3n^3 + 9n^2 + 15n + 9 = 3(n^3 + 3n^2 + 5n + 3)$ Đặt $B = n^3 + 3n^2 + 5n + 3 = n^3 + n^2 + 2n^2 + 2n + 3n + 3$ $= n^2(n + 1) + 2n(n + 1) + 3(n + 1) = n(n + 1)(n + 2) + 3(n + 1)$ Ta có: $n(n + 1)(n + 2) : 3$ (vì tích của 3 số tự nhiên liên tiếp) và $3(n + 1) : 3$ $\Rightarrow B$ chia hết cho 3 $\Rightarrow A = 3B$ chia hết cho 9.	0,5
			0,5
			0,25
			0,25
			0,25
			0,25
	b (2đ)	Ta có: $A = (x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4$ $= (x^2 + 5xy + 4y^2)(x^2 + 5xy + 6y^2) + y^4$ Đặt $x^2 + 5xy + 5y^2 = t$ ($t \in \mathbb{Z}$) thì $A = (t - y^2)(t + y^2) + y^4 = t^2 - y^4 + y^4 = t^2 = (x^2 + 5xy + 5y^2)^2$ Vì $x, y, z \in \mathbb{Z}$ nên $x^2 \in \mathbb{Z}, 5xy \in \mathbb{Z}, 5y^2 \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow x^2 + 5xy + 5y^2 \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow (x^2 + 5xy + 5y^2)^2$ là số chính phương Vậy A là số chính phương	0,5
			0,25
			0,25
			0,25
Câu 4 (6,0 đ)	a (2đ)	 Xét $\triangle ADM$ và $\triangle BAF$ có: $\widehat{BAF} = \widehat{ADM} = 90^\circ$ $AB = AD \text{ (gt)}$ $\widehat{DAM} = \widehat{ABF} \text{ (cùng phụ với } \widehat{BAH})$	0,5

	$\Rightarrow \triangle ADM = \triangle BAF (g.c.g)$ $\Rightarrow DM = AF$, mà $AF = AE(gt)$ nên $AE = DM$ Lại có: $AE \parallel DM$ (vì $AB \parallel DC$) Suy ra tứ giác $AEMD$ là hình bình hành . Mặt khác $\widehat{DAE} = 90^\circ$ Vậy tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
b (2đ)	Xét $\triangle ABH$ và $\triangle FAH$ có: $\widehat{AHB} = \widehat{AHF} = 90^\circ$ $\widehat{ABH} = \widehat{FAH}$ (cùng phụ với $\widehat{BAH}$) $\Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle FAH (g.g)$ $\Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{BH}{AH} \text{ hay } \frac{BC}{AE} = \frac{BH}{AH} (do AB = BC; AE = AF)$ Xét $\triangle CBH$ và $\triangle EAH$ có: $\frac{BC}{AE} = \frac{BH}{AH}$ (chứng minh trên) $\widehat{CBH} = \widehat{HAE}$ (cùng phụ với $\widehat{ABH}$) $\Rightarrow \triangle CBH \sim \triangle EAH (c.g.c)$ $\Rightarrow \frac{S_{CBH}}{S_{EAH}} = \left(\frac{BC}{AE}\right)^2, \text{ mà}$ $\frac{S_{CBH}}{S_{EAH}} = 4(gt) \Rightarrow \left(\frac{BC}{AE}\right)^2 = 4 \Rightarrow BC^2 = (2AE)^2$ $\Rightarrow BC = 2AE \text{ mà } BC = AB$ $\Rightarrow AB = 2AE; AD = 2AF (do AB = AD; AE = AF)$ $\Rightarrow E \text{ là trung điểm của } AB, F \text{ là trung điểm của } AD$ $\Rightarrow EF \text{ là đường trung bình của tam giác } ABD$ Do đó: $EF = \frac{1}{2}BD$ hay $BD = 2EF$ mà $AC = BD$ $\Rightarrow AC = 2EF$ (đpcm)	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25

		Do $AD \parallel CN(gt)$. Áp dụng hệ quả định lý Ta let ta có: $\Rightarrow \frac{AD}{CN} = \frac{AM}{MN} \Rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{CN}{MN}$ Lại có: $MC \parallel AB(gt)$. Áp dụng hệ quả định lý Ta let ta có: $\frac{MN}{AN} = \frac{MC}{AB} \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{MC}{MN} \text{ hay } \frac{AD}{AN} = \frac{MC}{MN} \text{ (vì } AD = AB)$ $\Rightarrow \left(\frac{AD}{AM}\right)^2 + \left(\frac{AD}{AN}\right)^2 = \left(\frac{CN}{MN}\right)^2 + \left(\frac{CM}{MN}\right)^2 = \frac{CN^2 + CM^2}{MN^2} = \frac{MN^2}{MN^2} = 1$ (theo định lý Pytago) $\Rightarrow \left(\frac{AD}{AM}\right)^2 + \left(\frac{AD}{AN}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AD^2} \quad (dpcm)$	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5 (2,0 đ)		$(x^2 + 4y^2 + 28)^2 = 17(x^4 + y^4 + 14y^2 + 49)$ $\Leftrightarrow [x^2 + 4(y^2 + 7)]^2 = 17[x^4 + (y^2 + 7)^2]$ $\Leftrightarrow [x^2 + 4(y^2 + 7)]^2 = 17[x^4 + (y^2 + 7)^2]$ $\Leftrightarrow x^4 + 8x^2(y^2 + 7) + 16(y^2 + 7)^2 = 17x^4 + 17(y^2 + 7)^2$ $\Leftrightarrow 17x^4 + 17(y^2 + 7)^2 - x^4 - 8x^2(y^2 + 7) - 16(y^2 + 7)^2 = 0$ $\Leftrightarrow 16x^4 - 8x^2(y^2 + 7) + (y^2 + 7)^2 = 0$ $\Leftrightarrow [4x^2 - (y^2 + 7)]^2 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 - (y^2 + 7) = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 - y^2 - 7 = 0$ $\Leftrightarrow 4x^2 - y^2 = 7$ $\Leftrightarrow (2x - y)(2x + y) = 7 \quad (1)$ Do $x, y \in \mathbb{N}$ nên $2x + y \geq 2x - y \geq 0$ nên : $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy phương trình có 1 nghiệm tự nhiên ($x = 2; y = 3$)	0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

Ghichú:

- Nếu trình bày theo cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa.