

Bài 1 (5 điểm): Cho biểu thức: $A = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2} \right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

- Rút gọn biểu thức A.
- Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.
- Tìm x để $|A| = A$.

Bài 2 (4 điểm): Giải các phương trình sau:

- $x^3 - x^2 - 12x = 0$
- $\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$

Bài 3 (5 điểm):

Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D. Biết $CD=2AB=2AD$ và $BC = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của CD.

- Tứ giác ABED là hình gì? Tại sao?
- Tính diện tích hình thang $ABCD$ theo a .
- Gọi I là trung điểm của BC, H là chân đường vuông góc kẻ từ D xuống AC.

Tính góc HDI ?

Bài 4 (4 điểm):

- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau : $A = x^2 - 2xy + 2y^2 - 4y + 5$
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau : $B = \frac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$

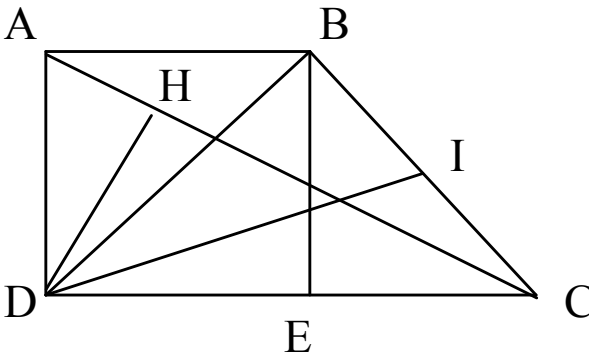
Bài 5 (2 điểm):

a. (Phần dành cho thí sinh trường đại trà) Cho a, b, c là 3 cạnh của tam giác, p là nửa chu vi. CMR : $\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

b. (Phần dành cho thí sinh trường THCS Yên Phong)

Cho a, b, c, d là các số dương. Chứng minh rằng : $\frac{a-b}{b+c} + \frac{b-c}{c+d} + \frac{c-d}{d+a} \geq \frac{a-d}{a+b}$.

Câu 1	Hướng dẫn giải	(5.0 điểm)
a (2.0 điểm)	+ ĐKXD: $x \neq \pm 1; x \neq \frac{1}{2}$	0.25
	$A = \left(\frac{1+x+2(1-x)-(5-x)}{1-x^2} \right) \cdot \frac{x^2-1}{1-2x}$	0.75
	$= \frac{-2}{1-x^2} \cdot \frac{x^2-1}{1-2x}$	0.75
	$= \frac{2}{1-2x}$	0.25
b (1.5 điểm)	A nguyên, mà x nguyên nên $2 \mid 1-2x$	0.5
	Từ đó tìm được $x = 1$ và $x = 0$	0.5
	Bỏ đi giá trị $x = 1$ (do điều kiện). Vậy $x = 0$	0.5
c (1.5 điểm)	Ta có: $ A = A \Leftrightarrow A \geq 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \frac{2}{1-2x} \geq 0 \Leftrightarrow 1-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$	0.5
	Kết hợp với điều kiện: $-1 \neq x < \frac{1}{2}$	0.5
Câu 2		(4.0 điểm)
a (2.0 điểm)	$x^3 - x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow x(x-4)(x+3) = 0$	1.0
	Vậy $x = 4$ hoặc $x = -3$ hoặc $x = 0$	1.0

b. (2.0 điểm)	$\frac{x-214}{86} + \frac{x-132}{84} + \frac{x-54}{82} = 6$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x-214}{86} - 1\right) + \left(\frac{x-132}{84} - 2\right) + \left(\frac{x-54}{82} - 3\right) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-300}{86} + \frac{x-300}{84} + \frac{x-300}{82} = 0$ $\Leftrightarrow (x-300)\left(\frac{1}{86} + \frac{1}{84} + \frac{1}{82}\right) = 0 \Leftrightarrow x-300=0 \Leftrightarrow x=300$ Vậy $S = \{300\}$	0.75 0.5 0.5 0.25
Câu 3		
a (1.5 điểm)	Hình vẽ + GT +KL  Chỉ ra ABED là hình bình hành .(AB//DE, AB=DE) Chỉ ra ABED là hình thoi. (AB=AD) Chỉ ra ABED là hình vuông. (góc BAD=90°)	0.5 0.5 0.25 0.25
b (2.0 điểm)	+ Chỉ ra tam giác BEC vuông cân. + Từ đó suy ra AB=AD=a. DC=2a. + Diện tích của hình thang ABCD là $S = \frac{(AB+CD).AD}{2}$ $= \frac{(a+2a).a}{2} = \frac{3a^2}{2}$	0.75 0.5 0.25 0.5

c (1.5 điểm)	+ $\angle ACH = \angle ACD$ (1) (cùng phụ với góc HDC)	0.25
	+ Xét hai tam giác ADC và IBD vuông tại D và B có $\frac{AD}{DC} = \frac{IB}{BD} = \frac{1}{2}$, do đó hai tam giác ADC và IBD đồng dạng.	0.5
	Suy ra $\angle ACD = \angle BDI$ (2)	
	+ Từ (1) và (2), suy ra $\angle ADH = \angle BDI$	0.25
	+ Mà $\angle ADH + \angle BDH = 45^\circ \Rightarrow \angle BDI + \angle BDH = 45^\circ$ hay $\angle HDI = 45^\circ$	0.5
Câu 4		(4.0 điểm)
a (2 điểm)	Ta có : $A = x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 4y + 4 + 1$ $= (x-y)^2 + (y-2)^2 + 1$	0.75
	Do $(x-y)^2 \geq 0$; $(y-2)^2 \geq 0$	0.5
	Nên $A = (x-y)^2 + (y-2)^2 + 1 \geq 1$	0.5
	Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y$ và $y = 2$	0.25
	Vậy GTNN của A là $1 \Leftrightarrow x = y = 2$	
b (2 điểm)	$B = \frac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{3(x+1)}{x^2(x+1) + x + 1} = \frac{3(x+1)}{(x^2 + 1)(x+1)} = \frac{3}{x^2 + 1}$	1.0
	Do $x^2 + 1 > 0$ nên $B = \frac{3}{x^2 + 1} \leq 3$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$	0.75
	Vậy GTLN của B là $3 \Leftrightarrow x = 0$	0.25
Câu 5		2.0 điểm
a (2.0 điểm) (Trường đại trà)	Ta có	
	$\frac{1}{p-a} + \frac{1}{p-b} \geq \frac{4}{p-a+p-b} = \frac{2}{c}$	0.5
	$\frac{1}{p-b} + \frac{1}{p-c} \geq \frac{4}{p-b+p-c} = \frac{2}{a}$	0.5
	$\frac{1}{p-c} + \frac{1}{p-a} \geq \frac{4}{p-c+p-a} = \frac{2}{b}$	0.5
	Cộng từng vế ta có điều phải chứng minh	0.5

