

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (5 điểm):

1. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19}$

b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)^2$

2. Cho biểu thức $A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}}$. Chứng tỏ rằng $|A| < \frac{1}{4}$.

3. Tính giá trị của biểu thức: $A = 2x^2 - 3x + 5$ với $|x| = \frac{1}{2}$

Bài 2. (4 điểm):

1. Tìm tất cả các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn: $(24x - 4y)^{2018} + |x^2 - 4|^{2019} \leq 0$

2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = |x - 2017| + |2018 - x| + |x - 2019|$

Bài 3. (3,5 điểm):

1. Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$. Biết rằng với mọi $x \neq 0$, ta đều có $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$. Tính $f(2)$.

2. Cho $\frac{3x - 2y}{4} = \frac{2z - 4x}{3} = \frac{4y - 3z}{2}$. Chứng minh rằng: $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

3. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $2x^2y - 6x^2 + y = 9$

Bài 4. (6 điểm):

Cho tam giác ABC cân tại A, ($\hat{A} < 90^\circ$, $AB > BC$). D là trung điểm của AC. Trên đoạn thẳng BD lấy điểm E sao cho $\widehat{DAE} = \widehat{ABD}$. Từ A kẻ $AG \perp BD$ ($G \in$ tia BD); từ C kẻ $CK \perp BD$ ($K \in BD$).

1. Chứng minh rằng $AK = CG$.

2. Từ C kẻ $CH \perp AE$ ($H \in$ tia AE). Chứng minh rằng: CE là phân giác của $\widehat{HCK}$.

3. Chứng minh rằng $\widehat{DAE} = \widehat{ECB}$.

Bài 5. (1,5 điểm):

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 100 lần bắn là 8,35 điểm. Kết quả cụ thể về điểm và số lần bắn được ghi trong bảng dưới đây, trong đó có ba ô bị mờ ở chữ số hàng đơn vị không đọc được (tại các vị trí được đánh dấu *).

Điểm số mỗi lần bắn	10	9	8	7	6	5
Số lần bắn	2*	40	1*	1*	9	7

Hãy tìm lại chữ số hàng đơn vị trong ba ô đó?

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị 1 (Họ tên và ký).....

Giám thị 2 (Họ tên và ký).....

Bài1	Đáp án	Điểm
1 (5.0 điểm)	1a) $\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11} + \frac{12}{19} = \left(\frac{7}{19} \cdot \frac{8}{11} + \frac{7}{19} \cdot \frac{3}{11}\right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} \left(\frac{8}{11} + \frac{3}{11}\right) + \frac{12}{19} = \frac{7}{19} + \frac{12}{19} = 1$	0,75
	1b) $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)^2 = \left(6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1\right) : \left(-\frac{4}{3}\right)^2$	0,25
	$= \left(\frac{2}{3} + 2\right) : \frac{16}{9} = \frac{8}{3} \cdot \frac{9}{16} = \frac{3}{2}$	0,5
	2. $A = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^5} + \dots + \frac{1}{3^{100}} \Rightarrow 3A = -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4} + \dots + \frac{1}{3^{99}}$	0,25
	$A + 3A = -1 + \frac{1}{3^{100}}$	0,5
	$\Rightarrow A = \frac{1}{4} \left(-1 + \frac{1}{3^{100}}\right)$	0,25
	$A < 0 \Rightarrow A = -\frac{1}{4} \left(-1 + \frac{1}{3^{100}}\right) = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{3^{100}}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4 \cdot 3^{100}} < \frac{1}{4}$	0,5
	3. Vì $ x = \frac{1}{2}$ nên $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$	0,5
	* Với $x = \frac{1}{2}$ thì $A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{2} + 5 = 4$	0,5
	* Với $x = -\frac{1}{2}$ thì $A = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = 7$	0,5
	Vậy $A = 4$ với $x = \frac{1}{2}$ và $A = 7$ với $x = -\frac{1}{2}$.	0,5
Bài 2		
2.1 (2.0 điểm)	Ta có: $(24x - 4y)^{2018} \geq 0$ với $\forall x, y$. và $ x^2 - 4 ^{2019} \geq 0$ với $\forall x$.	0,5
	nên $(24x - 4y)^{2018} + x^2 - 4 ^{2019} \geq 0 \forall x, y$ (1)	0,25
	Mà theo đề bài: $(24x - 4y)^{2018} + x^2 - 4 ^{2019} \leq 0$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow (24x - 4y)^{2018} + x^2 - 4 ^{2019} = 0$	
	$\Leftrightarrow (24x - 4y)^{2018} = 0$ và $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (24x - 4y) = 0$ và $x = \pm 2$	0,25

	$x = 2 \Rightarrow y = 12$; $x = -2$ và $y = -12$.	0,5
	Vậy các cặp $(x;y)$ cần tìm là $(2;12); (-2; -12)$	0,25
2.2 (2.0 điểm)	$P = x - 2017 + 2018 - x + x - 2019 = (x - 2017 + 2019 - x) + 2018 - x $	0,25
	Ta có $ x - 2017 + 2019 - x \geq x - 2017 + 2019 - x = 2$ với mọi x . Dấu “=” xảy ra khi: $2017 \leq x \leq 2019$ (1)	0,5
	Lại có: $ 2018 - x \geq 0$ với mọi x . Dấu “=” xảy ra khi $x = 2018$ (2).	0,5
	Từ (1) và (2) Ta có $P \geq 2$, Đẳng thức xảy ra khi $x = 2018$	0,5
	Vậy giá trị NN của P là 2 khi $x = 2018$.	0,25
Bài 3		
1 (1.0 điểm)	Ta có: $f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ nên $f(2) + 3f\left(\frac{1}{2}\right) = 2^2 = 4$. (1)	0,25
	và $f\left(\frac{1}{2}\right) + 3f(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 9f(2) + 3f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có $8f(2) = \frac{-13}{4} \Rightarrow f(2) = \frac{-13}{32}$	0,25
	Vậy $f(2) = \frac{-13}{32}$.	0,25
2 (1.0 điểm)	Ta có: $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2} \Rightarrow \frac{4(3x-2y)}{16} = \frac{3(2z-4x)}{9} = \frac{2(4y-3z)}{4}$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{4(3x-2y)}{16} = \frac{3(2z-4x)}{9} = \frac{2(4y-3z)}{4} = \frac{4(3x-2y) + 3(2z-4x) + 2(4y-3z)}{16+9+4} = 0$	0,25
	$\Rightarrow \frac{4(3x-2y)}{16} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ (1) và $\frac{3(2z-4x)}{9} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$	0,25
1,5	$2x^2y - 6x^2 + y = 9 \Leftrightarrow 2x^2y - 6x^2 + y - 3 = 6 \Leftrightarrow 2x^2(y-3) + (y-3) = 6$ $\Leftrightarrow (2x^2+1)(y-3) = 6$ (1)	0,25
	Vì $2x^2+1 \geq 1 > 0$ với mọi x nên từ (1) ta có $y-3 > 0 \Rightarrow y > 3$ Mà $2x^2+1$ là số lẻ nên từ (1) ta có	0,5
	*) $\begin{cases} 2x^2+1=1 \\ y-3=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2=0 \\ y=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=9 \end{cases}$ ta được $(0;9)$	0,25
	*) $\begin{cases} 2x^2+1=3 \\ y-3=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2=2 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm 1 \\ y=5 \end{cases}$ ta được $(1;5), (-1;5)$	0,25
	Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ cần tìm là $(0;9), (1;5), (-1;5)$	0,25

Bài 5		
(1.5d)	Gọi số lần bắn ứng với 10 điểm là $2a$ Gọi số lần bắn ứng với 8 điểm là $1b$ Gọi số lần bắn ứng với 7 điểm là $1c$ $a, b, c \in \mathbb{N}, 0 \leq a, b, c \leq 9$	0,25
	Theo bài ra ta có $\frac{10.2\overline{a} + 9.40 + 8.1\overline{b} + 7.1\overline{c} + 6.9 + 5.7}{100} = 8,35$	0,25
	$10.2\overline{a} + 8.1\overline{b} + 7.1\overline{c} = 386 \Rightarrow 10a + 8b + 7c = 36 \quad (1)$	
	Từ (1) $\Rightarrow c:2 \Rightarrow c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$, c không thể bằng 6 hoặc 8 vì nếu thế tổng số lần bắn sẽ vượt quá 100 $\Rightarrow c \in \{0; 2; 4\}$	0,25
	$c = 0 \Rightarrow 10a + 8b = 36 \Rightarrow 5a + 4b = 18 \Rightarrow a = b = 2(TM)$	0,25
	$c = 2 \Rightarrow 10a + 8b = 22 \Rightarrow 5a + 4b = 11 \Rightarrow \text{Không } \exists a, b$ $c = 4 \Rightarrow 10a + 8b = 8 \Rightarrow 5a + 4b = 4 \Rightarrow \text{Không } \exists a, b$	0,25
	Thử lại $a = b = 2(TM)$. Vậy $a = b = 2$, $c = 0$ là các chữ số cần tìm.	0,25

=====Hết=====