

Bài 1 (5 điểm)

1. Thực hiện phép tính:

$$A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$$

$$B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4 (-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2} \right)^2 : (7^3 \cdot 11^6)$$

$$2. \text{ Cho các số } a, b, c \text{ khác } 0 \text{ thỏa mãn: } \frac{a-b+c}{2b} = \frac{c-a+b}{2a} = \frac{a-c+b}{2c}$$

$$\text{Tính giá trị biểu thức: } P = \left(1 + \frac{c}{b} \right) \cdot \left(1 + \frac{b}{a} \right) \cdot \left(1 + \frac{a}{c} \right)$$

Bài 2 (5 điểm)

$$a) \text{ Tìm } x \text{ biết: } \frac{2}{|x-2|+2} = \frac{3}{|6-3x|+1}$$

b) Tìm hình chữ nhật có kích thước các cạnh là số nguyên sao cho số đo diện tích bằng số đo chu vi.

c) Tìm các số nguyên dương x; y; z thỏa mãn:

$$(x-y)^3 + (y-z)^2 + 2015 \cdot |x-z| = 2017$$

$$\text{Bài 3 (3 điểm)} \quad \text{Cho hàm số: } y = f(x) = x + \frac{3}{2}|x| \quad (1)$$

a) Vẽ đồ thị hàm số (1).

b) Gọi E và F là hai điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ lần lượt là (-4) và $\frac{4}{5}$, xác định tọa độ hai điểm E, F. Tìm trên trục tung điểm M để EM+MF nhỏ nhất.**Bài 4** (6 điểm)

1. Cho tam giác ABC nhọn; vẽ về phía ngoài tam giác ABC các tam giác vuông cân tại A là tam giác ABD và tam giác ACE.

a) Chứng minh $DC = BE$ và $DC \perp BE$.

b) Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến ED và M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Chứng minh A, M, H thẳng hàng.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$. Điểm I nằm trong tam giác và cách đều ba cạnh của tam giác ABC. Gọi M là chân đường vuông góc kẻ từ điểm I đến BC. Tính MB.**Bài 5** (1 điểm) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên $n \geq 2$ thì tổng:

$$S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} \text{ không thể là một số nguyên.}$$

-----Hết-----

Họ và tên :

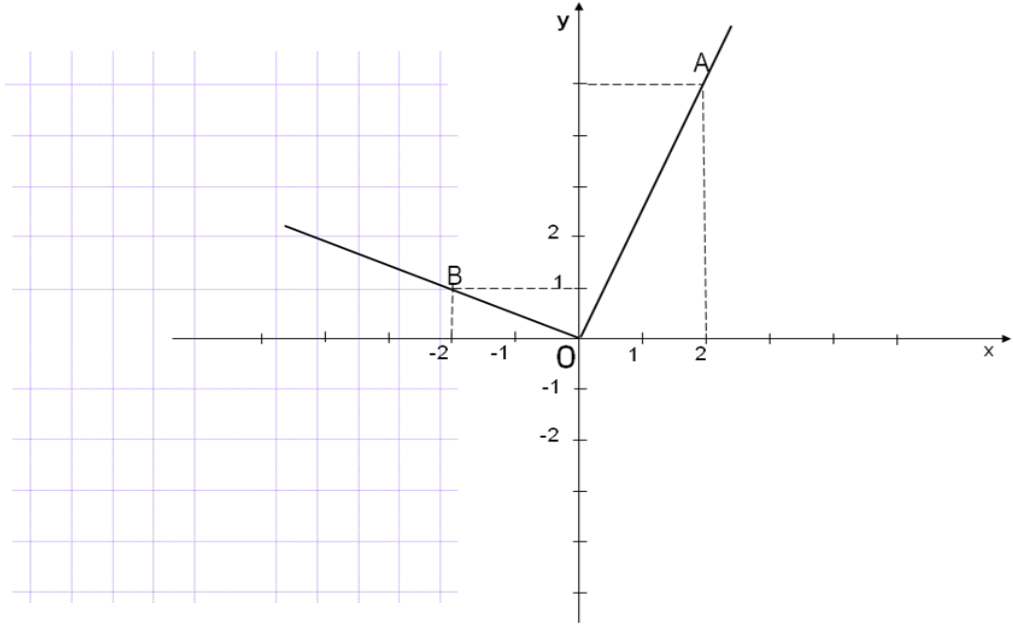
Số báo danh :

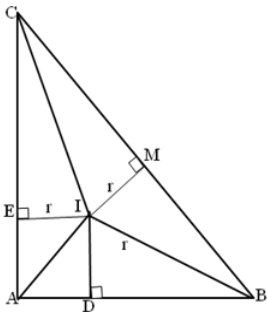
ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM HSG MÔN TOÁN 7

Năm học 2015-2016

Bài 1(5điểm)		
Câu	Nội dung	Điểm
1 (3 điểm)	a) Tính $A = \left[\left(\frac{2}{193} - \frac{3}{386} \right) \cdot \frac{193}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1008} + \frac{11}{2016} \right) \cdot \frac{1008}{25} + \frac{1007}{2016} \right]$	2®
	$A = \left[\frac{2}{17} - \frac{3}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{25} + \frac{11}{50} \right) \cdot \frac{1007}{2016} \right]$	0,75
	$A = 1 : \left[\frac{1}{2} + \frac{1007}{2016} \right]$	0,5
	$A = 1 : \left(\frac{2015}{2016} \right)$	0,25
	$A = \frac{2016}{2015}$	0,25
	Vậy $A = \frac{2016}{2015}$	0,25
	b) Tính $B = \frac{1}{-77^2} \cdot 7^4 \cdot (-11)^2 \cdot 77^5 \cdot \left(\frac{1}{7^2} \right)^2 : (7^3 \cdot 11^6)$	1,5®
	$B = \frac{1}{-7^2 \cdot 11^2} \cdot 7^4 \cdot 11^2 \cdot 7^5 \cdot 11^5 \cdot \frac{1}{7^4} \cdot \frac{1}{7^3 \cdot 11^6}$	0,5
	$B = -\frac{7^9 \cdot 11^7}{7^9 \cdot 11^8}$	0,5
	$B = -\frac{1}{11}$	0,25
	Vậy $B = -\frac{1}{11}$	0,25
2 (1,5®iểm)		
	$P = \left(1 + \frac{c}{b} \right) \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(1 + \frac{a}{c} \right) = \frac{b+c}{b} \cdot \frac{a+b}{a} \cdot \frac{c+a}{c} = \frac{b+c}{a} \cdot \frac{a+b}{c} \cdot \frac{c+a}{b}$ với $a, b, c \neq 0$	0,25
	Khi $a+b+c=0 \Rightarrow \begin{cases} a+b=-c \\ b+c=-a \\ c+a=-b \end{cases} \Rightarrow P = \frac{-a}{a} \cdot \frac{-c}{c} \cdot \frac{-b}{b} = -1$	0,5
	Khi $a+b+c \neq 0$, áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a-b+c}{2b} = \frac{c-a+b}{2a} = \frac{a-c+b}{2c} = \frac{a-b+c+c-a+b+a-c+b}{2(c+a+b)} = \frac{1}{2}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{a+c}{2b} = \frac{c+b}{2a} = \frac{a+b}{2c} = 1 \Rightarrow \frac{a+c}{b} = \frac{c+b}{a} = \frac{a+b}{c} = 2$ $\Rightarrow P = 8$	0,25
	Với $a, b, c \neq 0$ thì $P = -1$ khi $a+b+c=0$; $P = 8$ khi $a+b+c \neq 0$	0,25
Câu	Nội dung	Điểm

a) (2 điểm)	Tìm x biết : $\frac{2}{ x-2 +2} = \frac{3}{ 6-3x +1}$	
	$\frac{2}{ x-2 +2} = \frac{3}{3 x-2 +1}$	0,5
	$\Leftrightarrow 6 x-2 +2 = 3 x-2 +6$	0,25
	$\Leftrightarrow 3 x-2 = 4$	0,25
	$\Leftrightarrow x-2 = \frac{4}{3}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{4}{3} \\ x-2 = -\frac{4}{3} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	Vậy $x \in \left\{ \frac{10}{3}; \frac{2}{3} \right\}$	0,25
b) (1,5 điểm)		
	Gọi kích thước hình chữ nhật cần tìm là x, y (đơn vị độ dài) ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x \geq y$)	0,25
	Ta có diện tích và chu vi hình chữ nhật lần lượt là : $x.y$ và $2(x+y)$ Theo bài ra ta có : $x.y = 2(x+y)$ với $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x \geq y$	0,25
	$\Leftrightarrow xy - 2x - 2y = 0$ $\Leftrightarrow x(y-2) - 2(y-2) = 4$ $\Leftrightarrow (y-2)(x-2) = 4$	0,25
	Với $x, y \in \mathbb{N}^*$ ta có $(y-2); (x-2) \in \mathbb{Z}$ $\Rightarrow y-2; x-2 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ nhưng vì $x-2; y-2 > -2$ và $x \geq y$	0,25
	Ta có 2 trường hợp sau : $\begin{cases} x-2=4 \\ y-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-2=2 \\ y-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$	0,25
	Có hai hình chữ nhật thỏa mãn bài toán : Hình chữ nhật có kích thước 6 và 3; 4 và 4.	0,25
c) (1,5 điểm)		
	Chứng minh: $(x-y)^3 - (x-y)$ chia hết cho 2	0,25
	$(y-z)^2 - (y-z)$ chia hết cho 2	0,25
	$ z-x - (z-x)$ chia hết cho 2	0,25

	$(x-y)^3 + (y-z)^2 + 2015 x-z =$ $(x-y)^3 - (x-y) + (y-z)^2 - (y-z) + z-x - (z-x) + 2014 z-x $ Chia hết cho 2 Mà 2017 không chia hết cho 2 nên không tồn tại các số nguyên dương x; y; z thỏa mãn đề bài	0,5
		0,25
Bài 3(3 điểm)		
Câu	Nội dung	Điểm
a) (1,5điểm)	Vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)= x + \frac{3}{2} x (1)$	
	Từ hàm số (1) ,ta có : $y= \frac{5}{2}x$ với $x \geq 0$ $y= \frac{-1}{2}x$ với $x < 0$	0,25
	Cho $x= 2 \Rightarrow y= 5$, ta có điểm A(2 ;5) thuộc đồ thị hàm số(1)	0,25
	Cho $x= -2 \Rightarrow y= 1$, ta có điểm B(-2 ;1) thuộc đồ thị hàm số (1)	0,25
	Đồ thị hàm số (1) là hai tia OA và OB	0,25
		0,5
b) (1,5điểm)		
	Từ hàm số (1) ,ta có : $y= \frac{5}{2}x$ với $x \geq 0$ $y= \frac{-1}{2}x$ với $x < 0$	
	Điểm E thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ $x= -4 < 0$ nên tung độ điểm E là $y= \frac{-1}{2}(-4) = 2 \Rightarrow E(-4;2)$	0,25

	$\Rightarrow DC \perp BE$ tại K	0,25
	b) Chứng minh A,H,M thẳng hàng	1,5®
	Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho MI=MA Chứng minh $\triangle AMB = \triangle IMC$ (cgc)	0,25
	$\Rightarrow CI=AB$ và $CI \parallel AB$	0,25
	Chứng minh $\angle ACI = \angle DAE$ (cùng bù $\angle BAC$)	0,25
	Chứng minh $\triangle ACI = \triangle EAD$ (c-g-c)	0,25
	$\Rightarrow \angle CAI = \angle AED$ mà $\angle AED + \angle EAH = 90^\circ$ ($\triangle AHE$ vuông tại H)	0,25
	$\Rightarrow \angle CAI + \angle EAH = 90^\circ \Rightarrow \angle MAH = 180^\circ \Rightarrow M, A, H$ thẳng hàng	0,25
2 (1,5điểm)		
	Vì điểm I nằm trong tam giác và cách đều 3 cạnh tam giác ABC nên I là giao điểm 3 đường phân giác trong tam giác ABC	0,25
	Tam giác ABC vuông tại A nên $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (định lý Pitago) Tính $BC = 5\text{cm}$	0,25
	Chứng minh $\triangle CEI = \triangle CMI$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow CE = CM$	
	Tương tự $AE = AD$; $BD = BM$	0,25
	Chứng minh $BM = \frac{BC + BA - AC}{2}$	0,5
	$\Rightarrow BM = \frac{5 + 3 - 4}{2} = 2(\text{cm})$	0,25
<u>Bài 5(1điểm)</u>		
Câu	Nội dung	Điểm
	S Có (n-1) số hạng: $S = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ $S = n - 1 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2}\right) < n - 1$	0,25
	Mặt khác $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{n}$ $S > n - 1 - 1 + \frac{1}{n} = n - 2 + \frac{1}{n} > n - 2$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có $n - 2 < S < n - 1$	0,25
	Vậy S không có giá trị nguyên với mọi số tự nhiên $n \geq 2$	0,25