

Câu 1. (1,5 điểm)

$$1) M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$$

$$2) \text{ Tìm } x, \text{ biết: } |x^2 + |x - 1|| = x^2 + 2.$$

Câu 2. (2,5 điểm)

$$1) \text{ Cho } a, b, c \text{ là ba số thực khác } 0, \text{ thỏa mãn điều kiện: } \frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}.$$

$$\text{Hãy tính giá trị của biểu thức } B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right).$$

2) Ba lớp 7A, 7B, 7C cùng mua một số gói tăm từ thiện, lúc đầu số gói tăm dự định chia cho ba lớp tỉ lệ với 5:6:7 nhưng sau đó chia theo tỉ lệ 4:5:6 nên có một lớp nhận nhiều hơn dự định 4 gói. Tính tổng số gói tăm mà ba lớp đã mua.

Câu 3. (2,0 điểm)

$$1) \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } A = |2x + 2| + |2x - 2013| \text{ với } x \text{ là số nguyên.}$$

$$2) \text{ Tìm nghiệm nguyên dương của phương trình } x + y + z = xyz.$$

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho $\widehat{xAy} = 60^\circ$ có tia phân giác Az. Từ điểm B trên Ax kẻ BH vuông góc với Ay tại H, kẻ BK vuông góc với Az và Bt song song với Ay, Bt cắt Az tại C. Từ C kẻ CM vuông góc với Ay tại M. Chứng minh:

a) K là trung điểm của AC.

b) $\triangle KMC$ là tam giác đều.

c) Cho $BK = 2\text{cm}$. Tính các cạnh $\triangle AKM$.

Câu 5. (1,0 điểm)

$$\text{Cho ba số dương } 0 \leq a \leq b \leq c \leq 1 \text{ chứng minh rằng: } \frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$$

-----**Hết**-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (1,5 điểm)	1) Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2014}{2015}$ $= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{7}{10}} \right) : \frac{2014}{2015}$ $= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{\frac{7}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2014}{2015}$ $= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2014}{2015} = 0$	0.25đ 0.25đ 0.25đ
	2) vì $x^2 + x-1 > 0$ nên (1) $\Rightarrow x^2 + x-1 = x^2 + 2$ hay $ x-1 = 2$ +) Nếu $x \geq 1$ thì (*) $\Rightarrow x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3$	0.25đ 0.25đ
	+) Nếu $x < 1$ thì (*) $\Rightarrow x - 1 = -2 \Rightarrow x = -1$	0.25đ
Câu 2 (2,5 điểm)	1) +Nếu $a+b+c \neq 0$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,ta có: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$	0.25đ 0.25đ
	mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$ $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$	0.25đ
	Vậy $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$	
	+Nếu $a+b+c = 0$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,ta có: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 0$	0.25đ
	mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 1$	0.25đ

	a, ΔABC cân tại B do $\widehat{CAB} = \widehat{ACB} (= \widehat{MAC})$ và BK là đường cao $\Rightarrow$ BK là đường trung tuyến $\Rightarrow$ K là trung điểm của AC.	0,5đ 0,25đ
	b, $\Delta ABH = \Delta BAK$ (cạnh huyền + góc nhọn) $\Rightarrow BH = AK$ (hai cạnh t. ý) mà $AK = \frac{1}{2} AC$ $\Rightarrow BH = \frac{1}{2} AC$ Ta có : $BH = CM$ (t/c cặp đoạn chắn) mà $CK = BH = \frac{1}{2} AC \Rightarrow CM = CK$ $\Rightarrow \Delta MKC$ là tam giác cân (1) Mặt khác : $\widehat{MCB} = 90^0$ và $\widehat{ACB} = 30^0$ $\Rightarrow \widehat{MCK} = 60^0$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta MKC$ là tam giác đều	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	c) Vì ΔABK vuông tại K mà góc $KAB = 30^0 \Rightarrow AB = 2BK = 2.2 = 4\text{cm}$ Vì ΔABK vuông tại K nên theo Pitago ta có: $AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$ Mà $KC = \frac{1}{2} AC \Rightarrow KC = AK = \sqrt{12}$ ΔKCM đều $\Rightarrow KC = KM = \sqrt{12}$ Theo phần b) $AB = BC = 4$ $AH = BK = 2$ $HM = BC$ (HBCM là hình chữ nhật) $\Rightarrow AM = AH + HM = 6$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	Câu 5 (1 điểm) Vì $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ nên: $(a-1)(b-1) \geq 0 \Leftrightarrow ab+1 \geq a+b \Leftrightarrow \frac{1}{ab+1} \leq \frac{1}{a+b} \Leftrightarrow \frac{c}{ab+1} \leq \frac{c}{a+b}$ (1) Tương tự: $\frac{a}{bc+1} \leq \frac{a}{b+c}$ (2) ; $\frac{b}{ac+1} \leq \frac{b}{a+c}$ (3) Do đó: $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$ (4) Mà $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{2a}{a+b+c} + \frac{2b}{a+b+c} + \frac{2c}{a+b+c} = \frac{2(a+b+c)}{a+b+c} = 2$ (5) Từ (4) và (5) suy ra: $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$ (đpcm)	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

Lưu ý: - Các tổ cần nghiên cứu kỹ hướng dẫn trước khi chấm.

- Học sinh làm bài các cách khác nhau mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Bài hình không có hình vẽ thì không chấm.
- Tổng điểm của bài cho điểm lẻ đến 0,25đ (ví dụ : 13,25đ , 14,5đ, 26,75đ).