SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA	KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH NĂM HỌC 2023 - 2024
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN THI: TOÁN - THCS** *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đ* *(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)*

Câu I ***(4,0 điểm).***

1. Cho biểu thức: $A=\left(2-\frac{2\sqrt{xy}+1}{1+\sqrt{xy}}+\frac{1}{1-\sqrt{xy}}+\frac{2\sqrt{x}}{1-xy}\right):\left(\frac{\sqrt{xy}-\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+1}-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}\right)$.

(với $x>0, y>0, xy\neq 1$). Rút gọn biểu thức A.

2. Cho a là số thực thỏa mãn: $a^3-a-1=0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$B=a\sqrt{2a^6-4a^4+4a^2+3a}-\sqrt{2a^2+3a+2}$$

Câu II ***(4,0 điểm).***

1. Giải phương trình: $\sqrt[3]{x^3+5x^2}-1=\sqrt{\frac{5x^2-2}{6}}$.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2y^2+3x+3y-3=0 \\ x^3y-4x^2y-3xy^2+2xy-x^2+x=0 \end{cases}$

Câu III ***(4,0 điểm).***

1. Giải phương trình nghiệm nguyên: $y=\sqrt[3]{2+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{x}}$

2. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn 3^n-1 chia hết cho 2^{2024}. Chứng minh rằng $n\geq 2^{2022}$.

Câu IV ***(6,0 điểm).***

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{3}$ và đường cao AH. Trên đoạn BH lấy điểm M tùy ý (M không trùng B,H). Gọi P,Q lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB,AC.

1. Chứng minh giá trị của biểu thức $MP+MQ$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.

2. Gọi K là trung điểm của AM.

a. Chứng minh rằng tứ giác $PKQH$ là hình thoi.

b. Gọi S là diện tích của hình thoi $PKQH$. Biết khi điểm M thay đổi thì S nhận đúng một giá trị nguyên dương. Tìm giá trị nguyên dương đó.

3. Vẽ đường tròn (O) nội tiếp tam giác ABM. Gọi D,E,F theo thứ tự là tiếp điểm của (O) với các cạnh BM,AB,AM. Vẽ DN vuông góc với EF tại N. Chứng minh $\widehat{BNE}=\widehat{MNF}$.

Câu V ***(2,0 điểm).***

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\frac{a+b+1}{a^3+b^3+1}+\frac{b+c+1}{b^3+c^3+1}+\frac{c+a+1}{c^3+a^3+1}$

---------------------- **HẾT** ----------------------