

Bài 1 (4,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức $\frac{2\sqrt{12} + \sqrt{24}}{\sqrt{54} + \sqrt{108}} - \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5}{\sqrt{216}} - \frac{8 - 4\sqrt{2}}{6 - 3\sqrt{2}}$.

2) Giải phương trình $x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 4 = 0$.

Bài 2 (4,0 điểm)

1) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = (2m+1)x - m^2 - m$. Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho A, B nằm ở hai phía trục tung.

2) Cho hàm số $y = -4x^2$ có đồ thị là parabol (P) và một điểm $Q(0; -9)$. Hãy tìm hai điểm M, N trên (P) và có tọa độ là những số nguyên sao cho tứ giác OMQN là một tứ giác lồi có diện tích bằng $\frac{27}{2} \text{ cm}^2$ (đơn vị trên các trục tọa độ là cm).

Bài 3 (4,0 điểm)

1) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa $2x^3 + 4x^2y - 2x^2 + xy + 2y^2 - y + 2 = 0$.

2) Tìm số chính phương $\overline{abcd}$, biết rằng $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$.

Bài 4 (4,0 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại M. Kẻ tiếp tuyến MD của (O) ($D \neq A$). Gọi G, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên BC, AB, AC. Chứng minh rằng:

1) $MA^2 = MB \cdot MC$ và $BC = 2R \sin \widehat{BAC}$.

2) $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC}$.

3) G là trung điểm EF.

Bài 5 (2,0 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A. Từ một điểm I nằm trong tam giác ta kẻ IM vuông góc với BC, IN vuông góc với AC, IK vuông góc với AB ($M \in BC, N \in AC, K \in AB$). Xác định vị trí điểm I sao cho tổng $IM^2 + IN^2 + IK^2$ nhỏ nhất.

Bài 6 (2,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c . Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{(2a+b)(2a+c)} + \frac{b^2}{(2b+c)(2b+a)} + \frac{c^2}{(2c+a)(2c+b)} \leq \frac{1}{3}.$$

-----HẾT-----

• Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

• Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Ho và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....