

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán lớp 9 THCS

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 28/03/2023

(Đề thi gồm 01 trang, 05 câu)

Câu 1 (4,0 điểm). Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x-\sqrt{x}-1}{x-3\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \frac{x-10}{x-2\sqrt{x}-3} \right), \text{ với } x > 0; x \neq 9.$$

a. Rút gọn P .

b. Tính giá trị của P khi $x = 7 + 4\sqrt{3}$.

Câu 2 (4,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số).

a. Tìm điều kiện của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2m^2 - 8m}{x_1^2 + x_2^2 + 1}$.

Câu 3 (4,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 - 4xy + 4x - 4y = 0 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{3y-2} = 4 \end{cases}$$

Câu 4 (6,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp (O) , $AB < AC$. Phân giác trong của $\widehat{BAC}$ cắt BC tại D và cắt (O) tại điểm thứ hai P . Gọi M là giao điểm của OP và BC ; F đối xứng với D qua M . Lấy điểm H nằm trên AO và E nằm trên AD sao cho $HD; FE$ cùng vuông góc với BC .

a. Chứng minh rằng $\triangle AHD$ và $\triangle PFE$ là các tam giác cân.

b. Gọi K là giao điểm của HD và FP . Chứng minh rằng tứ giác $BHCK$ nội tiếp trong một đường tròn (O_1) .

c. Gọi T là giao điểm của (O_1) và tia DA . Gọi Q là giao điểm của HT và BC . Chứng minh rằng AQ là tiếp tuyến của (O) .

Câu 5 (2,0 điểm).

a. Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn:

$$3x^2 - 9y^2 + 4z^2 + 6y^2z^2 = 243$$

b. Cho một đa giác đều có 2023 đỉnh. Đánh dấu các đỉnh của đa giác bằng một trong hai chữ số 0 và 1. Chứng minh rằng luôn chọn ra được ba đỉnh của đa giác được đánh dấu giống nhau và tạo thành một tam giác cân.

Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: