

UBND HUYỆN VĨNH LỘC
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 CỤM THCS
Năm học 2016 -2017

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ GIAO LƯU MÔN: TOÁN LỚP 8

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)
(Đề gồm có 01 trang)

Bài 1: (4.0 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$

- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P
- b) Tìm x để $P = \frac{-1}{2}$
- c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P khi $x > 1$

Bài 2: (4.0 điểm)

- a) Giải phương trình: $\left(\frac{x+3}{x-2} \right)^2 + 6 \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^2 = \frac{7(x^2-9)}{x^2-4}$
- b) Phân tích đa thức sau thành nhân tử : $A = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$

Bài 3: (4.0 điểm)

- a) Cho a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng : $a^5 + b^5 + c^5 - (a+b+c)$ chia hết cho 30.
- b) Giải phương trình nghiệm nguyên : $x^2 + 2y^2 + 3xy + 3x + 5y = 15$

Bài 4: (6.0 điểm)

Cho tam giác ABC phân giác AD. Trên nửa phẳng không chứa A bờ BC, vẽ tia Cx sao cho $\widehat{BCX} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$. Cx cắt AD tại E ; I là trung điểm DE. Chứng minh rằng :

- a) $\triangle ABD$ đồng dạng với $\triangle CED$
- b) $AE^2 > AB.AC$
- c) $4AB.AC = 4AI^2 - DE^2$
- d) Trung trực của BC đi qua E

Bài 5: (2.0 điểm) Cho a, b, c là 3 số dương thỏa mãn : $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = abc$

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh

Chú ý: Cán bộ coi giao lưu không được giải thích gì thêm.

UBND HUYỆN VINH LỘC
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM GIAO LƯU LỚP 6,7,8 NĂM HỌC 2016-2017

MÔN: TOÁN LỚP 8

(Đáp án này gồm có 04 trang)

Câu u	Nội dung	Điểm
Bài 1 (4đ)	Câu a) ĐKXĐ $x \neq 0; x \neq 1$	0,25
	$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)}$	0,5
	$= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$	0,75
	$= \frac{x^2}{x-1}$	
	Câu b) $P = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow P = \frac{x^2}{x-1} = \frac{-1}{2}$ với $x \in \text{ĐKXĐ}$	0,25
	- HS tìm được $x = 1/2$	0,5
	Vậy $P = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (TMĐK)	0,25
	Câu c)	
	$P = \frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)+1}{x-1} = x+1 + \frac{1}{x-1}$	
	$P = x+1 + \frac{1}{x-1} = x-1 + \frac{1}{x-1} + 2$	0,5
	Vì $x > 1$ nên $x-1 > 0$ và $\frac{1}{x-1} > 0$. Áp dụng bất đẳng thức Cossi cho 2 số dương $x-1$	
	và $\frac{1}{x-1}$ ta có: $x-1 + \frac{1}{x-1} \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{1}{x-1}} = 2$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi $x-1 = \frac{1}{x-1}$	
	$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 1$	
	$\Leftrightarrow x-1 = 1 \text{ (vì } x-1 > 0 \text{)}$	
	$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (TM)}$	
	Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 4 khi $x = 2$	0,25

Bài 2 (4đ)	Câu a) $\left(\frac{x+3}{x-2}\right)^2 + 6\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^2 = \frac{7(x^2-9)}{x^2-4}$. Điều kiện: $x \neq \pm 2$. Đặt $\frac{x+3}{x-2} = u, \frac{x-3}{x+2} = v$, phương trình đã cho trở thành $u^2 + 6v^2 = 7uv$ $\Leftrightarrow u^2 - uv + 6v^2 - 6uv = 0$ $\Leftrightarrow u(u-v) - 6v(u-v) = 0$ $\Leftrightarrow (u-v)(u-6v) = 0$ $\Leftrightarrow u = v \text{ hoặc } u = 6v.$ - Xét $u = v$ ta có: $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x-3}{x+2}$ $\Rightarrow x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 - 3x - 2x + 6$ $\Leftrightarrow 10x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (TMĐK)}.$ - Xét $u = 6v$ ta có: $\frac{x+3}{x-2} = 6 \cdot \frac{x-3}{x+2}$ $\Rightarrow x^2 + 3x + 2x + 6 = 6x^2 - 18x - 12x + 36$ $\Leftrightarrow 5x^2 - 35x + 30 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 6x + 6 = 0$ $\Leftrightarrow x(x-1) - 6(x-1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-6) = 0$ $\Leftrightarrow x = 1 \text{ (TMĐK)}$ $\text{hoặc } x = 6 \text{ (TMĐK)}$ Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{0; 1; 6\}$ Câu b) Phân tích đa thức sau thành nhân tử : Học sinh phân tích được $A = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ $= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + z^3 - 3xyz$ $= (x+y+z)^3 - 3(x+y)z(x+y+z) - 3xy(x+y+z)$ $= (x+y+z)[(x+y+z)^2 - 3(x+y)z - 3xy]$ $= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2 - xy - yz - zx)$	0,25 0,75 0,5 0,5
Bài 3 (4đ)	Câu a) Cho a, b, c là các số nguyên. Chứng minh rằng : $a^5 + b^5 + c^5 - (a+b+c)$ chia hết cho 30. - Học sinh biến đổi được $a^5 - a = (a-2)(a-1)a(a+1)(a+2) + 5a(a-1)(a+1)$ - Học sinh lập luận được $a^5 - a$ chia hết cho 30 - Tương tự: $b^5 - b$ và $c^5 - c$ chia hết cho 30. Kết luận.	0,75 0,75 0,5

	Câu b) Giải phương trình nghiệm nguyên : $x^2 + 2y^2 + 3xy + 3x + 5y = 15$ - Học sinh biến được về dạng $(x + y + 2)(x + 2y + 1) = 17$ - HS lập luận được $(x + y + 2)$ và $(x + 2y + 1)$ là các biểu thức nguyên và xét được bốn trường hợp HS tìm được bốn nghiệm $(x; y) = (30; -15); (-18; 17); (12; -15); (-36; 17)$	0,75 0,25 1,0
Bài 4 (6đ)	a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle CED$ có: $\widehat{BAD} = \widehat{BCE} (= \frac{1}{2} \widehat{BAC})$ $\widehat{ADB} = \widehat{CDE}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle CED$ (g - g) b) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle AEC$ có: $\widehat{BAD} = \widehat{EAC} (= \frac{1}{2} \widehat{BAC})$ $\widehat{ABD} = \widehat{AEC}$ ($\triangle ABD = \triangle CED$)	1,5 1,0 0,5

	$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEC \text{ (g-g)}$ $\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AB.AC = AD.AE < AE^2 \text{ (AD < AE)}$ Vậy $AE^2 > AB.AC$ c) Ta có: $4AI^2 - DE^2 = 4AI^2 - 4DI^2 = 4(AI - DI)(AI + DI)$ $= 4AD(AI + IE) = 4AD.AE$ Mà $AD.AE = AB.AC$ (câu b) $\Rightarrow 4AB.AC = 4AI^2 - DE^2$ d) Chứng minh trung trực của BC qua E. +) $\triangle ABE \sim \triangle ADC$ $\widehat{BAD} = \widehat{DAC} ; \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AC} \text{ (AD.AE = AB.AC)}$ $\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADC \text{ (c.g.c)}$ $\Rightarrow \widehat{AEB} = \widehat{ACB}$ +) $\triangle BDE ; \triangle ADC$ $\widehat{BDE} = \widehat{ADC} \text{ (đối đỉnh)}$ $\widehat{BED} = \widehat{ACD}$ $\Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle ADC \text{ (g-g)}$ $\Rightarrow \widehat{DBE} = \widehat{DAC} = \widehat{BCE}$ $\Rightarrow \triangle BEC$ cân tại E $\Rightarrow$ Trung trực BC qua E	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 5 (2đ)	Ta có: $\frac{1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+b} + 1 - \frac{1}{1+c}$ $= \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{bc}{(1+b)(1+c)}}$ Tương tự: $\frac{1}{1+b} \geq 2\sqrt{\frac{ac}{(1+a)(1+c)}} ; \frac{1}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{ab}{(1+a)(1+b)}}$ $\frac{1}{(1+a)(1+b)(1+c)} \geq 8\sqrt{\frac{a^2b^2c^2}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$ $\frac{1}{(1+a)(1+b)(1+c)} \geq 8\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}$ $\Rightarrow abc \leq \frac{1}{8}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ \frac{1}{1+a} = \frac{1}{1+b} = \frac{1}{1+c} = 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow a=b=c = \frac{1}{2}$	0,5 0,75 0,5

	Vậy giá trị lớn nhất của Q là $\frac{1}{8}$ khi $a = b = c = \frac{1}{2}$	0,25
--	---	------