

UBND HUYỆN VĨNH LỘC
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8 CỤM THCS

Năm học 2014 – 2015

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ GIAO LƯU MÔN: TOÁN LỚP 8

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

(Đề giao lưu gồm có 01 trang)

Bài 1 (4,0 điểm):

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$ với x khác -1 và 1.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = -1\frac{2}{3}$.

3) Tìm giá trị của x để $A < 0$.

Bài 2 (4,0 điểm):

a) Giải phương trình sau: $\frac{1}{x^2-2x+2} + \frac{2}{x^2-2x+3} = \frac{6}{x^2-2x+4}$

b) Cho x là số nguyên. Chứng minh rằng biểu thức

$M = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$ là bình phương của một số nguyên

Bài 3 (4,0 điểm):

a). Cho x,y,z là các số nguyên thỏa mãn: $x + y + z$ chia hết cho 6
Chứng minh $M = (x + y)(x + z)(y + z) - 2xyz$ chia hết cho 6

b). Cho a,b,c là các số khác 0 thỏa mãn: $a^3b^3 + b^3c^3 + c^3a^3 = 3a^2b^2c^2$

Tính giá trị biểu thức $P = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right)$

Bài 4 (6,0 điểm).

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), có đường cao AH sao cho $AH = HC$. Trên AH lấy một điểm I sao cho $HI = BH$. Gọi P và Q là trung điểm của BI và AC. Gọi N và M là hình chiếu của H trên AB và IC ; K là giao điểm của đường thẳng CI với AB ; D là giao điểm của đường thẳng BI với AC.

a). Chứng minh I là trực tâm của tam giác ABC

b). Tứ giác HNKM là hình vuông

c). Chứng minh bốn điểm N, P, M, Q thẳng hàng.

Bài 5 (2,0 điểm):

Cho x,y,z là các số dương thỏa mãn điều kiện: $x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $x^2 + y^2 + z^2$

- Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chú ý: Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

UBND HUYỆN VĨNH LỘC
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8 CẤP HUYỆN
Năm học 2014 – 2015

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN LỚP 8
(Gồm có 04 trang)

I. Một số chú ý.

1. Tổng số điểm của 5 bài trong đề thi là 20 điểm.
2. Không được làm tròn điểm của từng bài và tổng điểm đạt được của thí sinh.
3. Thí sinh có thể giải bằng các cách khác với lời giải trong hướng dẫn chấm, nếu lời giải đúng, đủ bước thì người chấm vẫn có thể cho điểm tối đa theo biểu điểm quy định cho từng câu.

II. Đáp án, biểu điểm và hướng dẫn chấm.

Bài	Câu	Yêu cầu cần đạt và lời giải tóm tắt	Mức điểm
1 (4,0 điểm)	1.1	Với x khác -1 và 1 thì : $A = \frac{1-x^3-x+x^2}{1-x} : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-x+x^2)-x(1+x)}$ $= \frac{(1-x)(1+x+x^2-x)}{1-x} : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-2x+x^2)}$ $= (1+x^2) : \frac{1}{(1-x)}$ $= (1+x^2)(1-x)$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
	1.2	Tại $x = -1\frac{2}{3} = -\frac{5}{3}$ thì $A = \left[1 + \left(-\frac{5}{3}\right)^2\right] - \left[1 - \left(-\frac{5}{3}\right)\right]$ $= \left(1 + \frac{25}{9}\right)\left(1 + \frac{5}{3}\right)$ $= \frac{34}{9} \cdot \frac{8}{3} = \frac{272}{27} = 10\frac{2}{27}$	0,25đ 0,25đ 0,5đ
	1.3	Với x khác -1 và 1 thì $A < 0$ khi và chỉ khi $(1+x^2)(1-x) < 0$ (1)	0,25đ
	(1,0 điểm)	Vì $1+x^2 > 0$ với mọi x nên (1) xảy ra khi và chỉ khi $1-x < 0$ $\Leftrightarrow x > 1$ KL	0,5đ
			0,25đ
2	2.a	$\frac{1}{x^2-2x+2} + \frac{2}{x^2-2x+3} = \frac{6}{x^2-2x+4}$ Đặt $t = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$. Với $t \geq 2$	

(4,0 điểm)	(2,0 điểm)	Phương trình đã cho trở thành: $\frac{1}{t-1} + \frac{2}{t} = \frac{6}{t+1}$ $\Rightarrow 3t^2 - 7t + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$ Kết hợp với ĐK ta được $t = 2$ Do đó ta có: $(x-1)^2 + 2 = 2$ $(x-1)^2 = 0$. $x = 1$ Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 1$	0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ
	2.b (2,0 điểm)	Ta có: $M = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 1$ $= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + 1$ Đặt $t = x^2 + 5x + 5$ Khi đó $M = (t-1)(t+1) + 1$ $= t^2 - 1 + 1 = t^2$ Vì x là số nguyên nên t là số nguyên. Vậy M là bình phương của một số nguyên	0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ
3 (4,0 điểm)	(2,0 điểm)	a). Ta có: $M = (x+y)(x+z)(y+z) - 2xyz$ Học sinh biến đổi được $M = (x+y+z)(xy+yz+zx) - 3xyz$ Vì x,y,z là các số nguyên thỏa mãn $x+y+z$ chia hết cho 6 Nên $(x+y+z)(xy+yz+zx)$ chia hết cho 6 Trong 3 số x,y,z tồn tại ít nhất một số chia hết cho 2. Suy ra $3xyz$ chia hết cho 6 Do đó: $(x+y+z)(xy+yz+zx) - 3xyz$ chia hết cho 6 Vậy: M chia hết cho 6	0,75đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ
	2,0 điểm	Đặt $ab = x; bc = y; ca = z$ Ta có: $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ - Học sinh chứng minh: $x+y+z = 0$ hoặc $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx = 0$ - TH1: $x+y+z = 0$ HS sử dụng hằng đẳng thức: $(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 3(x+y)(y+z)(z+x)$ $\Rightarrow -xyz = (x+y)(y+z)(z+x)$ Ta có: $-a^2b^2c^2 = (ab+bc)(bc+ca)(ca+ab)$ $-abc = (a+b)(b+c)(c+a)$	0,25đ 0,5đ 0,25đ

		- Hoàn toàn tương tự ta cũng có P thuộc trung trực KH Vậy 4 điểm M,N,P,Q thẳng hàng	0,5 đ
5	(2,0 điểm)	- Áp dụng bất đẳng thức cô si cho 2015 số dương $x^{2015}; x^{2015}; 1;1;1;.....;1;1$ ta được $x^{2015}+x^{2015}+1+1+1+.....+1+1$ $\geq 2015\sqrt[2015]{x^{2015}.x^{2015}.1.1.1.....1} = 2015x^2$ $2x^{2015}+2013 \geq 2015x^2$ Hoàn toàn tương tự ta cũng có: $2y^{2015}+2013 \geq 2015y^2$ $2z^{2015}+2013 \geq 2015z^2$ $\Rightarrow 2(x^{2015} + y^{2015} + z^{2015}) + 6039 \geq 2015(x^2 + y^2 + z^2)$ $\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$ Dấu “=” xảy ra khi $x=y=z=1$ Vậy $x^2 + y^2 + z^2$ đạt giá trị lớn nhất là 3 tại $x = y = z = 1$	1,0đ 0,5đ 0,5đ