

Số báo danh

.....

Môn: **TOÁN 7**Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm 05 câu, 01 trang

Câu I:(4,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7}$

b) $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$

c) $C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$

d) $D = \frac{-1}{91} + \frac{-1}{247} + \frac{-1}{475} + \frac{-1}{775} + \frac{-1}{1147}$

Câu II:(4,0 điểm)

1. Tìm x biết:

a, $3\frac{1}{2} : |2x - 1| = \frac{21}{22}$

b, $\frac{x-4}{2019} + \frac{x-3}{2020} = \frac{x-2}{2021} + \frac{x-1}{2022}$

2. Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn điều kiện: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$.Hãy tính giá trị của biểu thức $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ **Câu III:**(4,0 điểm)1) Tìm giá trị nguyên dương của x và y, sao cho: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$.2) Tìm x; y; z biết: $2x = 3y$; $4y = 5z$ và $4x - 3y + 5z = 7$ 3) Với n là số tự nhiên, chứng minh rằng: $n^2 + 2022$ không phải là số chính phương**Câu IV:**(6,0 điểm)Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB, AC lần lượt ở M, N.a. Chứng minh rằng: $DM = EN$.

b. MN cắt BC tại I. Chứng minh I là trung điểm của MN.

c. Chứng minh rằng đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định khi D thay đổi trên cạnh BC.

Câu V:(1,0 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x - 2021| + |x - 2022| + |x - 2023|$

---- HẾT ----

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CÁC MÔN VĂN HOÁ CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN: TOÁN 7
Hướng dẫn chấm này có 05 trang

Câu	Nội dung	Điểm
Câu I (4điểm)	a) $A = \frac{15}{34} + \frac{7}{21} + \frac{19}{34} - \frac{20}{15} + \frac{3}{7}$ $= \left(\frac{15}{34} + \frac{19}{34} \right) + \left(\frac{7}{21} - \frac{20}{15} \right) + \frac{3}{7}$ $= 1 + \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{3}{7}$ $= 1 + (-1) + \frac{3}{7}$ $= 0 + \frac{3}{7} = \frac{3}{7}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	b) $B = \frac{4^5 \cdot 9^4 - 2 \cdot 6^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 6^8 \cdot 20}$ $= \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2 \cdot 2^9 \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 2^8 \cdot 3^8 \cdot 2^2 \cdot 5} = \frac{2^{10} \cdot 3^8 - 2^{10} \cdot 3^9}{2^{10} \cdot 3^8 + 3^8 \cdot 2^{10} \cdot 5}$ $= \frac{2^{10} \cdot 3^8 (1 - 3)}{2^{10} \cdot 3^8 (1 + 5)} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$	0,5 0,5
	c) $C = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$ $= \frac{3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \right)} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right)}$ $= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$	0,5 0,5
	d) $D = \frac{-1}{91} + \frac{-1}{247} + \frac{-1}{475} + \frac{-1}{775} + \frac{-1}{1147}$ $= \frac{-1}{7 \cdot 13} + \frac{-1}{13 \cdot 19} + \frac{-1}{19 \cdot 25} + \frac{-1}{25 \cdot 31} + \frac{-1}{31 \cdot 37}$ $= -\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{6}{7 \cdot 13} + \frac{6}{13 \cdot 19} + \frac{6}{19 \cdot 25} + \frac{6}{25 \cdot 31} + \frac{6}{31 \cdot 37} \right)$ $= -\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{25} + \frac{1}{25} - \frac{1}{31} + \frac{1}{31} - \frac{1}{37} \right)$ $= -\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{37} \right) = -\frac{5}{259}$	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu II (4điểm)	a) $3\frac{1}{2} : 2x-1 = \frac{21}{22}$ $\frac{7}{2} : 2x-1 = \frac{21}{22}$ $ 2x-1 = \frac{7}{2} : \frac{21}{22} = \frac{11}{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = \frac{11}{3} \\ 2x-1 = -\frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$ Vậy $x = \frac{7}{3}$ hoặc $x = -\frac{4}{3}$	0,5 0,5
	b) $\frac{x-4}{2019} + \frac{x-3}{2020} = \frac{x-2}{2021} + \frac{x-1}{2022}$ $\left(\frac{x-4}{2019} - 1\right) + \left(\frac{x-3}{2020} - 1\right) = \left(\frac{x-2}{2021} - 1\right) + \left(\frac{x-1}{2022}\right)$ $\frac{x-23}{2019} + \frac{x-23}{2020} = \frac{x-23}{2021} + \frac{x-23}{2022}$ $(x-2023) \left(\frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \right) = 0$ $\Rightarrow x-2023 = 0 \quad \left(\text{Vì } \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \neq 0 \right)$ $\Rightarrow x = 2023.$ Vậy: $x = 2023$	0,25 0,25 0,25 0,25
	a) +Nếu $a+b+c \neq 0$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,ta có: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$ mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$ $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$ Vậy $a+b+c \neq 0$ Thì $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
	+Nếu $a+b+c = 0$ Thì: $a + b = -c, b + c = -a, a + c = -b$ Hay: $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = \frac{-c}{a} \cdot \frac{-b}{c} \cdot \frac{-a}{b} = -1$ Vậy: $a+b+c = 0$ Thì $B = -1$	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
	1. (1.5 điểm)	

Câu III
(4.0
điểm)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow 5x + 5y = xy \quad (\forall x > 0; y > 0)$$

$$\Rightarrow xy - 5x - 5y = 0$$

$$\Rightarrow x(y-5) - 5(y-5) = 25$$

$$\Rightarrow (x-5)(y-5)=25$$

$$\Rightarrow x - 5; y - 5 \in$$

$$U(25)=\{\pm 1; \pm 5; \pm 25\}$$

Ta có bảng sau:

x - 5	1	-1	5	-5	25	-25
y - 5	25	-25	5	-5	1	-1
x	6	4	10	0	30	-20
y	30	-20	10	0	6	4

Vì x, y là các số nguyên dương nên ta có

$$(x, y) \in \{(6; 30); (10; 10); (30; 6)\}$$

2. (1,5 điểm) Từ: $2x = 3y$; $4y = 5z \Rightarrow 8x = 12y = 15z$

$$\Rightarrow \frac{x}{\frac{1}{8}} = \frac{y}{\frac{1}{12}} = \frac{z}{\frac{1}{15}} = \frac{4x}{\frac{1}{2}} = \frac{3y}{\frac{1}{4}} = \frac{5z}{\frac{1}{3}} = \frac{4x-3y+5z}{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}} = \frac{7}{\frac{1}{12}} = 12$$

$$\Rightarrow x = 12 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{2}; y = 12 \cdot \frac{1}{12} = 1; z = 12 \cdot \frac{1}{15} = \frac{4}{5}$$

3. (1,0 điểm) Vì n là số tự nhiên nên n^2 là số chính phương do đó n^2 có dạng $4k$ hoặc $4k+1$ ($k \in \mathbb{N}$)

Nếu $n^2 = 4k$ thì $n^2 + 2022 = 4k + 2022 = 4.(k + 505) + 2$

$\Rightarrow n^2 + 2022$ không phải là số chính phương

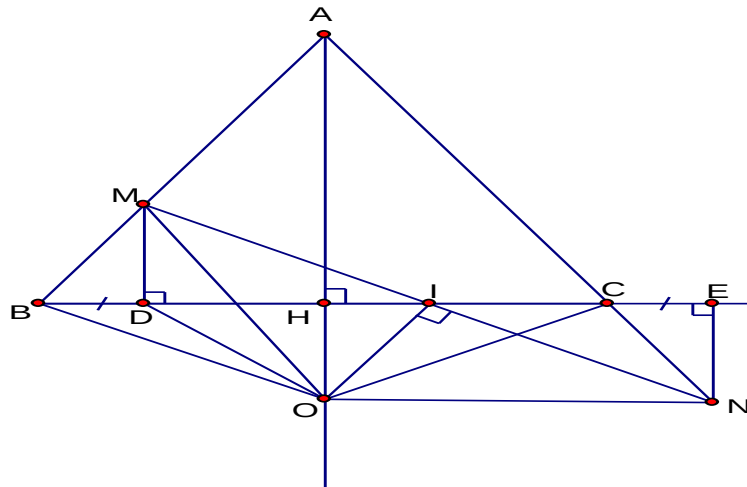
Nếu $n^2 = 4k+1$ thì

$$n^2 + 2022 = 4k + 1 + 2022 = 4k + 2023 = 4 \cdot (k + 505) + 2$$

$\Rightarrow n^2 + 2022$ không phải là số chính phương

KL: Vậy với mọi số tự nhiên n thì $n^2 + 2022$ không phải là số chính phương

Câu IV
(6.0 điểm)



	a) (2 điểm) Xét $\triangle BDM$ và $\triangle CEN$ có: $\angle MDB = \angle NEC = 90^\circ$ (do $MD \perp BC$; $NE \perp BC$) $BD = CE$ (gt) $\angle MBD = \angle NCE$ ($= \angle ACB$) $\Rightarrow \triangle BDM = \triangle CEN$ (g.c.g) $\Rightarrow DM = EN$ (hai cạnh tương ứng) b) (2.0 điểm) Xét $\triangle MDI$ và $\triangle NEI$ có: $\angle MDI = \angle NEI = 90^\circ$ (do $MD \perp BC$; $NE \perp BC$) $DM = EN$ (ý a) $\angle DMI = \angle ENI$ (So le trong và $MD \parallel NE$) $\Rightarrow \triangle MDI = \triangle NEI$ (g.c.g) $\Rightarrow IM = IN$ (hai cạnh tương ứng) Vậy I là trung điểm của MN. c) (2,0 điểm) Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A xuống BC, O là giao điểm của AH với đường thẳng vuông góc với MN kẻ từ I $\Rightarrow$ Cần chứng minh O là điểm cố định. Nối O với B, C. Vì đường thẳng OA cố định nên cần chứng minh OC cố định hay $OC \perp AC$. Chứng minh: $\triangle AHB = \triangle AHC$ (ch – gn) $\Rightarrow \angle BAH = \angle CAH$ (hai góc tương ứng) Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OAC$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle OBA = \angle OCA$ (1) Chứng minh $\triangle OBM = \triangle OCN$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle OBA = \angle OCN$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle OCA = \angle OCN$ mà $\angle OCA + \angle OCN = 180^\circ$ $\Rightarrow \angle OCA = \angle OCN = 90^\circ \Rightarrow OC \perp AC$. Vì AC cố định mà $OC \perp AC \Rightarrow O$ là điểm cố định. Vậy khi D di chuyển trên cạnh BC thì đường thẳng vuông góc với MN tại I luôn đi qua một điểm cố định.	0,5 0,25 0,75 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
Câu V (1.0 điểm)	Ta có: $A = x - 2021 + x - 2022 + x - 2023$ $= (x - 2021 + 2023 - x) + x - 2022$ Do $x - 2021 + 2023 - x \geq x - 2021 + 2023 - x = 2 = 2$ với mọi x (1) và $x - 2022 \geq 0$ với mọi x (2) Từ (1) và (2) suy ra: $A = (x - 2021 + 2023 - x) + x - 2022 \geq 2$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} (x - 2021)(2023 - x) \geq 0 \\ x - 2022 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2021 \leq x \leq 2023 \\ x = 2022 \end{cases} \Rightarrow x = 2022$ Vậy Min $A = 2 \Leftrightarrow x = 2022$	0,25 0,25 0,25 0,25

Lưu ý: -Học sinh nếu làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Trong bài hình nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không được chấm điểm.

----- HẾT -----