

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính: $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018}$.

2) Cho hai đa thức: $P(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^4 - 9x^2 + 11x - 3$ và $Q(x) = 3x^4 + x^5 - 2x^3 - 11 - 10x^2 + 9x$.

Biết rằng $G(x) - 2x^2 + Q(x) = P(x)$. Tìm đa thức $G(x)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

1) Hãy chia số $\frac{213}{70}$ thành ba phần tỉ lệ thuận với $\frac{3}{5}$; 4; $\frac{5}{2}$.

2) Tìm các số x, y, z biết $\frac{x}{3} = \frac{1-y}{4}$; $2x = 3z$ và $z + y - 3x = -10$.

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau : $P = (x^2 + 1)^2 + (y^4 + 2)^4 + 3$.

2) Cho hàm số $f(x)$ xác định với mọi $x \in R$. Biết rằng với mọi $x \neq 0$ ta đều có

$f(x) + 2.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$. Tính $f(2)$?

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, điểm M là trung điểm của BC. Trên nửa mặt phẳng chứa điểm C bờ là đường thẳng AB vẽ đoạn thẳng AE vuông góc với AB và $AE = AB$. Trên nửa mặt phẳng chứa điểm B bờ là đường thẳng AC vẽ đoạn thẳng AD vuông góc với AC và $AD = AC$.

a) Chứng minh: $BD = CE$.

b) Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = MA$. Chứng minh: $\widehat{BAC} + \widehat{ACN} = 180^\circ$.

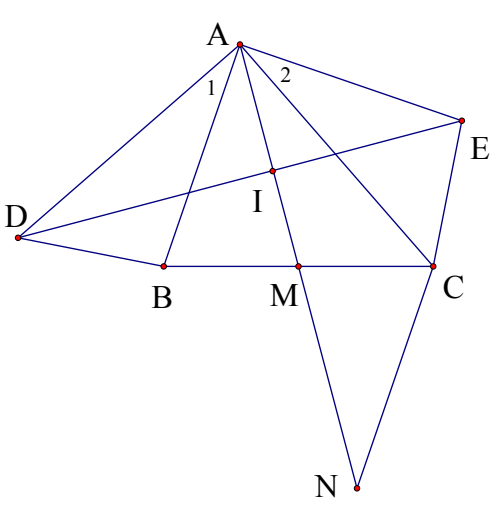
c) Gọi I là giao điểm của DE và AM. Tính tỉ số $\frac{AD^2 + IE^2}{DI^2 + AE^2}$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho a, b, c, d là các số tự nhiên khác 0. Chứng minh rằng:

$S = \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+d} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{a+c+d}$ có giá trị không phải là số tự nhiên.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 (2,0đ)	1 (1,0đ)	$A = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}$	0,50
		$A = \frac{1}{1} - \frac{1}{2018}$	0,25
		$A = \frac{2017}{2018}$	0,25
	2 (1,0đ)	$G(x) = P(x) - Q(x) + 2x^2 = (x^5 - 2x^3 + 3x^4 - 9x^2 + 11x - 3) - (3x^4 + x^5 - 2x^3 - 11 - 10x^2 + 9x) + 2x^2$	0,25
		$= 3x^2 + 2x + 8$	0,50
		Vậy $G(x) = 3x^2 + 2x + 8$.	0,25
2 (2,0đ)	1 (1,0đ)	Gọi 3 phần cần tìm lần lượt là x, y, z Theo bài ra ta có $x+y+z = \frac{213}{70}$ và $x:y:z = \frac{3}{5} : 4 : \frac{5}{2}$	0,25
		hay $x+y+z = \frac{213}{70}$ và $x:y:z = 6 : 40 : 25$	0,25
		suy ra $\frac{x}{6} = \frac{y}{40} = \frac{z}{25} = \frac{x+y+z}{6+40+25} = \frac{\frac{213}{70}}{71} = \frac{3}{70}$	
		$\Rightarrow x = \frac{9}{35}; y = \frac{12}{7}; z = \frac{15}{14}$	0,25
		Vậy 3 phần cần tìm là $\frac{9}{35}; \frac{12}{7}; \frac{15}{14}$	0,25
	2 (1,0đ)	Theo bài ra ta có $\frac{x}{3} = \frac{1-y}{4} = \frac{z}{2}$ và $z + y - 3x = -10$ suy ra	0,25
		$\frac{x}{3} = \frac{1-y}{4} = \frac{z}{2} = \frac{z - (1-y) - 3x}{2-4-9}$	
		$= \frac{z + y - 3x - 1}{-11} = \frac{-10-1}{-11} = 1$	0,25
		$\Rightarrow x = 3; 1 - y = 4; z = 2$	0,25
3 (2,0đ)	1 (1,0đ)	Ta có $x^2 \geq 0 \forall x \Rightarrow x^2 + 1 \geq 1 \forall x \Rightarrow (x^2 + 1)^2 \geq 1^2 = 1 \forall x$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 0$	0,25
		$y^2 \geq 0 \forall y \Rightarrow y^2 + 2 \geq 2 \forall y \Rightarrow (y^2 + 2)^4 \geq 2^4 = 16 \forall y$	0,25

		Dấu “=” xảy ra khi $y = 0$	
		$\Rightarrow P \geq 1 + 16 + 3 = 20$	0,25
		Vậy GTNN của P bằng 20 khi $x = 0; y = 0$.	0,25
	2 (1,0đ)	Với mọi $x \neq 0$ ta đều có $f(x) + 2.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ nên: + Tại $x = 2$ ta có: $f(2) + 2f\left(\frac{1}{2}\right) = 4$ (1)	0,25
		+ Tại $x = \frac{1}{2}$ ta có: $f\left(\frac{1}{2}\right) + 2f(2) = \frac{1}{4} \Rightarrow 2f\left(\frac{1}{2}\right) + 4f(2) = \frac{1}{2}$ (2)	0,25
		Trừ vế với vế của (2) cho (1) ta có $3.f(2) = \frac{-7}{2} \Rightarrow f(2) = \frac{-7}{6}$	0,25
		Vậy $f(2) = \frac{-7}{6}$	0,25
		Nếu hs chỉ thiếu lập luận: Với mọi $x \neq 0$ ta đều có $f(x) + 2.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$ thì trừ 0,25 điểm	
	4 (3,0đ)	Vẽ hình, ghi giả thiết - kết luận đúng (đến hết phần 2)	
			0,50
		Chứng minh được $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (cùng phụ với góc BAC)	0,25
		Chứng minh được $\triangle ABD = \triangle AEC$ (c.g.c)	0,25
		$\Rightarrow BD = CE$ (hai cạnh tương ứng)	0,25
		Chứng minh được $\triangle CMN = \triangle BMA$ (c.g.c)	0,25
		$\Rightarrow CN = AB$ và $\widehat{ABC} = \widehat{MCN}$	0,25
		$\Rightarrow AB \parallel CN$ (vì có hai góc so le trong bằng nhau)	0,25
		$\Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{ACN} = 180^\circ$ (2 góc trong cùng phía bù nhau)	0,25
		$\widehat{DAE} = \widehat{DAC} + \widehat{BAE} - \widehat{BAC} = 90^\circ + 90^\circ - \widehat{BAC} = 180^\circ - \widehat{BAC}$ (1) $\widehat{ACN} = 180^\circ - \widehat{BAC}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{DAE} = \widehat{ACN}$ Chứng minh được $\triangle ADE = \triangle CAN$ (c.g.c)	0,25
		Từ $\triangle ADE = \triangle CAN \Rightarrow \widehat{ADE} = \widehat{CAN}$ (hai góc tương ứng) Mà $\widehat{DAN} + \widehat{CAN} = 90^\circ$ nên $\widehat{DAN} + \widehat{ADE} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{DAI} + \widehat{ADI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AID} = \widehat{AIE} = 90^\circ$	0,25

		Áp dụng định lý Pytago vào tam giác AID và AIE vuông tại I ta có: $AD^2 - DI^2 = AE^2 - EI^2$ (cùng $= AI^2$)	0,25
		$\Rightarrow AD^2 + EI^2 = AE^2 + DI^2 \Rightarrow \frac{AD^2 + EI^2}{DI^2 + AE^2} = 1$	0,25
		Nếu hs không ghi GT, KL thì vẫn cho điểm tối đa 0,25 điểm phần vẽ hình	
5 (1,0đ)		$\frac{a}{a+b+c+d} < \frac{a}{a+b+c} < \frac{a}{a+b}$ $\frac{b}{a+b+c+d} < \frac{b}{a+b+d} < \frac{b}{a+b}$ $\frac{c}{a+b+c+d} < \frac{c}{b+c+d} < \frac{c}{c+d}$ $\frac{d}{a+b+c+d} < \frac{d}{a+c+d} < \frac{d}{c+d}$	0,25
		$\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a+b+c+d} < S < \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} \right) + \left(\frac{c}{c+d} + \frac{d}{c+d} \right)$	0,25
		suy ra $1 < S < 1 + 1$ hay $1 < S < 2$	0,25
		Vậy S có giá trị không phải số tự nhiên.	0,25

Ghi chú: Nếu học sinh giải bằng cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Hết -