

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Gồm có 01 trang)

Môn thi: Toán - Lớp 7

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (4,0 điểm).

a) Tính giá trị biểu thức $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4}$

c) Tìm đa thức M biết rằng : $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$. Tính giá trị của M khi x, y thỏa mãn $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0$.

Câu 2(4,0 điểm): Tìm x biết

a) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$

c) Tìm x, y nguyên biết $2xy - x - y = 2$

Câu 3(6,0 điểm):

a) Tìm hai số nguyên dương x và y biết rằng tổng, hiệu và tích của chúng lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210; 12.

b) Cho $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z}$

chứng minh rằng biểu thức $P = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$ có giá trị nguyên.

c) Cho a, b, c, d $\in \mathbb{Z}$ thỏa mãn $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3)$. Chứng minh a + b + c + d chia hết cho 3

Câu 4(5,0 điểm):

Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng:

a) AC = EB và AC // BE

b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK . Chứng minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ (H $\in$ BC). Biết $\widehat{HBE} = 50^\circ$; $\widehat{MEB} = 25^\circ$.

Tính $\widehat{HEM}$ và $\widehat{BME}$

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$. Chứng tỏ B không phải là số nguyên.

..... Hết

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4.0đ)	a) $A = \left(2\frac{1}{3} + 3,5\right) : \left(-4\frac{1}{6} + 2\frac{1}{7}\right) + 7,5 = \left(\frac{7}{3} + \frac{7}{2}\right) : \left(-\frac{25}{6} + \frac{15}{7}\right) + \frac{15}{2}$ $= \frac{35}{6} : \frac{-85}{42} + \frac{15}{2} = \frac{35}{6} \cdot \frac{-42}{85} + \frac{15}{2} = \frac{-49}{17} + \frac{15}{2} = \frac{157}{34}$	0.5 0.5
	b) $B = \frac{2.8^4.27^2 + 4.6^9}{2^7.6^7 + 2^7.40.9^4} = \frac{2.(2^3)^4.(3^3)^2 + 2^2.2^9.3^9}{2^7.2^7.3^7 + 2^7.2^3.5.(3^2)^4} = \frac{2^{13}.3^6 + 2^{11}.3^9}{2^{14}.3^7 + 2^{10}.3^8.5}$ $= \frac{2^{11}.3^6.(2^2 + 3^3)}{2^{10}.3^7.(2^4 + 3.5)} = \frac{2}{3}$	1.0 0.5
	c) $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2 \Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - (5x^2 - 2xy)$ $\Rightarrow M = 6x^2 + 9xy - y^2 - 5x^2 + 2xy = x^2 + 11xy - y^2$ Ta có: $\begin{cases} (2x-5)^{2018} \geq 0 \\ (3y+4)^{2020} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \geq 0$ Mà $(2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} \leq 0 \Rightarrow (2x-5)^{2018} + (3y+4)^{2020} = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} (2x-5)^{2018} = 0 \\ (3y+4)^{2020} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases}$. Thay vào ta được $M = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 11 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{4} - \frac{110}{3} - \frac{16}{9} = \frac{-1159}{36}$	0.5 0.25 0.25 0.25 0.25
	a) $-\frac{15}{12}x + \frac{3}{7} = \frac{6}{5}x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{5}x + \frac{5}{4}x = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{6}{5} + \frac{5}{4}\right)x = \frac{13}{14} \Leftrightarrow \frac{49}{20}x = \frac{13}{14} \Leftrightarrow x = \frac{130}{343}$, Vậy $x = \frac{130}{343}$	0.5đ 0.5đ
	b) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \dots + \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1}\right) = \frac{49}{99}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2x+1}\right) = \frac{49}{99} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2x+1} = \frac{98}{99} \Rightarrow \frac{1}{2x+1} = \frac{1}{99}$ $\Rightarrow 2x+1 = 99 \Rightarrow 2x = 98 \Rightarrow x = 49$. Vậy $x = 49$	0.25 0.75 0.5
2 (4.0đ)	c) $2xy - x - y = 2 \Leftrightarrow 4xy - 2x - 2y = 4 \Leftrightarrow 2x(2y - 1) - 2y + 1 = 5 \Leftrightarrow (2y - 1)(2x - 1) = 5$ HS xét 4 trường hợp tìm ra $(x, y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$ Vậy $(x, y) = \{(1; 3); (3; 1); (-2; 0); (0; -2)\}$	0.75 0.75

3 (6.0đ)	a) Do tổng, hiệu và tích của x và y lần lượt tỉ lệ nghịch với 35; 210; 12. Ta có $(x + y).35 = (x - y).210 = 12. xy$ Từ $(x + y).35 = (x - y).210 \Rightarrow \frac{x+y}{210} = \frac{x-y}{35} \Rightarrow \frac{x+y}{210} = \frac{x-y}{35} = \frac{2x}{245} = \frac{2y}{175}$ $\Rightarrow \frac{x}{7} = \frac{y}{5} \Rightarrow x = \frac{7y}{5}$ thay vào đẳng thức $(x + y).35 = 12. xy$ ta được $\Rightarrow y^2 - 5y = 0 \Rightarrow y(y - 5) = 0 \Rightarrow y \in \{0; 5\}$ mà $y > 0$ nên $y = 5$ Với $y = 5$ thì $x = 7$.	0,5 0,5 0,5 0,5
	b) $\frac{x}{y+z+t} = \frac{y}{z+t+x} = \frac{z}{t+x+y} = \frac{t}{x+y+z} \Rightarrow \frac{y+z+t}{x} = \frac{z+t+x}{y} = \frac{t+x+y}{z} = \frac{x+y+z}{t}$ $\Rightarrow \frac{y+z+t}{x} + 1 = \frac{z+t+x}{y} + 1 = \frac{t+x+y}{z} + 1 = \frac{x+y+z}{t} + 1$ $\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{x} = \frac{z+t+x+y}{y} = \frac{t+x+y+z}{z} = \frac{x+y+z+t}{t}$ Nếu $x + y + z + t = 0$ thì $P = -4$ Nếu $x + y + z + t \neq 0$ thì $x = y = z = t \Rightarrow P = 4$ Vậy P nguyên	0,75 0,5 0,75
	c) Ta có $a^3 + b^3 = 2(c^3 - 8d^3) \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 3c^3 - 15d^3$ Mà $3c^3 - 15d^3 : 3$ nên $a^3 + b^3 + c^3 + d^3 : 3$ (1) Dư trong phép chia a cho 3 là $\{0; \pm 1\}$ suy ra dư trong phép chia a^3 cho 3 cũng là $\{0; \pm 1\}$ hay $a \equiv a^3 \pmod{3}$ Tương tự ta có $b \equiv b^3 \pmod{3}; c \equiv c^3 \pmod{3}; d \equiv d^3 \pmod{3}$ $\Rightarrow a + b + c + d \equiv a^3 + b^3 + c^3 + d^3 \pmod{3}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $a + b + c + d$ chia hết cho 3	0.75 0.5 0.75
	Vẽ hình ; ghi GT-KL	0,5
4 (5,0đ)	a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có : $AM = EM$ (gt) $\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (đối đỉnh) $BM = MC$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c) $\Rightarrow AC = EB$ (Hai cạnh tương ứng) Vì $\triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MEB}$ và 2 góc này ở vị trí so le trong Suy ra $AC \parallel BE$.	1,0 0,5
	b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có : $AM = EM$ (gt)	

	$\widehat{MAI} = \widehat{MEK}$ (vì $\triangle AMC = \triangle EMB$) $AI = EK$ (gt) Nên $\triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AMI} = \widehat{EMK}$ Mà $\widehat{AMI} + \widehat{IME} = 180^\circ$ (tính chất hai góc kề bù) $\Rightarrow \widehat{EMK} + \widehat{IME} = 180^\circ \Rightarrow$ Ba điểm I;M;K thẳng hàng	1,0
	$\Rightarrow \widehat{EMK} + \widehat{IME} = 180^\circ \Rightarrow$ Ba điểm I;M;K thẳng hàng	0,5
	c) Trong tam giác vuông BHE ($\widehat{H} = 90^\circ$) có $\widehat{HBE} = 50^\circ$ $\Rightarrow \widehat{HBE} = 90^\circ - \widehat{HBE} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \Rightarrow \widehat{HEM} = \widehat{HEB} - \widehat{MEB} = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$ $\widehat{BME}$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$ $\Rightarrow \widehat{BME} = \widehat{HEM} + \widehat{MHE} = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$	1,0
	$\Rightarrow \widehat{BME} = \widehat{HEM} + \widehat{MHE} = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$	0,5
5 (1,0đ)	b) Ta có: $B = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \frac{24}{25} + \dots + \frac{2499}{2500}$ $B = 49 - \left(1 - \frac{3}{4} + 1 - \frac{8}{9} + 1 - \frac{15}{16} + 1 - \frac{24}{25} + \dots + 1 - \frac{2499}{2500} \right)$ $B = 49 - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) = 49 - M$ Trong đó $M = \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right)$ Áp dụng tính chất $\frac{1}{(n+1)n} < \frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1)n}$ Ta có: $\left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right) < \left(\frac{1}{2 \cdot 1} + \frac{1}{3 \cdot 2} + \frac{1}{4 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 49} \right)$ $M < 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{49} + \frac{1}{50} - \frac{1}{50} = 1 - \frac{1}{50} < 1$ Ta lại có: $M > \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{50} - \frac{1}{51}$ $M > \frac{1}{2} - \frac{1}{51} = \frac{49}{101} > 0$ Từ đó suy ra $0 < M < 1 \Rightarrow B = 49 - M$ không phải là một số nguyên.	0.5
		0.5

Chú ý:

1. Thí sinh có thể làm bài bằng cách khác, nếu đúng vẫn được điểm tối đa.
2. Nếu thí sinh chứng minh bài hình mà không vẽ hình thì không chấm điểm bài hình.
3. Chấm và cho điểm từng phần, điểm của toàn bài là tổng các điểm thành phần không làm tròn.