

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 1. (3 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $S = 1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + \dots + 994 - 995 - 996 + 997 + 998$

b) $P = \frac{3^{11} \cdot 11 + 3^{11} \cdot 21}{3^9 \cdot 2^5}$

Câu 2. (2 điểm) Tìm x biết: $\frac{2}{3} \cdot x - 70 \frac{10}{11} : \left(\frac{131313}{151515} + \frac{131313}{353535} + \frac{131313}{636363} + \frac{131313}{999999} \right) = -5$

Câu 3. (2 điểm) Tìm hai số tự nhiên biết rằng tổng của chúng bằng 84 và ƯCLN của chúng bằng 6.

Câu 4. (2 điểm) Tìm các chữ số $x; y$ để $A = \overline{x183y}$ chia cho 2; 5 và 9 đều dư 1.

Câu 5. (2 điểm) Tìm số nguyên n để phân số $\frac{2n+1}{n+2}$ có giá trị là số nguyên.

Câu 6. (2 điểm) Ba xe buýt cùng khởi hành lúc 6 giờ sáng từ một bến xe và đi theo 3 hướng khác nhau. Xe thứ nhất quay về bến sau 1 giờ 5 phút và sau 10 phút lại đi. Xe thứ hai quay về bến sau 56 phút và lại đi sau 4 phút. Xe thứ ba quay về bến sau 48 phút và sau 2 phút lại đi. Hỏi ba xe lại cùng xuất phát từ bến lần thứ hai vào lúc mấy giờ?

Câu 7. (1,5 điểm) Tìm các số nguyên tố p sao cho $2^p + p^2$ là một số nguyên tố.

Câu 8. (2 điểm) Trên đường thẳng xy lấy điểm O . Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ xy vẽ hai tia Oa, Ob sao cho $\widehat{xOa} = 40^\circ$, $\widehat{xOb} = 100^\circ$. Vẽ tia Oc là tia phân giác của $\widehat{yOb}$. Tính số đo $\widehat{aOc}$.

Câu 9. (2 điểm) Trên mặt phẳng cho n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau và không có ba đường thẳng nào cùng đi qua một điểm. Biết rằng tổng số giao điểm mà n đường thẳng đó cắt nhau tạo ra bằng 465. Tìm n .

Câu 10. (1,5 điểm) Trong một buổi giao lưu toán học, ngoại trừ Bình, hai người bất kỳ đều bắt tay nhau, Bình chỉ bắt tay với những người mình quen. Biết rằng mỗi cặp hai người chỉ bắt tay nhau không quá một lần và có tổng cộng 420 lần bắt tay. Hỏi Bình có bao nhiêu người quen trong buổi giao lưu đó.

----- HẾT -----

Cán bộ coi giao lưu không giải thích gì thêm.

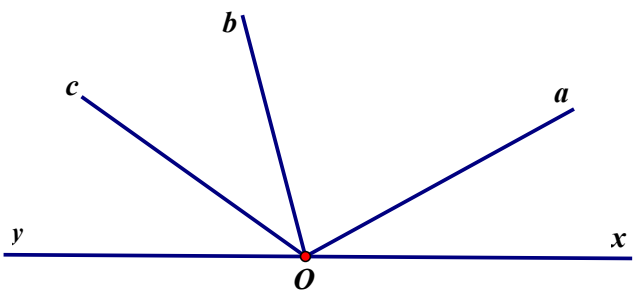
Họ tên học sinh.....SBD:.....Phòng.....

A. Hướng dẫn chung:

- Hướng dẫn chấm chỉ nêu một cách giải. HS có thể giải theo cách khác, nếu đúng logic, khoa học giám khảo căn cứ vào bài làm cụ thể của HS để cho điểm; điểm cho không được vượt quá thang điểm phân đó.
- Câu 8 nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai bản chất thì không chấm điểm. Câu 9 học sinh có thể vẽ hình minh họa hoặc không vẽ.

B. Đáp án và thang điểm:

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1	a) $S = 1 + (2 - 3 - 4 + 5) + (6 - 7 - 8 + 9) + \dots + (994 - 995 - 996 + 997) + 998$ $= 1 + 0 + 0 + \dots + 0 + 998$ $= 999$	0,5 0,5 0,5
	b) $P = \frac{3^{11} \cdot 11 + 3^{11} \cdot 21}{3^9 \cdot 2^5} = \frac{3^{11} (11 + 21)}{3^9 \cdot 2^5}$	0,5
	$= \frac{3^{11} \cdot 32}{3^9 \cdot 32}$	0,5
	$= \frac{3^2}{1} = 9$	0,5
2	Ta có: $\frac{2}{3}x - 70 \frac{10}{11} : \left(\frac{131313}{151515} + \frac{131313}{353535} + \frac{131313}{636363} + \frac{131313}{999999} \right) = -5$	
	$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left(\frac{13}{15} + \frac{13}{35} + \frac{13}{63} + \frac{13}{99} \right) = -5$	0,5
	$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left[\frac{13}{2} \left(\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} \right) \right] = -5$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left[\frac{13}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{11} \right) \right] = -5$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - \frac{780}{11} : \left(\frac{13}{2} \cdot \frac{8}{33} \right) = -5$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x - 45 = -5$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = 40$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 60$	0,25
3	Gọi hai số tự nhiên phải tìm là a và b (giả sử $a \leq b$).	0,25
	Ta có: $(a, b) = 6$ nên $a = 6a'$; $b = 6b'$ trong đó $(a', b') = 1$. ($a', b' \in \mathbb{N}$).	0,25
	Do $a + b = 84$ nên $6(a' + b') = 84 \Rightarrow a' + b' = 14$.	0,25
	Chọn cặp số a', b' nguyên tố cùng nhau có tổng bằng 14 ($a' \leq b'$), ta có các trường hợp:	0,25
	$a' = 1; b' = 13 \Rightarrow a = 6; b = 78$	0,25
	$a' = 3; b' = 11 \Rightarrow a = 18; b = 66$	0,25

	$a' = 5; b' = 9 \Rightarrow a = 30; b = 54.$ KL: Vậy các cặp số thỏa mãn là: (6;78); (18;66); (30;54)	0,25
4	Do $A = \overline{x183y}$ chia cho 2 và 5 đều dư 1 nên $y = 1.$	0,25
	Ta có $A = \overline{x1831}$	0,25
	Vì $A = \overline{x1831}$ chia cho 9 dư 1 $\Rightarrow \overline{x1831} - 1 : 9$	0,25
	$\Rightarrow \overline{x1830} : 9$	0,25
	$\Leftrightarrow x + 1 + 8 + 3 + 0 : 9$	0,25
	$\Leftrightarrow x + 3 : 9$, mà x là chữ số nên $x = 6$	0,5
	Vậy $x = 6; y = 1$	0,25
5	Đề $\frac{2n+1}{n+2}$ có giá trị là số nguyên thì $2n+1 : n+2$ (1)	0,25
	Vì $n+2 : n+2$ nên $2(n+2) : n+2$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow [2(n+2) - (2n+1)] : n+2$	0,25
	$\Rightarrow 3 : n+2$	0,5
	Vì $n+2$ nguyên nên $n+2 \in \{-1; -3; 1; 3\}$	0,25
	$\Rightarrow n \in \{-3; -5; -1; 1\}$	0,25
	Vậy với $n \in \{-3; -5; -1; 1\}$ thì phân số $\frac{2n+1}{n+2}$ là số nguyên.	0,25
6	Giả sử sau a phút (kể từ lúc 6h) thì 3 xe lại cùng xuất phát tại bến lần thứ 2.	0,25
	Lập luận để suy ra a là BCNN (75,60,50)	1
	Tìm được BCNN (75,60,50) = 300 (phút) = 5 giờ.	0,5
	Sau 5h thì 3 xe lại cùng xuất phát, lúc đó là 11h cùng ngày.	0,25
7	- Xét $p=2$: Không thỏa mãn.	0,25
	- Xét $p=3$: $2^p + p^2 = 17$ là số nguyên tố. Vậy $p=3$ thỏa mãn.	0,25
	- Xét $p>3$: p^2 chia 3 dư 1.	0,25
	Còn vì p lẻ nên $2^p = 2^{2k+1} = 4^k \cdot 2$ chia 3 dư 2	0,25
	nên $2^p + p^2$ chia hết cho 3, mà $2^p + p^2 > 3$ nên sẽ là hợp số.	0,25
	KL: Vậy $p=3$ là số nguyên tố duy nhất thỏa mãn đề bài	0,25
8	Ta có hình vẽ:	
	- Lập luận và tính được $\widehat{yOb} = 80^\circ$.	0,5
	- Suy ra $\widehat{bOc} = 40^\circ$	0,5
	- Lập luận và tính được $\widehat{aOb} = 60^\circ$	0,5
	-Lập luận và tính được $\widehat{aOc} = 100^\circ$	0,5
		
9	Có n đường thẳng trong đó bất kỳ hai đường thẳng nào cũng cắt nhau, không có ba đường thẳng nào đồng quy, nên mỗi đường thẳng sẽ cắt n-1 đường thẳng còn lại tạo ra n-1 giao điểm phân biệt.	0,5
	Do đó n đường thẳng thì có $n(n-1)$ giao điểm nhưng mỗi giao điểm đã được tính 2 lần.	0,25
	Vậy thực tế chỉ có $\frac{n(n-1)}{2}$ giao điểm.	0,25

	Theo bài ra ta có: $\frac{n(n-1)}{2} = 465$	0,25
	$\Rightarrow n(n-1) = 930 = 31.30$	0,25
	$\Rightarrow n = 31$	0,25
	Vậy $n = 31$	0,25
10	Giả sử trong buổi giao lưu, ngoài Bình còn có n người nữa, và Bình có k người quen. (ĐK: $k, n \in \mathbb{N}, k \leq n$)	0,25
	Số lần bắt tay giữa n người khác (không kể Bình) là: $\frac{n.(n-1)}{2}$ (lần)	
	Số lần bắt tay giữa Bình và những người quen của Bình là k (lần)	0,25
	Vì có tổng cộng 420 lần bắt tay nên : $\frac{n.(n-1)}{2} + k = 420$	
	Hay: $n.(n-1) + 2k = 840$ (*)	0,25
	Vì $k, n \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq n$ nên $n^2 - n \leq n.(n-1) + 2k \leq n^2 - n + 2n$	
	Hay $n^2 - n \leq n.(n-1) + 2k \leq n^2 + n$	0,25
	Kết hợp với (*) suy ra $n^2 - n \leq 840 \leq n^2 + n \Leftrightarrow (n-1)n \leq 840 \leq n(n+1)$	
	Ta có: $28.29 \leq 840 \leq 29.30$ nên $n=29$	0,25
	Thay vào (*) tính được $k=14$	
	Vậy Bình có 14 người quen.	0,25