

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2.0 điểm) Tính:

a) $6\sqrt{50} - 3\sqrt{162} + 5\sqrt{98} - \frac{1}{3}\sqrt{450}$

b) $\frac{3\sqrt{15} - 6\sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3} + 1}$

Bài 2: (1.0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{9x - 18} + 2\sqrt{x - 2} - \frac{1}{4}\sqrt{16x - 32} = 20$.

Bài 3: (1.5 điểm) Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 2$ có đồ thị là (d_1) và hàm số $y = 2x - 3$ có đồ thị là (d_2) .

a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một hệ trục tọa độ.

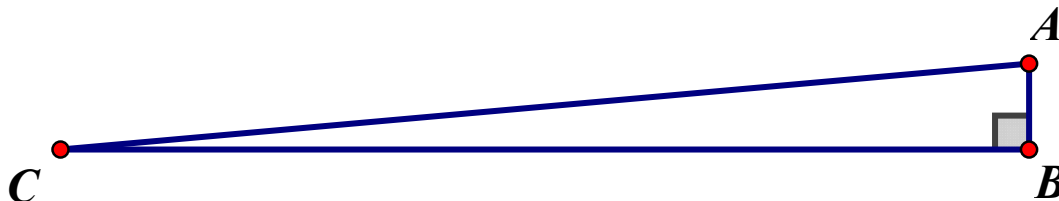
b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính.

Bài 4: (0.75 điểm) Hiện tại bạn Nam đã để dành được một số tiền là 800 000 đồng. Bạn Nam đang có ý định mua một chiếc xe đạp trị giá 2 640 000 đồng, nên hàng ngày, bạn Nam đều để dành ra 20000 đồng. Gọi m (đồng) là số tiền bạn Nam tiết kiệm được sau t ngày.

a) Thiết lập hàm số của m theo t .

b) Hỏi sau bao nhiêu lâu kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm thì bạn Nam có thể mua được chiếc xe đạp đó.

Bài 5: (1.0 điểm) Một máy bay cất cánh từ sân bay (ở vị trí C) với vận tốc trung bình 600 km/giờ. Đường đi của máy bay tạo một góc nghiêng 7° so với mặt đất. Sau 12 phút máy bay tới vị trí A. Hỏi máy bay lên cao được bao nhiêu km so với mặt đất theo phương thẳng đứng (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Bài 6: (0,75 điểm) Nhân dịp tết Nguyên Đán, cửa hàng thể thao khuyến mãi giảm giá các sản phẩm trong cửa hàng. Mỗi bộ quần áo thể thao giảm 10% và mỗi đôi giày thể thao giảm 20% trên giá niêm yết. Đặc biệt nếu có thẻ “Khách hàng thân thiết” thì sẽ được giảm thêm 5% tổng số tiền trên hóa đơn (tính theo giá trị của 2 mặt hàng trên sau khi giảm giá). Bạn An có thẻ “Khách hàng thân thiết” của cửa hàng, bạn vào cửa hàng mua một bộ quần áo thể thao với giá niêm yết là 520000 đồng và một đôi giày thể thao với giá niêm yết là 1200000 đồng. Hỏi với chương trình khuyến mãi trên thì số tiền bạn An phải trả cho cửa hàng là bao nhiêu ?

Bài 7: (3.0 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$), $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Đường tròn (O) đường kính $BC = 2R$ cắt AB tại E và AC tại F. BF cắt CE tại H. AH cắt BC tại D.

a) Chứng minh : $AH \perp BC$ và 4 điểm A, E, H, F cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi K là hình chiếu của D trên cạnh AC. Chứng minh : $AK \cdot KC = \frac{AD^2 \cdot HF^2}{AH^2}$

c) Tính AH theo R.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1 (2.0 điểm). Tính:

$$\text{a) } 6\sqrt{50} - 3\sqrt{162} + 5\sqrt{98} - \frac{1}{3}\sqrt{450} \quad 1$$

$$= 6\sqrt{5^2 \cdot 2} - 3\sqrt{9^2 \cdot 2} + 5\sqrt{7^2 \cdot 2} - \frac{1}{3}\sqrt{15^2 \cdot 2} \quad 0.25$$

$$= 6 \cdot 5\sqrt{2} - 3 \cdot 9\sqrt{2} + 5 \cdot 7\sqrt{2} - \frac{1}{3} \cdot 15\sqrt{2} \quad 0.25$$

$$= 30\sqrt{2} - 27\sqrt{2} + 35\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \quad 0.25$$

$$= 33\sqrt{2}. \quad 0.25$$

$$\text{b) } \frac{3\sqrt{15} - 6\sqrt{3}}{\sqrt{5} - 2} + \sqrt{28 - 10\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{3} + 1} \quad 1$$

$$= \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{5} - 2)}{\sqrt{5} - 2} + \sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} - \frac{4(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} \quad 0.25 \times 2$$

$$= 3\sqrt{3} + |5 - \sqrt{3}| - 2(\sqrt{3} - 1)$$

$$= 3\sqrt{3} + 5 - \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2 \quad 0.25$$

$$= 7. \quad 0.25$$

Bài 2 (1.0 điểm). Giải phương trình: $\sqrt{9x - 18} + 2\sqrt{x - 2} - \frac{1}{4}\sqrt{16x - 32} = 20$. 1

$$\Leftrightarrow \sqrt{9(x - 2)} + 2\sqrt{x - 2} - \frac{1}{4}\sqrt{16(x - 2)} = 20$$

$$\text{ĐK: } x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2 \quad 0.25$$

Với điều kiện trên ta có phương trình

$$3\sqrt{x - 2} + 2\sqrt{x - 2} - \sqrt{x - 2} = 20$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{x - 2} = 20$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x - 2} = 5 \quad 0.25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 \geq 0 \\ x - 2 = 5^2 \end{cases} \quad 0.25$$

$$\Leftrightarrow x = 27 \text{ (nhận)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{27\}$. 0.25

Bài 3 (1.5 điểm). Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x + 2$ có đồ thị (d_1) và hàm số $y = 2x - 3$ có đồ thị (d_2) .

a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một hệ trục tọa độ. 1

(d_1) : 0.5

- Lập bảng giá trị 0.25

- Vẽ 0.25

Tương tự cho (d_2) . 0.5

b) Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) bằng phép tính. 0.5

- Phương trình hoành độ giao điểm 0.25

- Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $(2; 1)$. 0.25

Bài 4 (0.75 điểm) Hiện tại bạn Nam đã để dành được một số tiền là 800 000 đồng. Bạn Nam đang có ý định mua một chiếc xe đạp trị giá 2640000 đồng, nên hàng ngày, bạn Nam đều để dành ra 20 000 đồng. Gọi m (đồng) là số tiền bạn Nam tiết kiệm được sau t ngày.

a) Thiết lập hàm số của m theo t .

b) Hỏi sau bao nhiêu lâu kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm thì bạn Nam có thể mua được chiếc xe đạp đó.

a) Lập hàm số m theo t là: $m = 800000 + 20000.t$ 0.25

b) Thay $m = 2640000$ vào hàm số $m = 800000 + 20000.t$

ta có $2640000 = 800000 + 20000.t \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow t = 92$ (ngày) 0.25

Vậy sau 92 ngày kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm thì bạn Nam có thể mua được chiếc xe đạp đó. 0.25

Bài 5 (1.0 điểm)

Vì $12' = 0,2h$ nên quãng đường AC là $600 \cdot 0,2 = 120$ (km) 0.25

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ vuông tại B, ta có: } \sin C = \frac{AB}{AC} \quad 0.25$$

$$\Rightarrow AB = AC \sin C \approx 14,62 \quad 0.25$$

$$\text{Vậy máy bay lên cao được } 15,69 \text{ km theo phương thẳng đứng.} \quad 0.25$$

Bài 6 (0.75 điểm)

Số tiền mua một bộ quần áo và một đôi giày thể thao khi giảm giá lần lượt 10% và 20% là:

$$520000 \cdot 90\% + 1200000 \cdot 80\% = 1428000 \text{ (đồng)} \quad 0.5$$

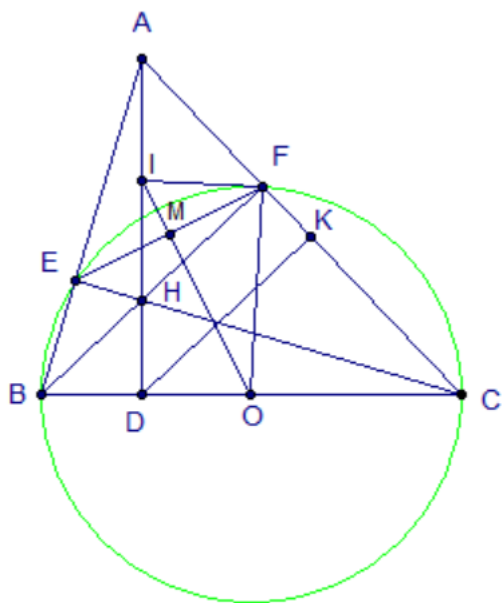
$$\text{Số tiền bạn An phải trả là: } 1428000 \cdot 95\% = 1356600 \text{ (đồng)} \quad 0.25$$

Bài 7 (3.0 điểm) Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$), $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Đường tròn (O) đường kính $BC = 2R$ cắt AB tại E và AC tại F. BF cắt CE tại H. AH cắt BC tại D.

a) Chứng minh : $AH \perp BC$ và 4 điểm A, E, H, F cùng nằm trên một đường tròn.

b) Gọi K là hình chiếu của D trên cạnh AC. Chứng minh : $AK \cdot KC = \frac{AD^2 \cdot HF^2}{AH^2}$.

c) Tính AH theo R.



a) $AH \perp BC$?

$\triangle BFC$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính BC (gt)

$$\Rightarrow \triangle BFC \text{ vuông tại F} \Rightarrow BF \perp AC \text{ tại F} \Rightarrow BF \text{ là đường cao của } \triangle ABC \quad 0.25$$

$\triangle BEC$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính BC (gt)

$\Rightarrow \triangle BEC$ vuông tại E $\Rightarrow CE \perp AB$ tại E $\Rightarrow CE$ là đường cao của $\triangle ABC$

$\triangle ABC$ có các đường cao BF và CE cắt nhau tại H $\Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle ABC$

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại D 0.25

* 4 điểm A, E, H, F cùng nằm trên một đường tròn?

$\triangle AFH$ vuông tại F (vì $BF \perp AC$ tại F)

$\Rightarrow A, F, H$ cùng thuộc đường tròn đường kính AH (1) 0.25

$\triangle AEH$ vuông tại E (vì $CE \perp AB$ tại E)

$\Rightarrow A, E, H$ cùng thuộc đường tròn đường kính AH (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ 4 điểm A, E, H, F cùng nằm trên đường tròn đường kính AH. 0.25

b) Chứng minh : $AK.KC = \frac{AD^2.HF^2}{AH^2}$?

$\triangle ADC$ vuông tại D có đường cao DK $\Rightarrow AK.KC = DK^2$ (htl) (1) 0.25

Xét $\triangle ADK$ có HF // DK (cùng vuông góc với AC) $H \in AD, F \in AC$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AD} = \frac{HF}{DK} \text{ (Hq đlí Ta-lét)} \quad 0.25$$

$$\Rightarrow \frac{AH^2}{AD^2} = \frac{HF^2}{DK^2}$$

$$\Rightarrow DK^2 = \frac{AD^2.HF^2}{AH^2} \quad (2) \quad 0.25$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow AK.KC = \frac{AD^2.HF^2}{AH^2} \quad 0.25$$

c) Tính AH theo R?

+ Chứng minh được $\triangle AEF$ đồng dạng $\triangle ACB$

$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AB} = \cos \widehat{BAC} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow EF = R \quad 0.25$$

Gọi I là trung điểm của AH và M là giao điểm của EF với OI.

+ Chứng minh được $IF \perp FO$ tại F và $OI \perp EF$ tại trung điểm M của EF 0.25

$$+ IF.OF = FM.OI \text{ (htl trong } \triangle IFO) \Rightarrow IF = \frac{FM.OI}{OF} = \frac{\frac{R}{2}.OI}{R} = \frac{OI}{2} \quad 0.25$$

$$\Rightarrow \widehat{IOF} = 30^\circ \Rightarrow IF = OF.\tan \widehat{IOF} = R.\tan 30^\circ$$

$$\Rightarrow AH = 2.IF = 2R.\tan 30^0 = \frac{2R\sqrt{3}}{3}. \quad 0.25$$

----- **THCS.TOANMATH.com** -----