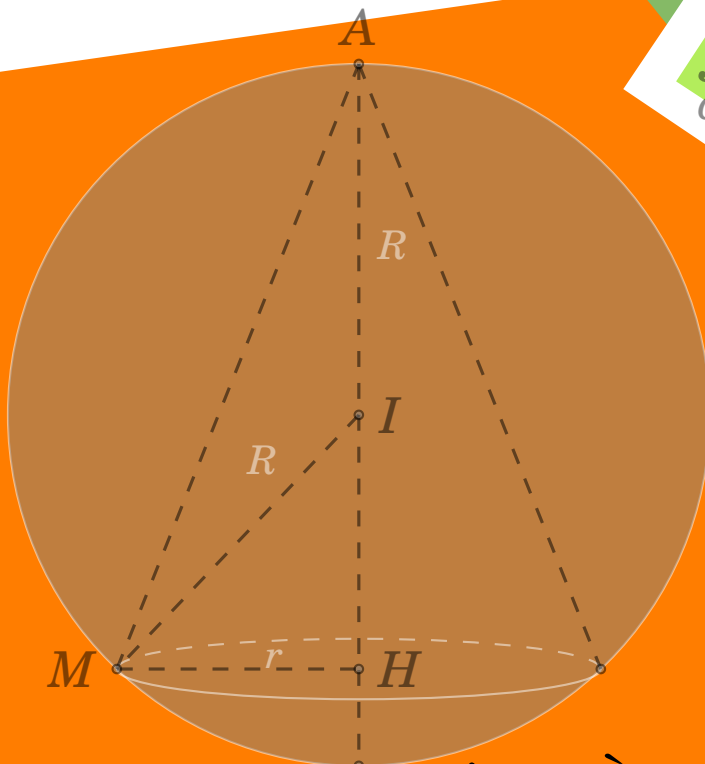


TOÁN

ThS TOÁN GIẢI TÍCH NGUYÊN HỮU CHUNG KIÊN

Lớp: 12 ...



$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b$$

B LƯU HÀNH NỘI ĐỊA

MỤC LỤC

1	Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp	1
A	Kiến thức cần nhớ	1
B	Bài tập mẫu	2
C	Bài tập tương tự và phát triển	2
D	Bảng đáp án	3
2	Cấp số cộng - Cấp số nhân	4
A	Kiến thức cần nhớ	4
B	Bài tập mẫu	4
C	Bài tập tương tự và phát triển	5
D	Bảng đáp án	6
3	Xác suất của biến cố	7
A	Kiến Thức Cần Nhớ	7
B	Bài Tập Mẫu	8
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	8
D	Bảng đáp án	13
4	Đọc bảng biến thiên, đồ thị	14
A	Kiến thức cần nhớ	14
B	Bài tập mẫu	14
C	Bài tập tương tự và phát triển	16
D	Bảng đáp án	28
5	Tìm GTLN - GTNN của hàm số trên đoạn	29
A	Kiến Thức Cần Nhớ	29
B	Bài Tập Mẫu	29
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	29
D	Bảng đáp án	31
6	Tiệm cận của đồ thị hàm số	32
A	Kiến thức cần nhớ	32
B	Bài tập mẫu	32
C	Bài tập tương tự và phát triển	32
D	Bảng đáp án	35
7	Khảo sát, nhận dạng hàm số, đồ thị	36
A	Kiến thức cần nhớ	36
B	Bài tập mẫu	37
C	Bài tập tương tự và phát triển	38
D	Bảng đáp án	42
8	Hàm số lũy thừa, mũ, logarit	43
A	Kiến thức cần nhớ	43
B	Bài tập mẫu	45

C	Bài tập tương tự và phát triển	45
D	Bảng đáp án	49
9	Phương trình - bất phương trình mũ, logarit	50
A	Kiến thức cần nhớ	50
B	Bài tập mẫu	51
C	Bài tập tương tự và phát triển	51
D	Bảng đáp án	54
10	Công thức tính nguyên hàm cơ bản	55
A	Kiến thức cần nhớ	55
B	Bài tập mẫu	55
C	Bài tập tương tự và phát triển	56
D	Bảng đáp án	60
11	Sử dụng tích chất của tích phân	61
A	Kiến thức cần nhớ	61
B	Bài tập mẫu	61
C	Bài tập tương tự và phát triển	62
D	Bảng đáp án	64
12	Số phức	65
A	Kiến thức cần nhớ	65
B	Bài tập mẫu	66
C	Bài tập tương tự và phát triển	67
D	Bảng đáp án	71
13	Góc	72
A	Kiến Thức Cần Nhớ	72
B	Bài Tập Mẫu	73
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	74
D	Bảng đáp án	76
14	Khoảng cách	77
A	Kiến Thức Cần Nhớ	77
B	Bài Tập Mẫu	78
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	79
D	Bảng đáp án	80
15	Thể tích khối đa diện	81
A	Kiến thức cần nhớ	81
B	Bài tập mẫu	83
C	Bài tập tương tự và phát triển	83
D	Bảng đáp án	87
16	Khối nón	88
A	Kiến thức cần nhớ	88
B	Bài tập mẫu	90
C	Bài tập tương tự và phát triển	90
D	Bảng đáp án	93

17	Khôi trụ	94
A	Kiến thức cần nhớ	94
B	Bài tập mẫu	94
C	Bài tập tương tự và phát triển	94
D	Bảng đáp án	97
18	Khôi cầu	98
A	Kiến Thức Cần Nhớ	98
B	Bài Tập Mẫu	98
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	99
D	Bảng đáp án	102
19	Phương pháp tọa độ trong không gian	103
A	Kiến Thức Cần Nhớ	103
B	Bài Tập Mẫu	104
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	104
D	Bảng đáp án	105
20	Phương trình mặt phẳng	106
A	Kiến Thức Cần Nhớ	106
B	Bài Tập Mẫu	106
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	107
D	Bảng đáp án	108
21	Phương trình đường thẳng	109
A	Kiến Thức Cần Nhớ	109
B	Bài Tập Mẫu	109
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	110
D	Bảng đáp án	116
22	Giá trị nguyên thỏa biểu thức mũ, logarit – Vận dụng	117
A	Kiến Thức Cần Nhớ	117
B	Bài Tập Mẫu	117
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	117
D	Bảng đáp án	124
23	Phương trình hàm hợp – Vận dụng	125
A	Kiến Thức Cần Nhớ	125
B	Bài Tập Mẫu	125
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	126
D	Bảng đáp án	130
24	Max - min số phức – Vận dụng	131
A	Kiến Thức Cần Nhớ	131
B	Bài Tập Mẫu	131
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	131
D	Bảng đáp án	133
25	Diện tích hình phẳng – Vận dụng	134
A	Kiến Thức Cần Nhớ	134
B	Bài Tập Mẫu	134
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	135
D	Bảng đáp án	138

26	Phương pháp tọa độ trong không gian - Vận dụng	139
A	Kiến Thức Cần Nhớ	139
B	Bài Tập Mẫu	139
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	139
D	Bảng đáp án	143
27	Cực trị hàm ẩn - hàm hợp - Vận dụng	144
A	Kiến Thức Cần Nhớ	144
B	Bài Tập Mẫu	144
C	Bài Tập Tương Tự và Phát Triển	145
D	Bảng đáp án	151
28	Hàm đặc trưng	152
A	Bài tập trắc nghiệm	152
B	Bảng đáp án	157
29	ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2021 – LẦN 2	158
30	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 1	163
31	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 2	168
32	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 3	174
33	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 4	180
34	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 5	186
35	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 6	192
36	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 7	198
37	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 8	203
38	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 9	208
39	PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 10	214
40	ĐỀ THI THỬ SDG HƯNG YÊN	220
41	ĐỀ THI THỬ SGD BÀ RỊA – VŨNG TÀU	226
42	ĐỀ THI THỬ SDG VĨNH PHÚC	232
43	ĐỀ THI THỬ SDG HẠ LONG	238
44	ĐỀ THI THỬ CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI	244

CHUYÊN ĐỀ 1. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m + n$ cách thực hiện.

- Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m \cdot n$ cách hoàn thành công việc.

- Dạng toán tìm số các số tạo thành: Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc\dots}$, tùy theo yêu cầu bài toán:
Nếu số lẻ thì số tận cùng là số lẻ.
Nếu số chẵn thì số tận cùng là số chẵn.

3. Hoán vị

- Mỗi cách xếp n ($n \geq 1$) phần tử nào đó theo một thứ tự gọi là một hoán vị của n phần tử đó.
- Số hoán vị của n phần tử là $P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ ($n \geq 1$).

4. Chỉnh hợp

- Mỗi cách chọn k phần tử của n phần tử nào đó và xếp k phần tử vừa chọn theo một thứ tự ta gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) \quad (1 \leq k \leq n).$$

Hiển nhiên $A_n^n = P_n$.

5. Tổ hợp

- Mỗi cách chọn k phần tử (không cần sắp thứ tự) của n phần tử gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử.
- Số tổ hợp chập k của n phần tử là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad (1 \leq k \leq n).$$

🧩 Một cách hiểu khác về chỉnh hợp

- Cho tập X gồm n phần tử.
- Số cách chọn k phần tử trong tập hợp X là C_n^k .

- Số cách sắp xếp k phần tử vừa chọn theo **một** thứ tự nào đó là $k!$.
- Theo qui tắc nhân, số cách chọn k phần tử của tập hợp X và xếp k phần tử vừa chọn theo thứ tự nào đó là $C_n^k \cdot k! = A_n^k$.

6. Phân biệt tổ hợp và chỉnh hợp

Cho tập X gồm n phần tử

- Số cách chọn k phần tử của X là C_n^k .
- Số cách chọn k phần tử của X và xếp k phần tử vừa chọn theo một thứ tự nào đó là A_n^k .

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 1 (Câu 20 đề minh họa 2021-2022). Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $P_n = n!$. B. $P_n = n - 1$. C. $P_n = (n - 1)!$. D. $P_n = n$.

CÂU 2 (Câu 1 đề minh họa 2020-2021). Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A. $5!$. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 5^3 .

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 1.1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6.

- A. 90 số. B. 20 số. C. 720 số. D. 120 số.

Câu 1.2. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 15. B. 4096. C. 360. D. 720.

Câu 1.3. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

- A. $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$. B. $C_{15}^{10} + C_8^4$. C. $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$. D. $A_{15}^{10} + A_8^4$.

Câu 1.4. Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

- A. 6^{10} . B. $6!$. C. A_{10}^6 . D. C_{10}^6 .

Câu 1.5. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có **đúng** 2 học sinh nam?

- A. $C_6^2 + C_9^4$. B. $C_6^2 C_{13}^4$. C. $A_6^2 A_9^4$. D. $C_6^2 C_9^4$.

Câu 1.6. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

- A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Câu 1.7. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Có tất cả bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử lấy từ M ?

- A. A_{10}^3 . B. A_{10}^7 . C. C_{10}^3 . D. 10^3 .

Câu 1.8. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. A_{34}^2 . B. 34^2 . C. C_{34}^2 . D. 2^{34} .

Câu 1.9. Một nhóm có 25 người cần chọn một ban chủ nhiệm gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký. Hỏi có bao nhiêu cách?

- A. 1380. B. 13800. C. 460. D. 4600.

Câu 1.10. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. A_8^2 . B. 8^2 . C. C_8^2 . D. 2^8 .

Câu 1.11. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8?

- A. A_8^4 . B. 8^4 . C. C_8^4 . D. 4^8 .

Câu 1.12. Từ các chữ số 1; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau đôi một?

- A. 12. B. 256. C. 64. D. 24.

Câu 1.13. Có bao nhiêu cách thành lập một ban cán sự lớp gồm 3 người được chọn từ 16 học sinh trong lớp?

- A. A_{16}^3 . B. 16^3 . C. C_{16}^3 . D. 3^{16} .

Câu 1.14. Một tổ có 7 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ tổ đó đi trực nhật?

- A. A_7^4 . B. 7^3 . C. A_7^3 . D. C_7^3 .

Câu 1.15. Một cửa hàng có 8 chiếc áo màu khác nhau và 8 chiếc quần cũng có màu khác nhau. Một người muốn mua một bộ quần áo từ cửa hàng đó. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 64. B. 32. C. 16. D. 20.

Câu 1.16. Một hộp đựng 15 viên bi khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn đồng thời 4 viên bi từ hộp đó?

- A. $4!$. B. $15!$. C. 1365. D. 32760.

Câu 1.17. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là

- A. 35. B. 120. C. 240. D. 720.

Câu 1.18. Số đoạn thẳng xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 12 cạnh là

- A. 6. B. $6!$. C. A_{12}^2 . D. C_{12}^2 .

Câu 1.19. Số véc-tơ xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 12 cạnh là

- A. 6. B. $6!$. C. A_{12}^2 . D. C_{12}^2 .

Câu 1.20. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

- A. 35. B. 4. C. 2. D. 6.

D BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	1.1. D	1.2. C	1.3. A	1.4. C	1.5. D	1.6. C
1.7. C	1.8. C	1.9. B	1.10. A	1.11. D	1.12. D	1.13. C	1.14. D
1.15. A	1.16. C	1.17. B	1.18. D	1.19. C	1.20. B		

CHUYÊN ĐỀ 2. CẤP SỐ CỘNG - CẤP SỐ NHÂN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Cấp số cộng

- a) **Định nghĩa:** Dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai d khi $u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}$.
- b) **Số hạng tổng quát:** Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức $u_n = u_1 + (n - 1)d$ với $n \geq 2$.
- c) **Tính chất:** Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$.
- d) **Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng:** Cho cấp số cộng (u_n) . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n(2u_1 + (n - 1)d)}{2}$$

2. Cấp số nhân

- a) **Định nghĩa:** Dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội q khi $u_{n+1} = u_n \cdot q$ với $n \in \mathbb{N}^*$.
- b) **Số hạng tổng quát:** Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$.
- c) **Tính chất:** Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là tích của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ với $k \geq 2$.
- d) **Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số nhân:** Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Khi đó:

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

e) **Cấp số nhân lùi vô hạn:**

Cấp số nhân lùi vô hạn là cấp số nhân vô hạn có công bội q sao cho $|q| < 1$.

- f) **Công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn:** Cho (u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q . Khi đó tổng của cấp số nhân lùi vô hạn được tính theo công thức

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1 - q}.$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 3 (Câu 26 đề minh họa 2021-2022). Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$.

Giá trị của u_2 bằng

A. 11.

B. 3.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 28.

CÂU 4 (Câu 2 đề minh họa 2020-2021). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 2.1 (Đề minh họa 2019-2020). Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4 . C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 2.2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -4 . B. 4. C. -2 . D. 2.

Câu 2.3. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; 3; 9; 27; 81. D. 1; -2 ; 4; -8 ; 16.

Câu 2.4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 1$. Khi đó u_3 bằng

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 2.5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

- A. 2. B. 3. C. -3 . D. -2 .

Câu 2.6. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 5$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_{81} bằng

- A. 242. B. 239. C. 245. D. 248.

Câu 2.7. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Hỏi số 34 là số hạng thứ mấy?

- A. 12. B. 9. C. 11. D. 10.

Câu 2.8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -21$ và công sai $d = 3$. Tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. $S_{16} = 24$. B. $S_{16} = -24$. C. $S_{16} = 26$. D. $S_{16} = -25$.

Câu 2.9. Cho cấp số cộng (u_n) gồm các số hạng theo thứ tự 2, a, 6, b. Khi đó tích ab bằng

- A. 22. B. 40. C. 12. D. 32.

Câu 2.10. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$. Khi đó số hạng đầu u_1 và công sai d bằng

- A. $u_1 = 3$ và $d = 5$. B. $u_1 = 4$ và $d = 5$. C. $u_1 = 3$ và $d = 4$. D. $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Câu 2.11. Cho cấp số cộng (u_n) với $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Với S_n là tổng n số đầu tiên của nó. Khi đó số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó là

- A. $u_n = 5 + 4n$. B. $u_n = 2 + 3n$. C. $u_n = 4 + 5n$. D. $u_n = 3 + 2n$.

Câu 2.12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Khi đó u_2 bằng

- A. $u_2 = 1$. B. $u_2 = -6$. C. $u_2 = 6$. D. $u_2 = -18$.

Câu 2.13. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của cấp số nhân bằng

- A. $\frac{27}{16}$. B. $-\frac{16}{27}$. C. $-\frac{27}{16}$. D. $\frac{16}{27}$.

Câu 2.14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_4 = 1$; $q = 3$. Tìm u_1 .

- A. $u_1 = \frac{1}{9}$. B. $u_1 = 9$. C. $u_1 = 27$. D. $u_1 = \frac{1}{27}$.

Câu 2.15. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $q = \pm 2$. B. $q = \pm \frac{1}{2}$. C. $q = \pm 4$. D. $q = \pm 1$.

Câu 2.16. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng

- A. $S_8 = 381$. B. $S_8 = 189$. C. $S_8 = 765$. D. $S_8 = 1533$.

Câu 2.17. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; 3; 9; 27; 81. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 2.18. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.

Câu 2.19. Tổng vô hạn $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng

- A. 2. B. $2^n - 1$. C. 1. D. 4.

Câu 2.20. Viết thêm một số vào giữa hai số 5 và 20 để được một cấp số nhân. Số đó là

- A. ± 9 . B. ± 10 . C. ± 13 . D. ± 14 .

Câu 2.21. Dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát nào dưới đây là một cấp số nhân?

- A. $u_n = 3^{n^2}$. B. $u_n = 3n + 1$. C. $u_n = 3^n$. D. $u_n = \frac{1}{n}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

3. A	4. D	2.1. A	2.2. B	2.3. A	2.4. C	2.5. D	2.6. A
2.7. A	2.8. A	2.9. D	2.10. C	2.11. D	2.12. B	2.13. B	2.14. D
2.15. A	2.16. C	2.17. A	2.18. A	2.19. A	2.20. B	2.21. C	

CHUYÊN ĐỀ 3. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. **Phép thử:** Phép thử được kí hiệu là T , là một thí nghiệm hay một hành động mà
 - Kết quả của nó không dự đoán trước được.
 - Xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của thí nghiệm hay hành động đó.
2. **Không gian mẫu**
 - Không gian mẫu được kí hiệu là Ω , là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.
 - Số phần tử của Ω được kí hiệu là $n(\Omega)$ (hay $|\Omega|$).
3. **Biến cố:** Một sự kiện A tương ứng với một và chỉ một tập con của không gian mẫu của phép thử T thì sự kiện đó là biến cố A liên quan đến phép thử T .
 - Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra gọi là một kết quả thuận lợi cho A .
 - Tập hợp tất cả các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A .
 - Số các phần tử của Ω_A được kí hiệu là $n(A)$ (hay $|A|$).
Như vậy $\Omega_A \subset \Omega$ và $n(A) \leq n(\Omega)$.
 - Nếu $\Omega_A = \emptyset$ thì A được gọi là biến cố không thể và $n(A) = 0$.
 - Nếu $\Omega_A = \Omega$ thì A được gọi là biến cố chắc chắn và $n(A) = n(\Omega)$.
4. **Xác suất của biến cố**
 - Xác suất của biến cố A kí hiệu là $P(A)$ và được định nghĩa $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, với Ω là tập hợp hữu hạn và các kết quả của phép thử đồng khả năng xảy ra.
 - $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$ và $0 \leq P(A) \leq 1$.
5. **Biến cố đối:** Cho A là một biến cố. Biến cố "không xảy ra A " gọi là biến cố đối của A và kí hiệu là $\bar{A}$.
Như vậy: $\Omega_A \cap \Omega_{\bar{A}} = \emptyset$, $\Omega_A \cup \Omega_{\bar{A}} = \Omega$ và $\Omega_{\bar{A}} = \Omega \setminus \Omega_A$.
6. **Định lý:** $P(A) = 1 - P(\bar{A})$
7. **Cách tính xác suất của một biến cố A**
 - **Cách 1**
 - Tìm số phần tử của không gian mẫu Ω (nghĩa là tính $n(\Omega)$).
 - Tìm số phần tử của biến cố A (nghĩa là tính $n(A)$).
 - Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

• Cách 2

- Tìm số phần tử của không gian mẫu Ω (tính $n(\Omega)$).
- Tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$ (tính $n(\bar{A})$).
- Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 5 (Câu 37 đề minh họa 2021-2022). Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

- A. $\frac{7}{40}$. B. $\frac{21}{40}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{2}{15}$.

CÂU 6 (Câu 29 đề minh họa 2020-2021). Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 3.1 (Đề minh họa 2019-2020). Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng

- A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{16}{81}$.

Câu 3.2. Một bình đựng 5 quả cầu xanh và 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{3}{11}$. C. $\frac{3}{14}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 3.3. Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{7}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 3.4. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp chứa 2 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Xác suất để chọn được 2 viên bi xanh là

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{7}{10}$.

Câu 3.5. Một bình đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên từ bình đó ra 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{3}{14}$.

Câu 3.6. Một bình đựng 4 quả cầu xanh, 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên từ bình đó ra 4 quả cầu. Xác suất để được 2 quả cầu xanh và 2 quả cầu trắng là

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 3.7. Một lớp có 25 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ.

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{20}$.

Câu 3.8. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng. Xác suất để 2 bi được chọn cùng màu là

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{9}$.

Câu 3.9. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 7 quả cầu màu đỏ và 8 quả cầu màu xanh. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu cùng màu.

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{60}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{6}{13}$.

Câu 3.10. Một bình đựng 5 quả cầu xanh và 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu sao cho màu nào cũng có là

- A. $\frac{4}{33}$. B. $\frac{12}{11}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{5}{11}$.

Câu 3.11. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{37}{42}$. C. $\frac{5}{42}$. D. $\frac{1}{21}$.

Câu 3.12. Một tổ học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 2 học sinh của tổ đó lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để hai bạn lên bảng có cả nam và nữ.

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 3.13. Chọn ngẫu nhiên một số trong 18 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3.14. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3.15. Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tính xác suất để chiếc thẻ được chọn mang số chia hết cho 3.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 3.16. Gieo hai con súc sắc. Xác suất để tổng số chấm trên 2 mặt bằng 11 là

- A. $\frac{1}{18}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{2}{25}$.

Câu 3.17. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tổng hai mặt bằng 8?

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $\frac{1}{39}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3.18. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc 3 viên bi từ hộp đựng 12 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ, các viên bi cân đối, đồng chất, phân biệt. Xác suất để 3 viên bi lấy ra cùng màu là

- A. $\frac{23}{570}$. B. $\frac{23}{95}$. C. $\frac{96}{1140}$. D. $\frac{50}{323}$.

Câu 3.19. Một hộp đựng 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp trên. Tính xác suất chọn được ít nhất một viên bi đỏ.

- A. $\frac{1}{21}$. B. $\frac{11}{84}$. C. $\frac{5}{14}$. D. $\frac{37}{42}$.

Câu 3.20. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

- A. $\frac{9}{38}$. B. $\frac{29}{38}$. C. $\frac{82}{95}$. D. $\frac{183}{190}$.

Câu 3.21. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ?

- A. $\frac{70}{143}$. B. $\frac{73}{143}$. C. $\frac{56}{143}$. D. $\frac{87}{143}$.

Câu 3.22. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi S là tập hợp số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau thuộc tập hợp A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để chọn được số có tổng 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng 3 chữ số sau 3 đơn vị.

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{6!}$. C. $\frac{3}{20}$. D. $\frac{2}{10}$.

Câu 3.23. Gọi X là tập các số tự nhiên có 5 chữ số. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập X . Xác suất để nhận được ít nhất một số chia hết cho 4 gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 0,63. B. 0,23. C. 0,44. D. 0,12.

Câu 3.24. Gọi A là tập các số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 3 và chữ số 3 đứng ở chính giữa là

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 3.25. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi B là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được lập từ A . Chọn thứ tự 2 số thuộc tập B . Xác suất để 2 số được chọn có **đúng** một số có mặt chữ số 3 bằng

- A. $\frac{156}{360}$. B. $\frac{160}{359}$. C. $\frac{80}{359}$. D. $\frac{161}{360}$.

Câu 3.26. Chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; \dots; 2019\}$. Tính xác suất P để trong 3 số tự nhiên được chọn không có 2 số tự nhiên liên tiếp

- A. $\frac{156}{360}$. B. $\frac{160}{359}$. C. $\frac{80}{359}$. D. $\frac{161}{360}$.

Câu 3.27. Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước.

- A. $\frac{1}{72}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Câu 3.28. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không lớn hơn 2503 bằng

- A. $\frac{101}{360}$. B. $\frac{5}{18}$. C. $\frac{67}{240}$. D. $\frac{259}{360}$.

Câu 3.29. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số. Tính xác suất để số được chọn không vượt quá 600, đồng thời nó chia hết cho 5.

- A. $\frac{500}{900}$. B. $\frac{100}{900}$. C. $\frac{101}{900}$. D. $\frac{501}{900}$.

Câu 3.30. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 801 đến 900 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để lấy được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3.

- A. $\frac{817}{2450}$. B. $\frac{248}{3675}$. C. $\frac{2203}{7350}$. D. $\frac{2179}{7350}$.

Câu 3.31. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để tổng số chấm trong hai lần gieo nhỏ hơn 6.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{11}{36}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{18}$.

Câu 3.32. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số của tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp S . Tính xác suất để số được chọn có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{40}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 3.33. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi B là tập tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau từ tập A . Chọn thứ tự 2 số thuộc tập B . Tính xác suất để trong hai số vừa chọn có **đúng** một số có mặt chữ số 3.

- A. $\frac{159}{360}$. B. $\frac{160}{359}$. C. $\frac{80}{359}$. D. $\frac{161}{360}$.

Câu 3.34. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên từ S một số. Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 6.

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

Câu 3.35. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên từ S một phần tử. Xác suất để số được chọn chia hết cho 7 và có số hàng đơn vị bằng 1

- A. $\frac{157}{11250}$. B. $\frac{643}{45000}$. C. $\frac{1357}{52133}$. D. $\frac{11}{23576}$.

Câu 3.36. Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ X lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$ là

- A. $\frac{33}{68040}$. B. $\frac{1}{2430}$. C. $\frac{31}{68040}$. D. $\frac{29}{68040}$.

Câu 3.37. Gọi S là tập các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên từ tập S một phần tử. Xác suất để số chọn được chia hết cho 7 và có số hàng đơn vị là 1 là

- A. $\frac{157}{11250}$. B. $\frac{643}{45000}$. C. $\frac{1357}{52133}$. D. $\frac{11}{23576}$.

Câu 3.38. Cho một bảng ô vuông 3×3 . Điền ngẫu nhiên các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 vào bảng trên (mỗi ô chỉ điền một số). Gọi A là biến cố “Mỗi hàng, mỗi cột bất kì đều có ít nhất một số lẻ”. Xác suất của biến cố A bằng

- A. $P(A) = \frac{10}{21}$. B. $P(A) = \frac{1}{3}$. C. $P(A) = \frac{5}{7}$. D. $P(A) = \frac{1}{56}$.

Câu 3.39. Từ các số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập số có 9 chữ số chia hết cho 15 sao cho có **đúng** hai số lặp lại. Có tất cả bao nhiêu số?

- A. 362880. B. 70560. C. 60480. D. 40320.

Câu 3.40. Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn. Trong đó có **đúng** 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

- A. $\frac{99}{667}$. B. $\frac{568}{667}$. C. $\frac{33}{667}$. D. $\frac{634}{667}$.

Câu 3.41. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là lẻ bằng

- A. $\frac{40}{81}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{35}{81}$. D. $\frac{5}{54}$.

Câu 3.42. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được là số chia hết

cho 6 .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 3.43. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất sao cho số lấy được chia hết cho 15.

- A. $\frac{1}{27}$. B. $\frac{9}{112}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{8}{9}$.

Câu 3.44. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{11}{60}$. C. $\frac{13}{60}$. D. $\frac{9}{1}$.

Câu 3.45. Có 60 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3.

- A. $\frac{11}{171}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{9}{89}$. D. $\frac{409}{1225}$.

Câu 3.46. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là lẻ bằng

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{20}{81}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3.47. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{20}{81}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{16}{81}$.

Câu 3.48. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 1 là

- A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{25}{81}$. C. $\frac{10}{27}$. D. $\frac{25}{1944}$.

Câu 3.49. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt 3 chữ số 2, 3 và 4 là

- A. $\frac{1}{648}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{23}{378}$.

Câu 3.50. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn trong đó có mặt 2 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ là

- A. $\frac{250}{567}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{230}{567}$.

Câu 3.51. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có bảy chữ số. Xác suất để số được chọn có các chữ số cách đều chữ số chính giữa thì giống nhau.

- A. $\frac{1}{120}$. B. $\frac{1}{1000}$. C. $\frac{1}{100}$. D. $\frac{63}{125000}$.

Câu 3.52. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

- A. $\frac{11}{21}$. B. $\frac{101}{1526}$. C. $\frac{101}{216}$. D. $\frac{25}{126}$.

Câu 3.53. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có mặt chữ số 0 và 9.

- A. $\frac{250}{567}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{49}{81}$.

Câu 3.54. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn chia hết cho 5.

- A. $\frac{17}{81}$. B. $\frac{17}{18}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{49}{81}$.

Câu 3.55. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ tập $A = 0; 1; 2; 3; \dots; 9$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 154350

- A. $\frac{7}{15625}$. B. $\frac{1}{972}$. C. $\frac{7}{375000}$. D. $\frac{2}{81}$.

Câu 3.56. Gọi A là tập các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có hai chữ số 2 và 6 không đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{13}{21}$. C. $\frac{13}{18}$. D. $\frac{8}{21}$.

Câu 3.57. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $A = 1; 2; 3; 4; 5; 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có tổng 3 chữ số bằng 10.

- A. $\frac{9}{10}$. B. $\frac{3}{40}$. C. $\frac{9}{20}$. D. $\frac{3}{29}$.

Câu 3.58. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để chọn được số chỉ chứa 3 số chẵn.

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{11}{21}$. C. $\frac{9}{21}$. D. $\frac{13}{21}$.

Câu 3.59. Cho 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số lẻ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 3.60. Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 5 bằng

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{1}{20}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

5. B	6. C	3.1. A	3.2. B	3.3. A	3.4. C	3.5. C	3.6. B
3.7. B	3.8. A	3.9. A	3.10. C	3.11. D	3.12. A	3.13. D	3.14. C
3.15. A	3.16. A	3.17. B	3.18. B	3.19. D	3.20. B	3.21. A	3.22. C
3.23. C	3.24. A	3.25. B	3.26. B	3.27. C	3.28. A	3.29. C	3.30. A
3.31. D	3.32. B	3.33. B	3.34. B	3.35. B	3.36. C	3.37. B	3.38. C
3.39. B	3.40. A	3.41. A	3.42. C	3.43. A	3.44. B	3.45. D	3.46. A
3.47. A	3.48. B	3.49. D	3.50. D	3.51. B	3.52. B	3.53. D	3.54. A
3.55. C	3.56. C	3.57. D	3.58. A	3.59. B	3.60. C		

CHUYÊN ĐỀ 4. ĐỌC BẢNG BIẾN THIÊN, ĐỒ THỊ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Xét sự đơn điệu dựa vào bảng biến thiên

- Nếu $f'(x) \geq 0 \forall x \in K$ (dấu “=” xảy ra tại một số hữu hạn điểm hoặc vô hạn điểm rời rạc trên K) thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$ (dấu “=” xảy ra tại một số hữu hạn điểm hoặc vô hạn điểm rời rạc trên K) thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .

2. Cực trị hàm số

- Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x = x_0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = x_0$, giá trị cực tiểu $y = y(x_0)$.
- Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đổi dấu từ $+$ sang $-$ tại $x = x_0$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = x_0$, giá trị cực đại $y = y(x_0)$.
- Cực đại và cực tiểu của hàm số gọi chung là điểm cực trị hàm số.

3. Đếm số cực trị dựa vào bảng biến thiên

Dựa vào bảng biến thiên

- Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x_0)$ đổi từ dấu $(-)$ sang dấu $(+)$ thì x_0 là điểm cực đại.
- Nếu x qua điểm x_0 mà đổi từ dấu $(+)$ sang dấu $(-)$ thì x_0 là điểm cực tiểu.

(số lần đổi dấu của $f'(x)$ chính bằng số điểm cực trị của hàm số)

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 7 (Câu 6 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

CÂU 8 (Câu 23 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

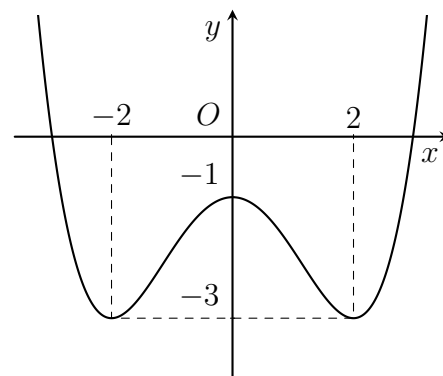
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1		$+\infty$
		-1		-1	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

CÂU 9 (Câu 28 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 2.



CÂU 10 (Câu 30 đề minh họa 2021-2022). Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $y = -x^3 - x$. B. $y = -x^4 - x^2$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

CÂU 11 (Câu 3 đề minh họa 2020-2021). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							
		1		1			
	$-\infty$		-1		$-\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

CÂU 12 (Câu 4 đề minh họa 2020-2021). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		$+\infty$	
	$-\infty$			-3		

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

CÂU 13 (Câu 5 đề minh họa BGD 2020-1021). Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

1. Xét sự đơn điệu dựa vào bảng biến thiên

Câu 4.1 (Đề minh họa 2019-2020). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			2		2			
	$-\infty$			1			$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 4.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	$+$		$+$ 0 $-$	
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$
	$-\infty$	$-\infty$		$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 4.3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$ 0 $+$	
y	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$		$+\infty$ $\searrow$ 2 $\nearrow$ $+\infty$	

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 4.4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 4.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		+	0	-
y	$1 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$		$+\infty \searrow 1$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 4.6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	5			$-\infty$

Trong các mệnh đề sau, có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

- Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$.
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
- Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 4.7. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 4.8. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 4.9. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Trong các phát biểu sau, đâu là phát biểu **sai**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $[0; 1]$.
 C. Hàm số đồng biến trên $[-1; 0]$ và $[1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$.

Câu 4.10. Hàm số $y = \frac{2}{3x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 4.11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x^2 + 4 - \cos x, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4.12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x - 2)(x + 5)(x + 1)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

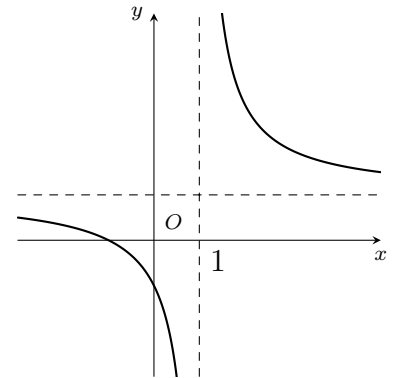
- A. $(2; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-6; -1)$.

Câu 4.13. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^3(x - 1)^2(x + 2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

- A. $(-\infty; -2); (0; 1)$. B. $(-2; 0); (1; +\infty)$.
C. $(-\infty; -2); (0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

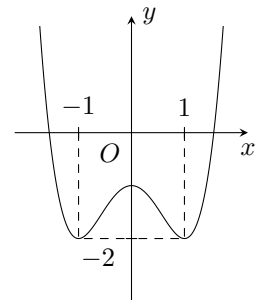
Câu 4.14. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.



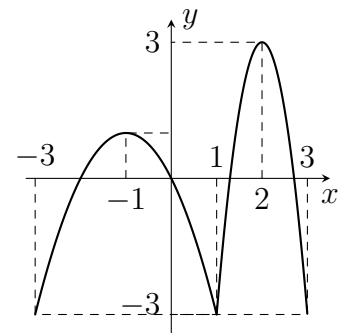
Câu 4.15. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

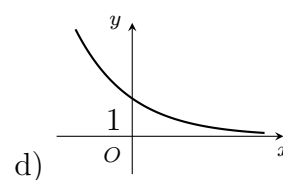
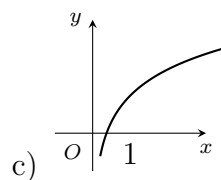
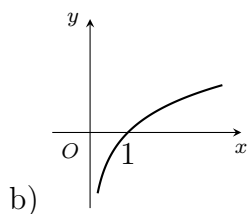
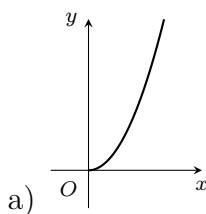


Câu 4.16. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-3; -1)$. D. $(2; 3)$.



Câu 4.17. Cho bốn hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?



A. 4.

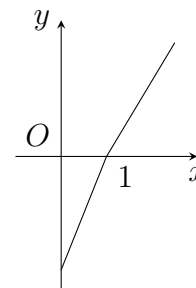
B. 2.

C. 3.

D. 1.

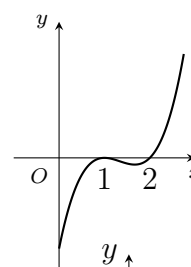
Câu 4.18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.



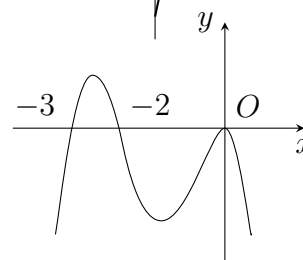
Câu 4.19. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2; +\infty)$.
- B. $(1; 2)$.
- C. $(0; 1)$.
- D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.



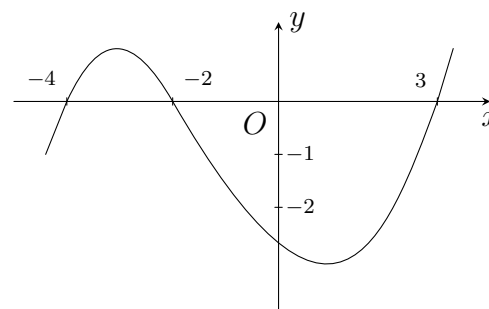
Câu 4.20. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.



Câu 4.21. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên. Chọn phát biểu **đúng** khi nói về hàm số $y = f(x)$.

- A. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- C. $f(0) > f(3)$.
- D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.



2. Cực trị hàm số

Câu 4.22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				3		
				-1			$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Câu 4.23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				-3				$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -4.

B. 0.

C. 1.

D. -3.

Câu 4.24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y			2				2		

Số điểm cực trị của hàm số đã cho

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 4.25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y			-2			$+\infty$			$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. -3.

C. -1.

D. -2.

Câu 4.26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	1		$\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			$\frac{4}{27}$				$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

A. $\frac{4}{27}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 2.

D. 0.

Câu 4.27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 4.28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

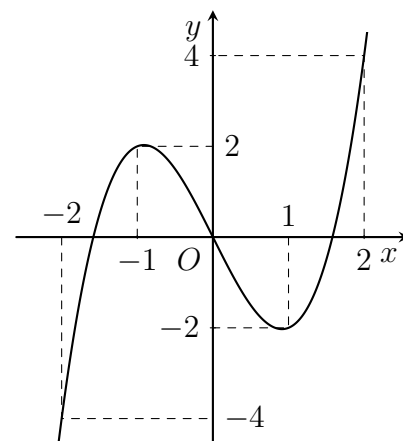
Câu 4.29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.



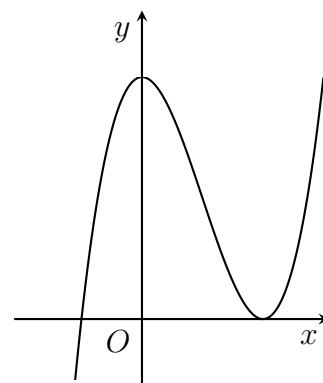
Câu 4.30. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

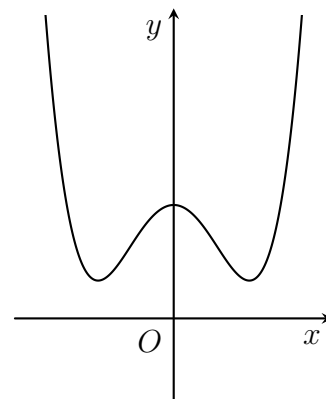
C. 2.

D. 3.



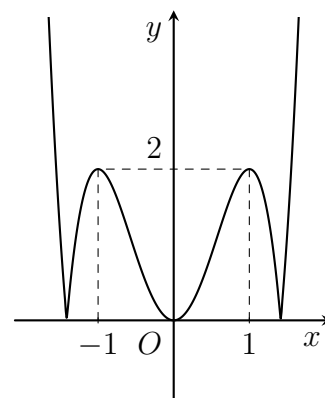
Câu 4.31. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.



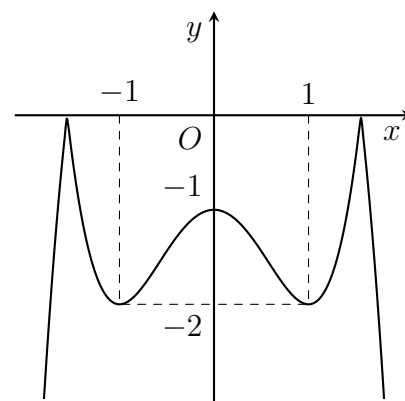
Câu 4.32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.



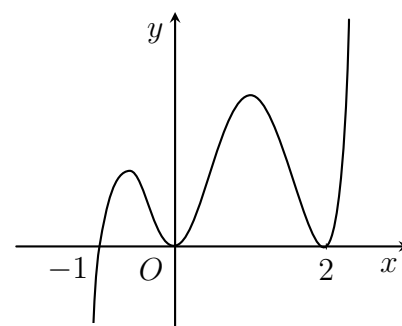
Câu 4.33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.



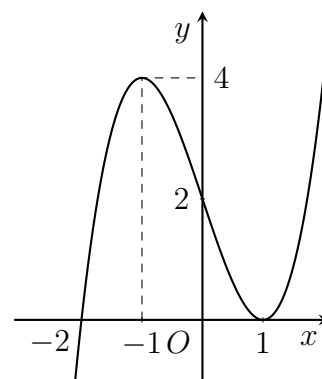
Câu 4.34. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ trên khoảng K như hình bên. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.



Câu 4.35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.



Câu 4.36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

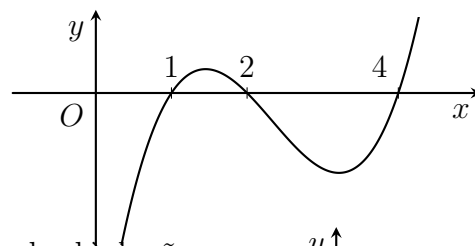
x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		0	$+$		$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 3.

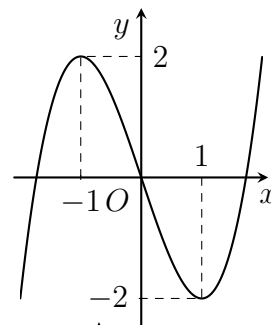
Câu 4.37. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $g = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Điểm cực đại của hàm số là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.



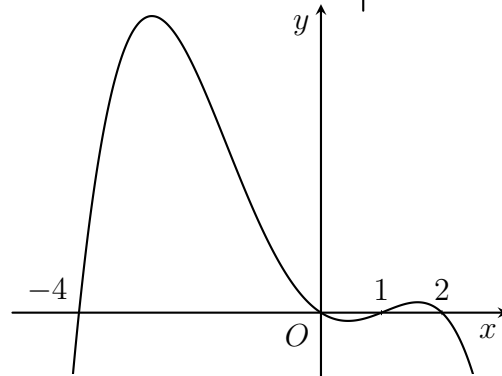
Câu 4.38. Cho hàm số $y = f(x)$ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. $f(0)$. B. $f(1)$. C. $f(2)$. D. $f(-1)$.



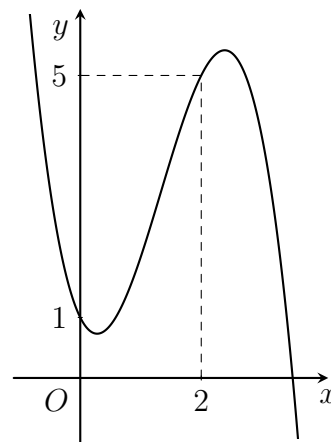
Câu 4.39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.



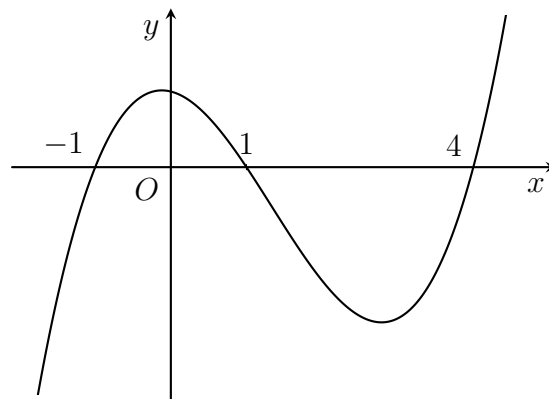
Câu 4.40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ đạt cực đại tại $x = 0$.
 B. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 C. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ không đạt cực trị tại $x = 0$.
 D. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x$ không có cực trị.



Câu 4.41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.



3. Đếm số cực trị dựa vào bảng biến thiên

Câu 4.42. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.
 B. Hàm số có một điểm cực trị.
 C. Hàm số có hai điểm cực trị.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Câu 4.43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

x	$-\infty$	2	6	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	6	1	$+\infty$	

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2. B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 4.44. Cho hàm số $y = x$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$		
y'	+	-	0	+	0	+	-	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	y_1	y_2	y_3	$+\infty$			

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 4.45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$f(-2)$	$f(0)$	$+\infty$	

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

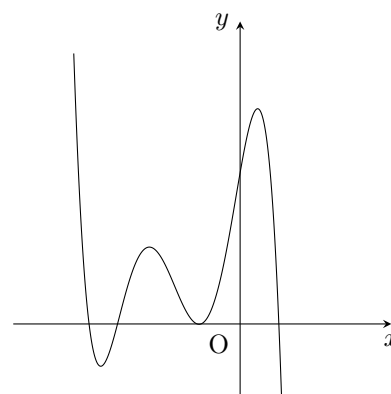
Câu 4.46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình vẽ sau. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.



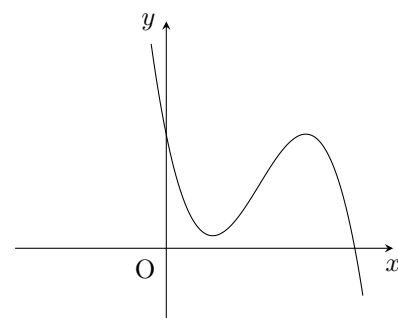
Câu 4.47. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.



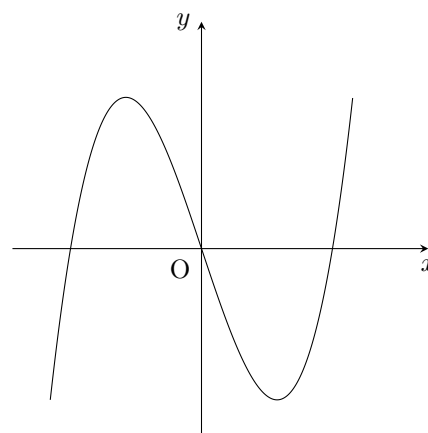
Câu 4.48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình vẽ sau. Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 1.

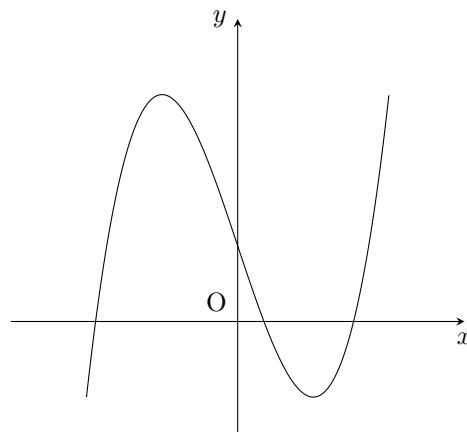
C. 2.

D. 5.



Câu 4.49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.



Câu 4.50. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	2	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 4.51. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2(x-1)^3(3-x)(x-5)$. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

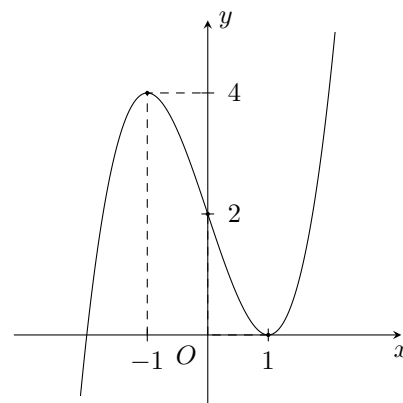
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4.52. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x^4 - x^2)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

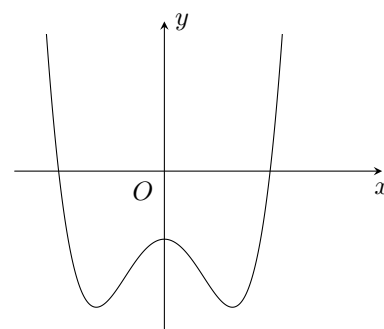
Câu 4.53. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



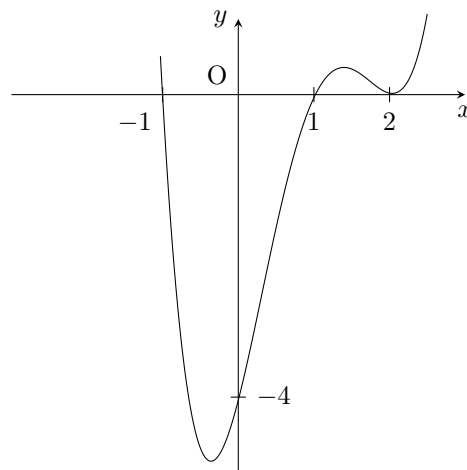
Câu 4.54. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 5.



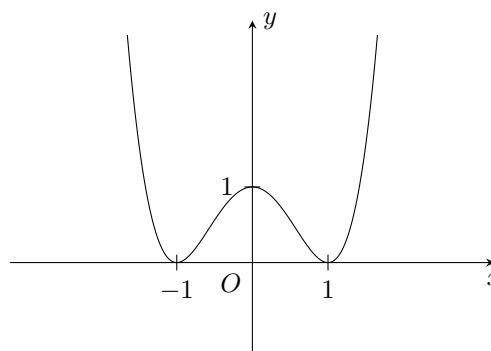
Câu 4.55. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.



Câu 4.56. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 3.



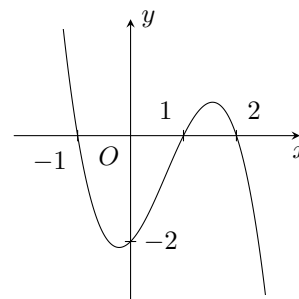
Câu 4.57. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	-1	3	$-\infty$

- A. Có ba điểm. B. Có hai điểm. C. Có một điểm. D. Có bốn điểm.

Câu 4.58. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.



Câu 4.59. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3 ↘	-1	↗ 4 ↘

- A. -2. B. 4. C. 3. D. -1.

Câu 4.60. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$
		-4			-4		

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = 0$. B. $(-1; -4)$. C. $(0; -3)$. D. $(1; -4)$.

Câu 4.61. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	0	$-\frac{5}{2}$	0	$-\infty$		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1 . C. 0 . D. -1 .

Câu 4.62. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. D. Hàm số không có cực trị.

D BẢNG ĐÁP ÁN

7. C	8. D	9. B	10. A	11. B	12. D	13. A	4.1. D
4.2. C	4.3. A	4.4. A	4.5. C	4.6. A	4.7. B	4.8. A	4.9. D
4.10. C	4.11. D	4.12. A	4.13. D	4.14. A	4.15. D	4.16. D	4.17. C
4.18. C	4.19. A	4.20. B	4.21. C	4.22. B	4.23. D	4.24. A	4.25. D
4.26. B	4.27. B	4.28. B	4.29. B	4.30. C	4.31. B	4.32. B	4.33. D
4.34. B	4.35. D	4.36. A	4.37. D	4.38. A	4.39. D	4.40. A	4.41. A
4.42. C	4.43. B	4.44. C	4.45. D	4.46. D	4.47. B	4.48. A	4.49. A
4.50. A	4.51. B	4.52. A	4.53. D	4.54. D	4.55. A	4.56. B	4.57. B
4.58. D	4.59. C	4.60. C	4.61. A	4.62. C			

CHUYÊN ĐỀ 5. TÌM GTLN - GTNN CỦA HÀM SỐ TRÊN ĐOẠN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x_i) = 0, x_i \in [a; b]$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $M = \max \{f(a), f(b), f(x_i)\}$.

2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f'(x_i) = 0, x_i \in [a; b]$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $m = \min \{f(a), f(b), f(x_i)\}$.

3. Các trường hợp đặc biệt

- Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a; b]} f(x) = f(b), \min_{[a; b]} f(x) = f(a)$.
- Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a; b]} f(x) = f(a), \min_{[a; b]} f(x) = f(b)$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 14 (Câu 29 đề minh họa 2021-2022). Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 5$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

CÂU 15 (Câu 31 đề minh họa 2020-2021). Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$. Tổng $M + m$ bằng?

- A. 11. B. 14. C. 5. D. 13.

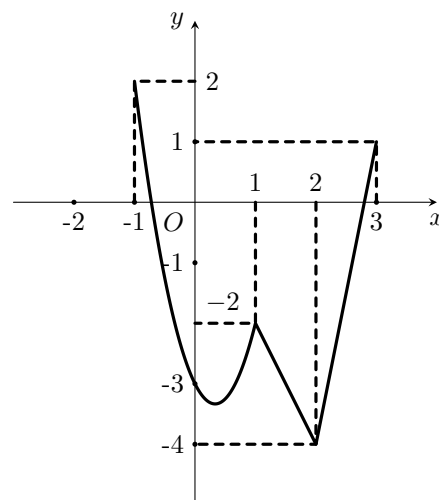
C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 5.1 (Đề minh họa 2019-2020). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1. B. 37. C. 33. D. 12.

Câu 5.2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 5.



Câu 5.3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\min_{[0; 2]} y = 2$. B. $\min_{[0; 2]} y = 0$. C. $\min_{[0; 2]} y = 1$. D. $\min_{[0; 2]} y = 4$.

Câu 5.4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 18$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 2. B. 11. C. 27. D. 1.

Câu 5.5. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{2x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$.

- A. $\min_{[0;3]} y = 0$. B. $\min_{[0;3]} y = -\frac{3}{7}$. C. $\min_{[0;3]} y = -4$. D. $\min_{[0;3]} y = -1$.

Câu 5.6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Kí hiệu $M = \max_{[0;2]} f(x)$, $m = \min_{[0;2]} f(x)$. Khi đó $M + m$ bằng

- A. $-\frac{4}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.

Câu 5.7. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. 4. B. 16. C. 2. D. 6.

Câu 5.8. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $\max_{[-1;1]} y = -\frac{\ln 2 + 1}{2}$. B. $\max_{[-1;1]} y = 1 - e^2$.
C. $\max_{[-1;1]} y = -(1 + e^{-2})$. D. $\max_{[-1;1]} y = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

Câu 5.9. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4x^2 + \frac{1}{x} - 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. $\frac{29}{2}$. B. 1. C. 3. D. Không tồn tại.

Câu 5.10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ đạt được tại x_0 . Giá trị x_0 bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 5.11. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x - 4\sqrt{6-x}$ trên đoạn $[-3; 6]$. Tổng $M + m$ có giá trị là

- A. -12. B. -6. C. 18. D. -4.

Câu 5.12. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x + \sqrt{5-x^2}$. Tổng $M + m^2$ có giá trị là

- A. 5. B. 25. C. $5 + 2\sqrt{5}$. D. 45.

Câu 5.13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. $f(-1)$. B. $f(0)$. C. $f(3)$. D. $f(2)$.

Câu 5.14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-4; 2]$ là

- A. $f(0)$. B. $f(-4)$. C. $f(1)$. D. $f(2)$.

Câu 5.15. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 5.16. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $m > 10$. B. $8 < m < 10$. C. $0 < m < 4$. D. $4 < m < 8$.

Câu 5.17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

- A. $m = 0$. B. $m = 6$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Câu 5.18. Tìm giá trị của tham số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 3.

- A. $m = 3$. B. $m = 7$. C. $m = 1$. D. $m = 5$.

Câu 5.19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{61}{4}$.

Câu 5.20. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + m}{3 - 2 \sin x}$ thuộc đoạn $[-2; 2]$. Khi đó số phần tử của S là

- A. 11. B. 10. C. Vô số. D. 9.

Câu 5.21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -3

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. 15. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{19}{3}$. D. 12.

D BẢNG ĐÁP ÁN

14. B	15. D	5.1. C	5.2. A	5.3. A	5.4. A	5.5. D	5.6. B
5.7. A	5.8. A	5.9. D	5.10. A	5.11. B	5.12. B	5.13. B	5.14. C
5.15. D	5.16. B	5.17. D	5.18. B	5.19. C	5.20. A	5.21. D	

CHUYÊN ĐỀ 6. TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

Nếu $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm phân thức hữu tỉ.

- Nếu x_0 thỏa mãn $\begin{cases} Q(x_0) = 0 \\ P(x_0) \neq 0 \end{cases}$ thì đồ thị có tiệm cận đứng là $x = x_0$.
- Nếu bậc của $P(x) \leq$ bậc của $Q(x)$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 16 (Câu 16 đề minh họa 2021-2022). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

CÂU 17 (Câu 6 đề minh họa 2020-2021). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 6.1 (Đề minh họa 2019-2020). Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6.2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{-5x^2 - 2x + 3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 6.3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 6.4. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 6.5. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{5x^2 + x + 1}}{\sqrt{2x - 1} - x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 6.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+	+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$	3

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 6.7. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 2}{\sqrt{9 - x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 6.8. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{-x^2 + 2x}}{x - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 6.9. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 6.10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 - 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 6.11. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x^2 - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 6.12. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 6.13. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x - 1} + 1}{x^2 - 4x - 5}$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận ngang và đứng?

A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 6.14. Giả sử đường thẳng $(d): x = a, (a > 0)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ tại một điểm duy nhất, biết khoảng cách từ điểm đó đến tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 1, kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

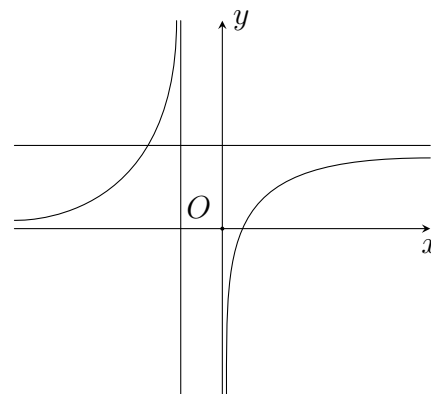
A. $y_0 = -1$. B. $y_0 = 5$. C. $y_0 = 1$. D. $y_0 = 2$.

Câu 6.15. Cho hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$ (C). Gọi M là điểm bất kỳ trên (C), d là tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất của d là

A. 5. B. 10. C. 6. D. 2.

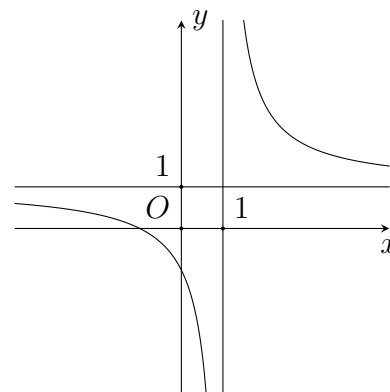
Câu 6.16. Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 3.
C. 2. D. Không có tiệm cận.



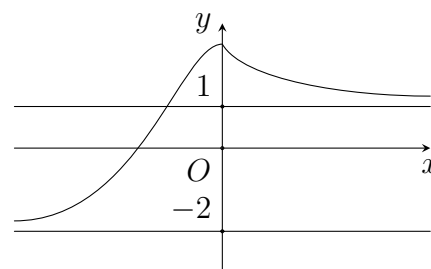
Câu 6.17. Cho đồ thị như hình vẽ bên. Biết hình vẽ là đồ thị của một trong 4 hàm số ở các phương án sau. Hãy chọn phương án trả lời đúng?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.



Câu 6.18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tiệm cận ngang là

- A. $y = 1$ và $y = -2$. B. $y = -1$ và $y = -2$.
C. $y = 1$ và $y = 2$. D. $y = 2$.



Câu 6.19. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6.20. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$-$	$-$
y	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$	2

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 0$.
- C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = -2$ và một tiệm cận ngang là $y = 1$.
- D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -2$ và $y = 2$.

Câu 6.21. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		2	-3	10

Số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 3.

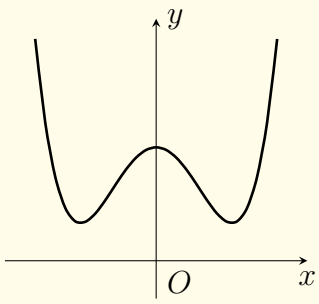
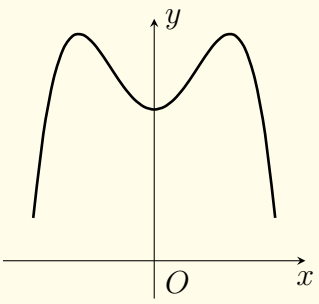
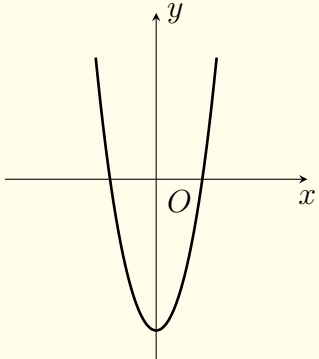
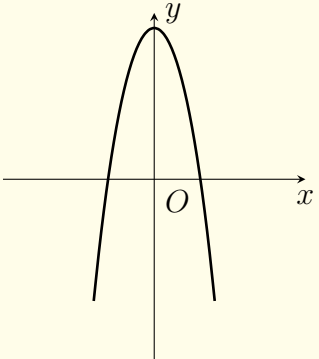
D BẢNG ĐÁP ÁN

16. A	17. A	6.1. C	6.2. B	6.3. B	6.4. C	6.5. D	6.6. A
6.7. A	6.8. A	6.9. A	6.10. A	6.11. A	6.12. B	6.13. B	6.14. B
6.15. D	6.16. A	6.17. D	6.18. C	6.19. B	6.20. D	6.21. A	

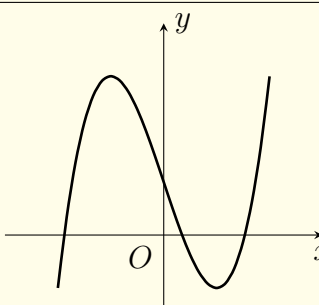
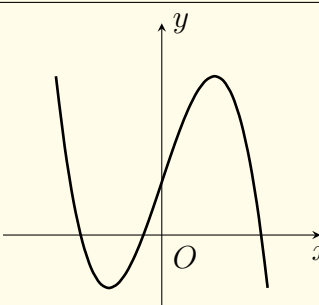
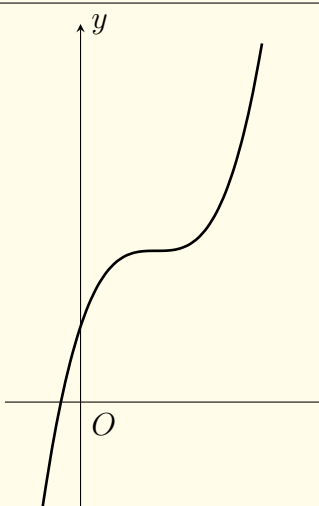
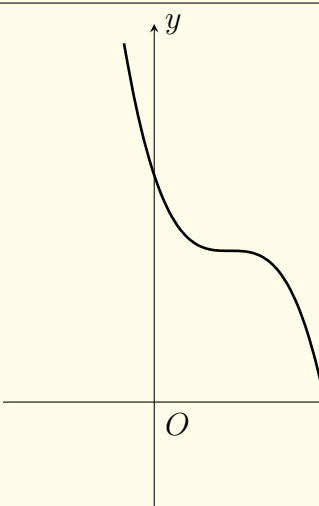
CHUYÊN ĐỀ 7. KHẢO SÁT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ, ĐỒ THỊ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

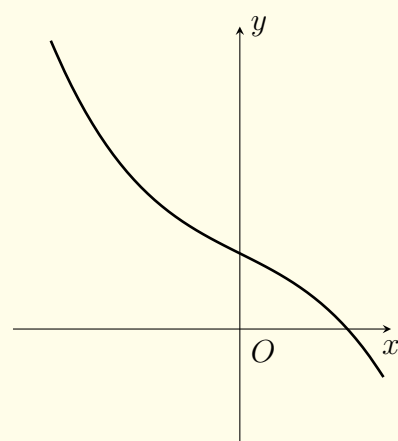
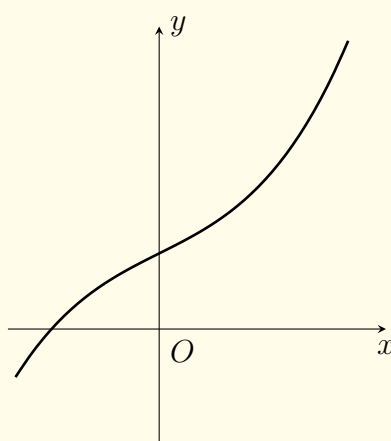
1. HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$.

	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt (Hàm số có 3 cực trị $ab < 0$)		
Phương trình $y = 0$ có 1 nghiệm (Hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$)		

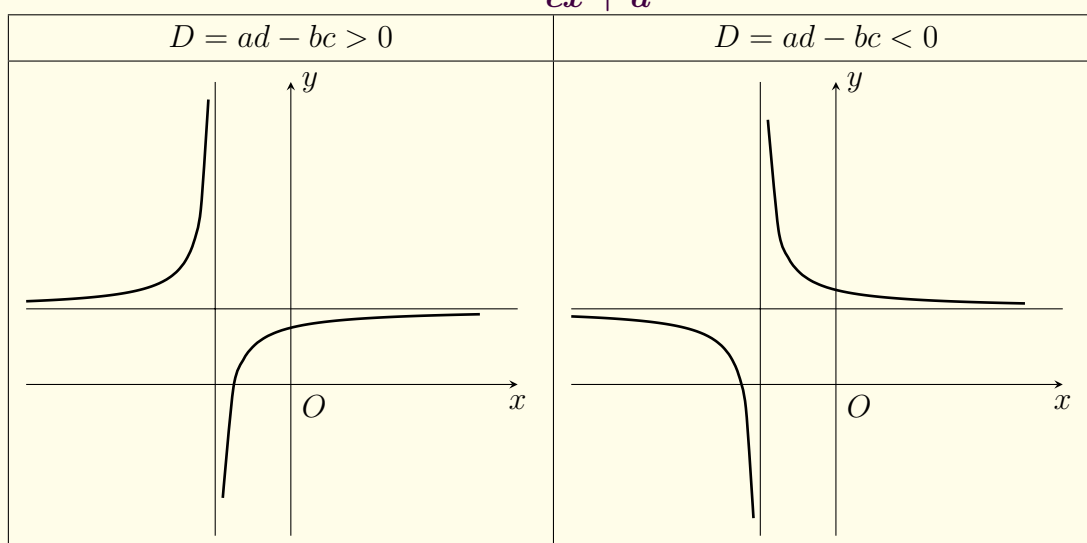
2. HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$.

	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép.		

Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm.



3. HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỈ $y = \frac{ax + b}{cx + d}$, ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$).



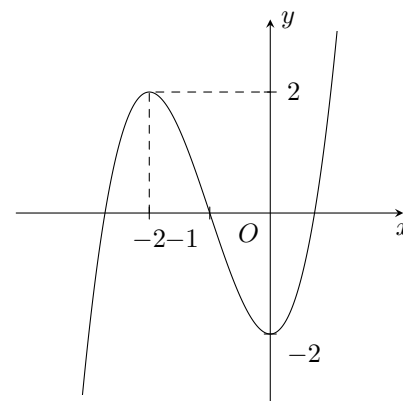
B BÀI TẬP MẪU

CÂU 18 (Câu 3 đề minh họa 2021-2022). Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

- A. Điểm $P(-1; -1)$. B. Điểm $N(-1; -2)$. C. Điểm $M(-1; 0)$. D. Điểm $Q(-1; 1)$.

CÂU 19 (Câu 18 đề minh họa 2021-2022). Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

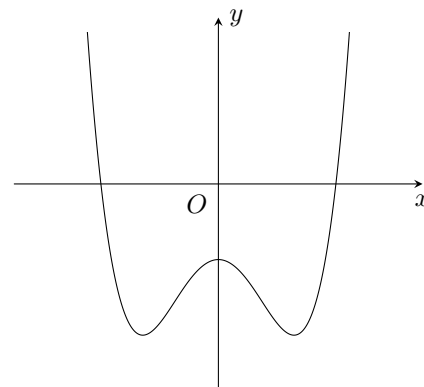
- A. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 2$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.



CÂU 20 (Câu 7 đề minh họa 2020-2021).

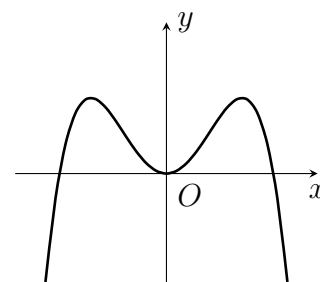
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

**© BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN**

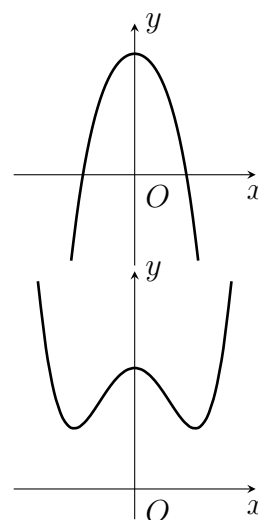
Câu 7.1 (Đề minh họa 2019-2020). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$.
C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.



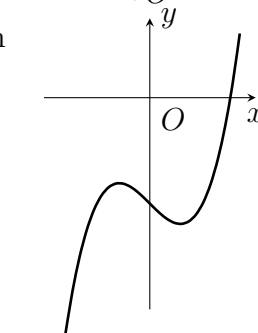
Câu 7.2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A. $y = x^4 - x^2 + 2$. B. $y = -x^4 - x^2 + 2$.
C. $y = -x^2 + 2$. D. $y = x^2 + 2$.



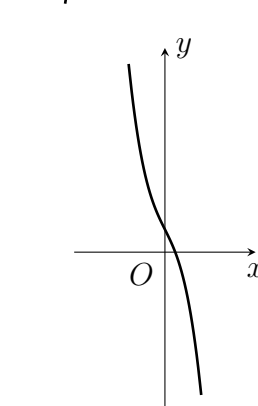
Câu 7.3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A. $y = x^3 - x^2 + 2$. B. $y = -x^4 + x^2 + 2$.
C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = x^2 - x + 2$.



Câu 7.4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.
C. $y = x^3 - x + 2$. D. $y = x^3 - x - 2$.



Câu 7.5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A. $y = -x^3 - 2x + 1$. B. $y = -x^3 - 2x - 1$.
C. $y = -x^3 + 1$. D. $y = x^3 + 1$.

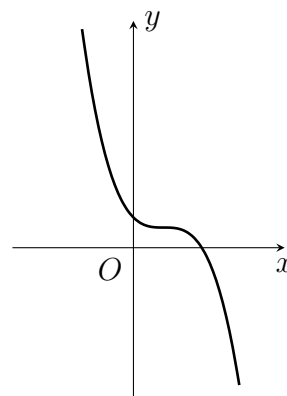
Câu 7.6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 1.$

B. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1.$

C. $y = -x^2 - x + 1.$

D. $y = -x^4 + x^2 + 1.$



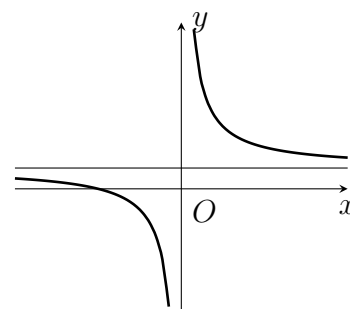
Câu 7.7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = \frac{x+1}{2x+2}.$

B. $y = x^2 + 2x.$

C. $y = \frac{x-2}{2x}.$

D. $y = \frac{x+2}{2x}.$



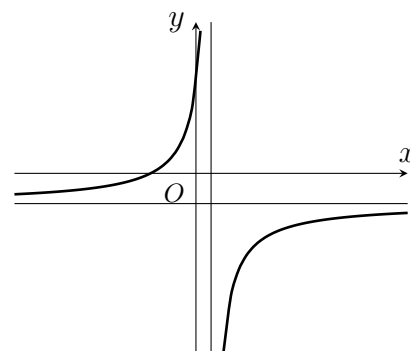
Câu 7.8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = \frac{2x+3}{2x-1}.$

B. $y = \frac{2x-3}{1-2x}.$

C. $y = \frac{2x-1}{2x+3}.$

D. $y = \frac{2x+3}{x-1}.$



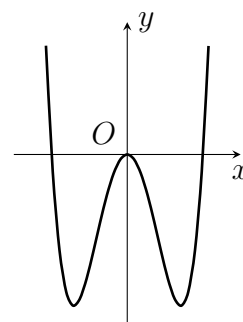
Câu 7.9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = x^3 - 3x^2.$

B. $y = -x^4 + 4.$

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

D. $y = x^4 - 4x^2.$



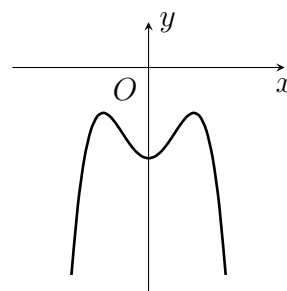
Câu 7.10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = x^3 - 3x^2.$

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 2.$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2.$

D. $y = -x^4 - 2.$



Câu 7.11. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x - 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 7.12. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$		

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 7.13. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+4}{x+1}$.

C. $y = \frac{-x-1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

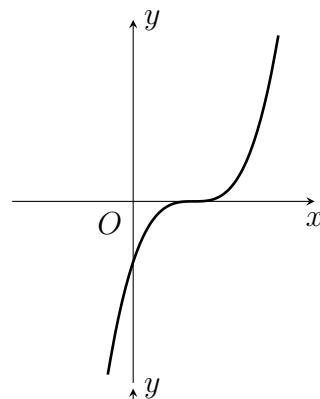
Câu 7.14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = (x-1)^3$.

B. $y = -x^3 + 1$.

C. $y = x^3 - 1$.

D. $y = (x+1)^3$.

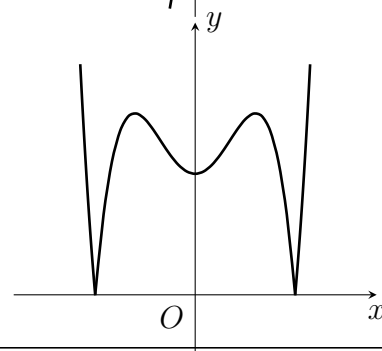
**Câu 7.15.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

A. $y = |x^3 - 2x - 2|$.

B. $y = |x^4 - 2x^2 - 2|$.

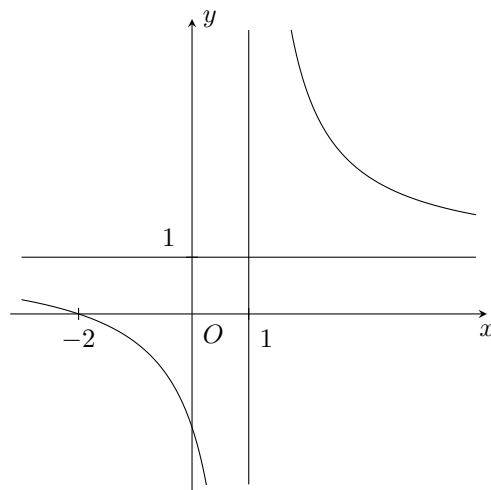
C. $y = |x^4 - 2x^2 + 2|$.

D. $y = |x^3 - 2x + 2|$.



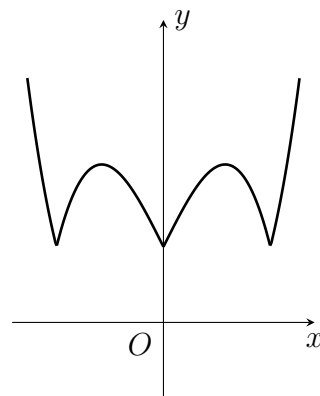
Câu 7.16. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính $S = a + 2b + 3c$.

- A. -6. B. 2. C. 8. D. 0.



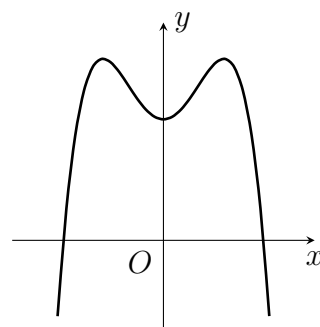
Câu 7.17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên?

- A. $y = |x^3 - 3x - 1|$. B. $y = |x^3 - 3x| + 1$.
C. $y = |x^4 - 2x^2 + 2|$. D. $y = |x^4 + 2x^2 + 2|$.



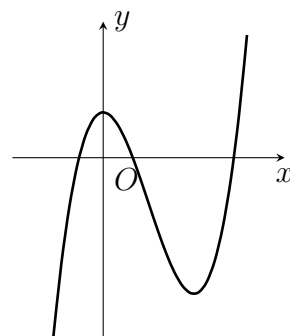
Câu 7.18. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



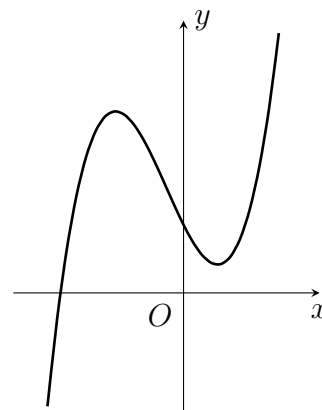
Câu 7.19. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
C. $a > 0, b < 0, c = 0, d > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



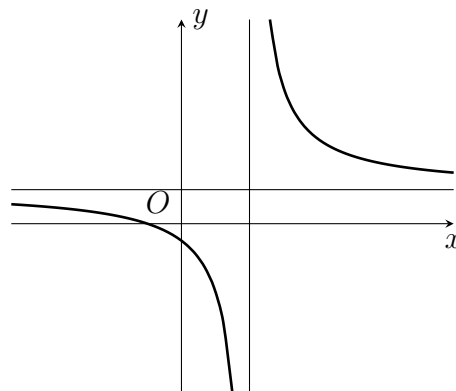
Câu 7.20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong bốn số a, b, c, d có bao nhiêu số âm?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.



Câu 7.21. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $ac > 0, bd > 0$. B. $ab < 0, cd < 0$.
C. $bc > 0, ad < 0$. D. $bc < 0, ad > 0$.



📌 BẢNG ĐÁP ÁN

18. C	19. D	20. B	7.1. A	7.2. B	7.3. C	7.4. D	7.5. A
7.6. A	7.7. D	7.8. C	7.9. D	7.10. B	7.11. A	7.12. A	7.13. A
7.14. A	7.15. B	7.16. B	7.17. B	7.18. A	7.19. C	7.20. B	7.21. C

CHUYÊN ĐỀ 8. HÀM SỐ LŨY THỪA, MŨ, LOGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Lũy thừa và căn

Cho số thực b và số nguyên dương n ($n \geq 2$). Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$.

- Với n lẻ và $b \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của b , kí hiệu là $\sqrt[n]{b}$.
- Với n chẵn:
 - $b < 0$: Không tồn tại căn bậc n của b .
 - $b = 0$: Có một căn bậc n của b là số 0.
 - $b > 0$: Có hai căn bậc n của a là hai số đối nhau, căn có giá trị dương ký hiệu là $\sqrt[n]{b}$, căn có giá trị âm kí hiệu là $-\sqrt[n]{b}$.

a) Một số tính chất của lũy thừa

- Giả thuyết rằng mỗi biểu thức được xét đều có nghĩa:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^0 = 1$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	

- Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$; Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.
- Với mọi $0 < a < b$, ta có: $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$; $a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$
- Chú ý:
 - Các tính chất trên đúng trong trường hợp số mũ nguyên hoặc không nguyên.
 - Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.
 - Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

b) Một số tính chất của căn bậc n

- Với $a, b \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}^*$, ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a^{2n}} &= a, \forall a \\ \sqrt[n]{ab} &= \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}, \forall ab \geq 0 \\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \forall ab \geq 0, b \neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[n+1]{a^{2n+1}} &= a, \forall a. \\ \sqrt[n+1]{ab} &= \sqrt[n+1]{a} \cdot \sqrt[n+1]{b}, \forall a, b. \\ \sqrt[n+1]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n+1]{a}}{\sqrt[n+1]{b}}, \forall a, \forall b \neq 0. \end{aligned}$$

- Với $a, b \in \mathbb{R}$, ta có

- a. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m, \forall a > 0, n$ nguyên dương, m nguyên.
- b. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}, \forall a \geq 0, n, m$ nguyên dương.
- c. Nếu $\frac{p}{n} = \frac{q}{m}$ thì $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q}, \forall a > 0, m, n$ nguyên dương, p, q nguyên.
 Đặc biệt: $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^m}$.

2. Logarit

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$. Ta viết: $\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$.

a) Tính chất của logarit

- **Công thức 1:** $\log_a a^x = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}; 1 \neq a > 0$.
- **Công thức 2:** $\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$ với $x, y > 0$ và $0 < a \neq 1$.
 $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ với $x, y > 0$ và $0 < a \neq 1$.
Chú ý: Với $x, y < 0$ và $0 < a \neq 1$ ta có $\log_a (xy) = \log_a (-x) + \log_a (-y)$.
- **Công thức 3:** $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ và $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$ ($a, b > 0; a \neq 1, n \neq 0$).
Như vậy: $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \cdot \log_a b$ ($m \neq 0$).

- **Công thức 4:** (đổi cơ số) $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.
 Cách viết khác của công thức đổi cơ số: $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$ với $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$.
Hệ quả: Khi cho $a = c$ ta có $\log_c b \cdot \log_b c = \log_c c = 1 \Leftrightarrow \log_c b = \frac{1}{\log_b c}$ (gọi là nghịch đảo).
Tổng quát với nhiều số: $\log_{x_1} x_2 \cdot \log_{x_2} x_3 \cdots \log_{x_{n-1}} x_n = \log_{x_1} x_n$ (với $1 \neq x_1; \dots; x_n > 0$).

- **Công thức 5:** $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ với $a, b, c > 0; b \neq 1$.

b) Logarit thập phân, logarit tự nhiên.

- **Logarit thập phân:** Logarit cơ số $a = 10$ gọi là logarit thập phân ký hiệu: $\log x$ ($x > 0$) ($\log x$ được hiểu là $\log_{10} x$). Đọc là lốc x .
- **Logarit tự nhiên:** Logarit cơ số $a = e \approx 2,7182818$ gọi là logarit tự nhiên ký hiệu: $\ln x$ ($x > 0$). ($\ln x$ được hiểu là $\log_e x$).

c) Các tính chất: Cho $a, b > 0, a \neq 1$, ta có

- $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0$.
- $a^{\log_a b} = b, \log_a (a^\alpha) = \alpha$.

d) Các quy tắc:

- Lôgarit của một tích: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, Ta có

$$\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$$

- Lôgarit của một thương: Cho 3 số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, Ta có

$$\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$$

Đặc biệt: với $a, b > 0, a \neq 1, \log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$.

- Lôgarit của lũy thừa: Cho $a, b > 0$ với $a \neq 1$, với mọi α , ta có $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$.

- Công thức đổi cơ số: Cho 3 số dương a, b, c với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Đặc biệt: $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$ và $\log_a^\alpha b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ với $\alpha \neq 0$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 21 (Câu 9 đề minh họa 2021-2022). Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

CÂU 22 (Câu 17 đề minh họa 2021-2022). Với $a > 0$, biểu thức, $\log_2 \left(\frac{a}{64} \right)$ bằng

- A. $-6 \log_2 a$. B. $6 + \log_2 a$. C. $\frac{1}{64} \log_2 a$. D. $-6 + \log_2 a$.

CÂU 23 (Câu 22 đề minh họa 2021-2022). Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{1}{2x}$.

CÂU 24 (Câu 31 đề minh họa 2021-2022). Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 4b^3$. B. $a = 3b + 4$. C. $a = 3b + 2$. D. $a = \frac{4}{b^3}$.

CÂU 25 (Câu 11 đề minh họa 2020-2021). Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

CÂU 26 (Câu 9 đề minh họa 2020-2021). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2 \log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 8.1. Cho số thực dương $a > 0$ và khác 1. Hãy rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{5}{2}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{7}{12}} - a^{\frac{19}{12}} \right)}$.

- A. $P = 1 + a$. B. $P = 1$. C. $P = a$. D. $P = 1 - a$.

Câu 8.2. Viết biểu thức $P = \frac{a^2 a^{\frac{5}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[6]{a^5}}$, ($a > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

- A. $P = a$. B. $P = a^5$. C. $P = a^4$. D. $P = a^2$.

Câu 8.3. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{6}{7}}$.

Câu 8.4. Cho a, b là các số thực dương, m, n là các số thực tùy ý. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^{2m}$.
 B. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.
 C. $a^m \cdot b^n = (a \cdot b)^{mn}$.
 D. $a^{-m} b^m = \left(\frac{b}{a}\right)^m$.

Câu 8.5. Khẳng định nào sau đây **đúng** với mọi $x > 0$?

- A. $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x^8$.
 B. $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x}$.
 C. $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x^6$.
 D. $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$.

Câu 8.6. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $P = x^{\frac{6}{12}}$.
 B. $P = x^{\frac{8}{12}}$.
 C. $P = x^{\frac{9}{12}}$.
 D. $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 8.7. Biến đổi biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) thành dạng với số mũ hữu tỉ.

- A. $P = x^{\frac{7}{3}}$.
 B. $P = x^{\frac{5}{3}}$.
 C. $P = x^{\frac{5}{2}}$.
 D. $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 8.8. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{6}{5}}$.
 B. $a^{\frac{5}{6}}$.
 C. $a^{\frac{11}{6}}$.
 D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 8.9. Biểu thức $K = \sqrt{2 \sqrt[3]{2}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $2^{\frac{4}{3}}$.
 B. $2^{\frac{5}{3}}$.
 C. $2^{\frac{1}{3}}$.
 D. $2^{\frac{2}{3}}$.

Câu 8.10. Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $x^{\frac{2}{3}}$.
 B. $x^{\frac{5}{2}}$.
 C. $x^{\frac{7}{3}}$.
 D. $x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 8.11 (Đề minh họa 2019-2020). Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

- A. $2 + \log_2 a$.
 B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$.
 C. $2 \log_2 a$.
 D. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

Câu 8.12. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(3a) = 3 \log a$.
 B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.
 C. $\log a^3 = 3 \log a$.
 D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 8.13. Với a, b là các số thực dương bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào **đúng**?

- A. $\log_{\sqrt{a}} b = -2 \log_a b$.
 B. $\log_{\sqrt{a}} b = -\frac{1}{2} \log_a b$.
 C. $\log_{\sqrt{a}} b = \frac{1}{2} \log_a b$.
 D. $\log_{\sqrt{a}} b = 2 \log_a b$.

Câu 8.14. Với $a > 0$ và $a \neq 1$, cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$

- A. $P = 3$.
 B. $P = 10$.
 C. $P = -14$.
 D. $P = 65$.

Câu 8.15. Cho các số dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b + c)$.
 B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b - c|$.
 C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.
 D. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b - c)$.

Câu 8.16. Với a và b là các số thực dương, $a \neq 1$. Biểu thức $\log_a (a^2 b)$ bằng

- A. $2 - \log_a b$.
 B. $2 + \log_a b$.
 C. $1 + 2 \log_a b$.
 D. $2 \log_a b$.

Câu 8.17. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và $c > 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.
 B. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.
 C. $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$.
 D. $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c$.

Câu 8.18. Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 7 = b$. Biểu diễn $\log_2 2016$ theo a và b .

- A. $\log_2 2016 = 5 + 2a + b$.
 B. $\log_2 2016 = 5 + 3a + 2b$.
 C. $\log_2 2016 = 2 + 2a + 3b$.
 D. $\log_2 2016 = 2 + 3a + 2b$.

Câu 8.19. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + \log_4 x$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $-\sqrt{2}$.

Câu 8.20. Giá trị của biểu thức $M = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$ khi được rút gọn là

- A. 2. B. $2 + 2\ln^2 a$. C. $2\ln^2 a - 2$. D. $\ln^2 a$.

Câu 8.21. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

- A. $T = 3$. B. $T = \frac{12}{3}$. C. $T = \frac{9}{5}$. D. $T = 2$.

Câu 8.22. Cho $a, b, c > 0, a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a (b^2) \cdot \log_b (\sqrt{bc}) - \log_a c$.

- A. $\log_a c$. B. 1. C. $\log_a b$. D. $\log_a bc$.

Câu 8.23. Cho $\log_{12} 18 = a + \frac{b}{c + \log_2 3}, a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. $T = 1$. B. $T = 0$. C. $T = 2$. D. $T = 7$.

Câu 8.24. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$. B. $5 \log(a+2b) = \log a - \log b$.
C. $2 \log(a+2b) = 5(\log a + \log b)$. D. $\log(a+1) + \log b = 1$.

Câu 8.25. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\log(a+1) + \log b = 1$. B. $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.
C. $3 \log(a+3b) = \log a - \log b$. D. $2 \log(a+3b) = 2 \log a + \log b$.

Câu 8.26. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.
C. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$. D. $\frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Câu 8.27. Cho $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b, \log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ theo a, b, c .

- A. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. B. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. D. $\frac{(3a+a)c}{1+c}$.

Câu 8.28. Cho $t = a^{\frac{1}{1-\log_a u}}, v = a^{\frac{1}{1-\log_a t}}$ với $a > 0, a \neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $u = a^{\frac{1}{1+\log_a t}}$. B. $u = a^{\frac{-1}{1-\log_a v}}$. C. $u = a^{\frac{1}{1+\log_a v}}$. D. $u = a^{\frac{1}{1-\log_a v}}$.

Câu 8.29. Cho $\log_3(\sqrt{a^2+9}+a) = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_3(2a^2+9-2a\sqrt{a^2+9})$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 8.30. Cho $f(1) = 1, f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log \left[\frac{f(96) - f(69) - 241}{2} \right]$.

- A. 9. B. 3. C. 10. D. 4.

Câu 8.31. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$.

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 8.32 (Đề minh họa 2019-2020). Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 8.33. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_2(x^2 + y^2) = 1 + \log_2 xy$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $x = y$. B. $x > y$. C. $x < y$. D. $x = y^2$.

Câu 8.34. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $\ln \frac{a}{c} + \ln \frac{b}{c} = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $abc = 1$. B. $ab = c$. C. $a + b = c$. D. $ab = c^2$.

Câu 8.35. Cho $M = \log_{12} x = \log_3 y$. Khi đó M bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\log_4 \frac{x}{y}$. B. $\log_{36} \frac{x}{y}$. C. $\log_9(x - y)$. D. $\log_{15}(x + y)$.

Câu 8.36. Cho $a = \log_9 8$ và $b = \log_2 3$. Tính ab .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 8.37. Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

- A. $A = (3 + a)a$. B. $A = (3 - a)a$. C. $A = \frac{3 + a}{a}$. D. $A = \frac{3 - a}{a}$.

Câu 8.38. Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 + 9b^2 = 13ab$. Chọn câu trả lời **đúng**.

- A. $\log \sqrt{2a + 3b} = \log \sqrt{a} + 2 \log \sqrt{b}$. B. $\frac{1}{4} \log(2a + 3b) = 3 \log a + 2 \log b$.
C. $\log \left(\frac{2a + 3b}{5} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$. D. $\log \left(\frac{2a + 3b}{4} \right) = \frac{1}{2} (\log a + \log b)$.

Câu 8.39. Cho các số thực x, a, b, c dương thỏa mãn $\log x = 2 \log(2a) - 3 \log b - 4 \log \sqrt[4]{c}$. Biểu diễn x theo a, b, c được kết quả là

- A. $x = \frac{2a^2}{b^3 c}$. B. $x = \frac{4a^2}{b^3 c}$. C. $x = \frac{2a^2 c}{b^3}$. D. $x = \frac{2a^2}{b^3}$.

Câu 8.40. Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

- A. 2^9 . B. 2 . C. 8 . D. 2^{18} .

Câu 8.41. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $I = 2 \log_6 [\log_5(5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$

- A. $I = 3$. B. $I = -2$. C. $I = 1$. D. $I = 2 \log_6 5 + 1$.

Câu 8.42. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 \sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\log_3 \sqrt[3]{x}} + \dots + \frac{1}{\log_3 \sqrt[n]{x}} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$ là

- A. 32 . B. 40 . C. 43 . D. 23 .

Câu 8.43. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16}(x + y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là

- A. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

Câu 8.44. Xét các số thực dương $a, b, c, b \neq 1$ thỏa mãn $\log_b a = x$ và $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_a^2 \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right)$ theo x và y .

- A. $\log_a^2 \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right) = \frac{(5 + 4y)^2}{9x^2}$. B. $\log_a^2 \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right) = \frac{20y}{3x}$.
C. $\log_a^2 \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right) = \frac{5 + 3y^4}{3x^2}$. D. $\log_a^2 \left(\sqrt[3]{b^5 c^4} \right) = 20x + \frac{20y}{3}$.

Câu 8.45. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}$, đặt $T = \frac{a}{b}$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

- A. $-2 < T < 0$. B. $0 < T < \frac{1}{2}$. C. $1 < T < 2$. D. $\frac{1}{2} < T < \frac{2}{3}$.

Câu 8.46. Cho $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$. Hãy tính $S = x + y + z$.

- A. $S = 105$. B. $S = 89$. C. $S = 98$. D. $S = 88$.

Câu 8.47. Cho $m = \log_a(\sqrt[3]{ab})$, với $a > 1$, $b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = 1$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 8.48. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b}\right)$.

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 8.49. Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

- A. $P = 56$. B. $P = 16$. C. $P = 8$. D. $P = 64$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

21. C	22. D	23. A	24. A	25. B	26. D	8.1. A	8.2. B
8.3. B	8.4. D	8.5. C	8.6. D	8.7. B	8.8. D	8.9. D	8.10. D
8.11. C	8.12. C	8.13. D	8.14. B	8.15. C	8.16. C	8.17. C	8.18. A
8.19. B	8.20. B	8.21. A	8.22. C	8.23. A	8.24. A	8.25. B	8.26. B
8.27. D	8.28. D	8.29. D	8.30. B	8.31. C	8.32. D	8.33. A	8.34. D
8.35. A	8.36. B	8.37. C	8.38. C	8.39. B	8.40. A	8.41. C	8.42. C
8.43. C	8.44. A	8.45. C	8.46. B	8.47. A	8.48. C	8.49. A	

CHUYÊN ĐỀ 9. PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Phương trình mũ cơ bản:

Với $a > 0, a \neq 1: a^x = b \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ x = \log_a b. \end{cases}$

2. Giải phương trình mũ đưa về cùng cơ số:

Với $a > 0, a \neq 1: a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$

3. Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ:

- Dạng 1: $P(a^{f(x)}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a^{f(x)} \\ P(t) = 0 \end{cases}$, trong đó $P(t)$ là đa thức theo t .
- Dạng 2: $\alpha a^{2f(x)} + \beta(ab)^{f(x)} + \gamma b^{2f(x)} = 0$
Chia 2 vế cho $b^{2f(x)}$, rồi đặt ẩn phụ $t = \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)}$.

4. Bất phương trình mũ cơ bản:

$a^{f(x)} < b$ (với $b > 0$) $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) < \log_a b \\ 0 < a < 1 \\ f(x) > \log_a b. \end{cases}$

5. Giải bất phương trình mũ đưa về cùng cơ số:

$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x). \end{cases}$

6. Các công thức cần dùng để giải phương trình, bất phương trình logarit

Cho các số dương a, b, c, b_1, b_2 và $a \neq 1$. Số thực α .

$\log_a 1 = 0; \quad \log_a a = 1$	$\log_a(a^\alpha) = \alpha; \quad a^{\log_a b} = b$
$\log_a b_1 b_2 = \log_a b_1 + \log_a b_2$	$\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2;$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$
$\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b; \log_a a^\alpha = \alpha$ $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b \quad (n \geq 2, n \in \mathbb{N})$	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (c \neq 1);$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (b \neq 1)$
$\log_a [f(x)]^\alpha = \alpha \log_a f(x) $ nếu α chẵn	$\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b \quad (\alpha \neq 0)$

7. Phương trình logarit cơ bản

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b; \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \ (g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

8. Bất phương trình logarit cơ bản

- Nếu $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$
- Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 27 (Câu 7 đề minh họa 2021-2022). Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là
 A. $(\log_2 6; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 6)$.

CÂU 28 (Câu 10 đề minh họa 2021-2022). Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4) = 3$ là
 A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 12$.

CÂU 29 (Câu 12 đề minh họa 2020-2021). Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là
 A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

CÂU 30 (Câu 13 đề minh họa 2020-2021). Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là
 A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

CÂU 31 (Câu 32 đề minh họa 2020-2021). Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là
 A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$. D. $[1; +\infty)$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 9.1 (Đề minh họa 2019-2020). Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là
 A. 2. B. 5. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 9.2. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là
 A. $\{4\}$. B. $\{1; -4\}$.
 C. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$. D. $\{-1; 4\}$.

Câu 9.3. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là
 A. $S = (1; 9)$. B. $S = (1; 10)$. C. $S = (-\infty; 9)$. D. $S = (-\infty; 10)$.

Câu 9.4. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$ là
 A. $S = \{3\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{4\}$.

Câu 9.5. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$ là
 A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 9.6. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là
 A. 6. B. 5. C. 4. D. 0.

Câu 9.7. Biết rằng S là tập nghiệm của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$. Giá trị $a + b - x_0$ bằng

- A. 50. B. 150. C. 30. D. 100.

Câu 9.8. Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}} [\log_3(x - 2)] > 0$ có dạng $S = (a; b)$. Giá trị $b - a$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 8. D. 10.

Câu 9.9. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x - 1) = 2$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 9.10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

- A. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = (1; 4]$. D. $S = (1; 4)$.

Câu 9.11. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x + 2) + \log_4(x - 5)^2 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 9.12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2 < 0$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

- A. 16. B. 5. C. 20. D. 10.

Câu 9.13. Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$ bằng

- A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$.

Câu 9.14. Cho biết phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

- A. 630. B. $S = 45$. C. $S = 9$. D. $S = 180$.

Câu 9.15. Cho x thỏa mãn $(\log_2 x - 1) \log_{\frac{x}{2}}(3x - 20) = 2$. Giá trị của $A = 8^{\log_x 3} + x$ bằng

- A. 20. B. 29. C. 30. D. 11.

Câu 9.16. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và

$x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 13$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 16$. D. $a + b = 14$.

Câu 9.17. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 \left(\frac{4a + 2b + 5}{a + b} \right) = a + 3b - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 9.18. Cho hai số a, b dương thỏa mãn đẳng thức $\log_4 a = \log_{25} b = \log \frac{4b - a}{4}$. Giá trị biểu thức $M = \log_6 \left(\frac{a}{2} + 4b\sqrt{2} \right) - \log_6 b$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 9.19. Giả sử $S = (a, b]$ là tập nghiệm của bất phương trình

$$5x + \sqrt{6x^2 + x^3 - x^4} \log_2 x > (x^2 - x) \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6 + x - x^2}.$$

Khi đó $b - a$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 9.20. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x\sqrt{x^2+2}+4-x^2)+2x+\sqrt{x^2+2}\leq 1$ là $(-\sqrt{a}; -\sqrt{b}]$. Khi đó tích ab bằng

- A. $\frac{12}{5}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{15}{16}$. D. $\frac{16}{15}$.

Câu 9.21. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{2x^2+1}{2x}\right)+2^{x+\frac{1}{2x}}=5$.

- A. 3. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 9.22 (Đề minh họa 2019-2020). Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}$

- A. $[-2; 4]$. B. $[-4; 2]$.
C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Câu 9.23. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$.

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-\infty; -5)$. C. $(-5; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 9.24. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} \geq 72$.

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 9.25. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup (0; +\infty)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$.
C. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(0; \frac{1}{3}\right]$.

Câu 9.26. Cho bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$, tập nghiệm của bất phương trình có dạng $S = (a; b)$. Giá trị của biểu thức $A = b - a$ nhận giá trị nào sau đây?

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 9.27. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[0; 10]$ của bất phương trình $7^{\sqrt{x+6}} \geq 7^x$ là

- A. 3. B. 4. C. 11. D. 10.

Câu 9.28. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 9.29. Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \geq \frac{1}{3^x}$ là một đoạn $[a; b]$ ta có $a+b$ bằng

- A. $a+b=11$. B. $a+b=9$. C. $a+b=12$. D. $a+b=10$.

Câu 9.30. Phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 1. B. -1. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 9.31. Tìm số nghiệm thực của phương trình $3^{3x-1}=9^{\sqrt{x}}$.

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 9.32. Phương trình $3^{x^2-4}=\left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- A. -6. B. -5. C. 6. D. -2.

Câu 9.33. Phương trình $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x-2}=7-4\sqrt{3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị $P = x_1 + x_2$.

- A. $P=-1$. B. $P=3$. C. $P=2$. D. $P=4$.

Câu 9.34. Phương trình $3 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_1 + x_2 = \frac{4}{3}$. B. $x_1 + x_2 = -1$. C. $x_1 + x_2 = 0$. D. $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}$.

Câu 9.35. Phương trình $5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} = 26$ có tổng các nghiệm là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 9.36. Phương trình $(7 + 4\sqrt{3})^x - 3(2 - \sqrt{3})^x + 2 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\{0\}$. B. $\{1; 0\}$. C. $\{1; 2\}$. D. $\{-2; 2\}$.

Câu 9.37. Tích các nghiệm của phương trình $4^{x^2-x-1} + 2^{x^2-x} = 3$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 9.38. Tìm tích các nghiệm của phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0$

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 9.39. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[0; 3]$ của bất phương trình $\frac{2 \cdot 3^x - 2^{x+2}}{3^x - 2^x} \leq 1$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 9.40. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8}{2^{x+1} - 1} \geq 0$ có dạng là $S = (a; b] \cup (c; +\infty)$.

Giá trị $\frac{a+b+c}{3}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 4)$.

Câu 9.41. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ của bất phương trình

$$(2^x + 1)^2 > (\sqrt{2^x + 2} - 1)^2 \cdot (2^{x+1} + 5) \text{ là}$$

- A. 2020. B. 2019. C. 2021. D. 2018.

Câu 9.42. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; \sqrt{10})$. B. $(-4; 2)$. C. $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$. D. $\left(\frac{2}{9}; \frac{49}{5}\right)$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

27. A	28. B	29. A	30. C	31. A	9.1. B	9.2. D	9.3. A
9.4. D	9.5. C	9.6. D	9.7. A	9.8. A	9.9. B	9.10. C	9.11. A
9.12. C	9.13. B	9.14. D	9.15. D	9.16. D	9.17. D	9.18. B	9.19. A
9.20. D	9.21. C	9.22. A	9.23. B	9.24. C	9.25. D	9.26. A	9.27. B
9.28. C	9.29. A	9.30. D	9.31. A	9.32. A	9.33. C	9.34. B	9.35. B
9.36. A	9.37. A	9.38. B	9.39. D	9.40. C	9.41. C	9.42. C	

CHUYÊN ĐỀ 10. CÔNG THỨC TÍNH NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa nguyên hàm

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{K}$. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{K}$ nếu

$$F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{K}.$$

2. Tính chất của nguyên hàm

- $\int f'(x) dx = f(x) + C.$
- $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \neq 0.$
- $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx.$

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

Nguyên hàm cơ bản	Nguyên hàm mở rộng
• $\int 0 dx = C;$ • $\int dx = x + C;$ • $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1);$ • $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C;$ • $\int e^x dx = e^x + C;$ • $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1);$ • $\int \cos x dx = \sin x + C;$ • $\int \sin x dx = -\cos x + C;$ • $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C;$ • $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C;$	• $\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, (\alpha \neq -1);$ • $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln ax+b + C;$ • $\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C;$ • $\int e^{(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{(ax+b)} + C;$ • $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C, (a \neq 0);$ • $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C, (a \neq 0);$ • $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C, (a \neq 0);$ • $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C, (a \neq 0);$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 32 (Câu 5 đề minh họa 2021-2022). Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là

A. $\int f(x) dx = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{5}{2} x^{\frac{2}{5}} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3} x^{\frac{1}{2}} + C.$

CÂU 33 (Câu 27 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x - \cos x + C.$

B. $\int f(x) dx = x + \sin x + C.$

C. $\int f(x) dx = x + \cos x + C.$

D. $\int f(x) dx = \cos x + C.$

CÂU 34 (Câu 41 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -3 . B. 1 . C. 2 . D. 7 .

CÂU 35 (Câu 10 đề minh họa 2020-2021). Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $y' = 2^x \ln 2$. B. $y' = 2^x$. C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. D. $y' = x2^{x-1}$.

CÂU 36 (Câu 14 đề minh họa 2020-2021). Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 - C$.

CÂU 37 (Câu 15 đề minh họa 2020-2021). Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$ Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int f(x)dx = -2 \sin 2x + C$.

🎯 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 10.1 (Đề minh họa 2019-2020). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 10.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 2 \sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = f(0) = 1$, khi đó $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng

- A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + 4\pi + 3}{16}$. B. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + 4\pi + 12}{16}$.
C. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + \pi + 3}{16}$. D. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi^2 + \pi + 12}{16}$.

Câu 10.3 (Mức độ 3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 4x^3 + 4x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -1$. Khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{4}{15}$. B. $\frac{26}{15}$. C. $\frac{-4}{15}$. D. 0 .

Câu 10.4. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ và $f(0) = 0, f(2) = 2$. Khi đó $f(-1) + f(3)$ bằng

- A. $2 - \ln 2$. B. $2 + \ln 2$. C. 2 . D. $2 + 2 \ln 2$.

Câu 10.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \sin x - 9 \cos 3x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. -2π . B. $2 - 2\pi$. C. 2π . D. $2 + 2\pi$.

Câu 10.6. Cho số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x), f(0) = F(1) = 0$. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$ và trục Ox .

- A. $S = \frac{64}{15}$. B. $S = \frac{116}{15}$. C. $S = \frac{576}{5}$. D. $S = \frac{32}{15}$.

Câu 10.7. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^3 - 2x^2 + 5}{x}$ là

A. $x^3 - x^2 + 5 \ln x + C$. B. $x^3 - x^2 - 5 \ln x + C$.
C. $x^3 - x^2 + 5 \ln |x|$. D. $x^3 - x^2 + 5 \ln |x| + C$.

Câu 10.8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2^x$ là

A. $\ln x^2 + 2^x \cdot \ln 2 + C$. B. $\ln x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.
C. $-\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. D. $\frac{1}{x} + 2^x \cdot \ln 2 + C$.

Câu 10.9. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 6x}{6} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\sin 6x}{6} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + C$.

Câu 10.10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}$.

A. $\int f(x) dx = 2 \tan \frac{x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = \tan \frac{x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \tan \frac{x}{2} + C$.

Câu 10.11. Tính $\int (3 \cos x - 3^x) dx$.

A. $-3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $-3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
C. $3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 10.12. Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + \cos 2x$. B. $e^x - \cos 2x$. C. $e^x + 2 \cos 2x$. D. $e^x + \frac{1}{2} \cos 2x$.

Câu 10.13. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = x + \sin x$ biết $F(0) = 19$.

A. $F(x) = x^2 + \cos x + 20$. B. $F(x) = x^2 - \cos x - 20$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$. D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$.

Câu 10.14. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5 \cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5 \sin x + 2$. B. $f(x) = 3x - 5 \sin x - 5$.
C. $f(x) = 3x - 5 \sin x + 5$. D. $f(x) = 3x + 5 \sin x + 5$.

Câu 10.15. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 3x \cos x$, biết $F(0) = \frac{5}{8}$.

A. $F(x) = -\frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 2x + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{8} \cos 4x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 4x - \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{13}{8}$. D. $F(x) = -\frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{4} \cos 2x + 1$.

Câu 10.16. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}(1 - 3e^{-5x})$.

A. $\int e^{3x}(1 - 3e^{-5x}) dx = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{-2x} + C$. B. $\int e^{3x}(1 - 3e^{-5x}) dx = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{-2x} + C$.
C. $\int e^{3x}(1 - 3e^{-5x}) dx = e^{3x} - 3e^{-2x} + C$. D. $\int e^{3x}(1 - 3e^{-5x}) dx = 3e^{3x} + 6e^{-2x} + C$.

Câu 10.17. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 10.18. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ xác định trên $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$; $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$?

- A. $F(x) = x + 4\ln(2x-3) + 1$. B. $F(x) = x + \ln(2x-3) + 1$.
C. $F(x) = x + 2\ln(2x-3) + 1$. D. $F(x) = x + 2\ln(2x-3) + C$.

Câu 10.19. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ và $f(0) = 2019$; $f(2) = 2020$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $2\ln 2 + 4039$. B. 4039 . C. -1 . D. 1 .

Câu 10.20. Tìm họ nguyên hàm $I = \int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x-3} dx$.

- A. $I = x^2 - x + 2\ln|x-3| + C$. B. $I = x^2 + x + 2\ln|x-3| + C$.
C. $I = x^2 - x + 2\ln|x-3|$. D. $I = x^2 - x + 2\ln(x-3) + C$.

Câu 10.21. Tìm họ nguyên hàm $I = \int \frac{2x-3}{x^2-3x+2} dx$.

- A. $\ln|x-1| + \ln|x-2| + C$. B. $\ln|x-1| + \ln|x-2|$.
C. $\ln(x-1) + \ln(x-2) + C$. D. $\ln|x-1| - \ln|x-2| + C$.

Câu 10.22. Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm họ nguyên hàm $I = \int \sin^2 ax dx$.

- A. $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + C$. B. $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sin 2x + C$.
C. $I = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + C$. D. $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x$.

Câu 10.23. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) \cdot f(x) = x^4 + x^2$. Biết $f(0) = 2$, tính $[f(2)]^2$.

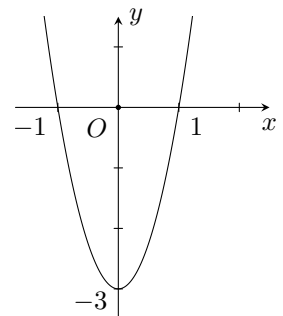
- A. $[f(2)]^2 = \frac{315}{15}$. B. $[f(2)]^2 = \frac{332}{15}$. C. $[f(2)]^2 = \frac{324}{15}$. D. $[f(2)]^2 = \frac{323}{15}$.

Câu 10.24. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x[f(x)]^2$. Biết $f(2) = -\frac{2}{9}$, $f(x) \neq 0$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = -\frac{3}{2}$. B. $f(1) = -\frac{2}{3}$. C. $f(1) = \frac{2}{3}$. D. $f(1) = \frac{3}{2}$.

Câu 10.25. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm, đồ thị hàm số $f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tìm $I = \int xf(x) dx$.

- A. $I = \frac{x^5}{5} - x^3 + x^2 + C$. B. $I = \frac{x^4}{4} - 3\frac{x^2}{2} + 2x + C$.
C. $I = \frac{x^5}{5} - x^3 + x^2$. D. $I = \frac{x^5}{5} - x^3 + x^2$.



Câu 10.26 (Đề minh họa 2019-2020). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $x + 3\ln(x-1) + C$. B. $x - 3\ln(x-1) + C$.
C. $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$. D. $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$.

Câu 10.27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ trên khoảng $(3; +\infty)$ là

- A. $\ln \frac{x-3}{x-1} + C$. B. $\frac{1}{2} \ln \frac{x-3}{x-1} + C$.

C. $\frac{1}{2} \ln(x^2 - 4x + 3) + C.$

D. $\ln(x^2 - 4x + 3) + C.$

Câu 10.28. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn $F(e+1) = 4$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = 2 \ln(x-1) + 3.$

B. $F(x) = \ln(x-1) + 3.$

C. $F(x) = 4 \ln(x-1).$

D. $F(x) = \ln(x-1) - 3.$

Câu 10.29. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \frac{1}{2x+1}$. Biết $F(0) = 2$, hãy tính $F(1)$.

A. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2.$

B. $F(1) = \ln 3 + 2.$

C. $F(1) = 2 \ln 3 - 2.$

D. $F(1) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$

Câu 10.30. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ với mọi $x \neq 1$. Biết $f(0) = 2017$ và $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4035.$

B. $S = 4.$

C. $S = \ln 2.$

D. $S = 1.$

Câu 10.31. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{2x-3}$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = x + 4 \ln|2x-3| + 1.$

B. $F(x) = x + 2 \ln(2x-3) + 1.$

C. $F(x) = x + 2 \ln|2x-3| + 1.$

D. $F(x) = x + 2 \ln|2x-3| - 1.$

Câu 10.32. Cho biết $\int \frac{4x+1}{2x+3} dx = ax - \frac{b}{2} \ln(2x+3) + C$ với $x \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ (a, b là các tham số thực). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2a - b = -1.$

B. $2a - b = -3.$

C. $2a - b = 9.$

D. $2a - b = 7.$

Câu 10.33. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^2+a}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ (a là tham số thực). Biết $F(1) = F(e) = 2$. Tìm a .

A. $a = -1.$

B. $a = 1 - e^2.$

C. $T = 1 + e^2.$

D. $a = 1.$

Câu 10.34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x+3}$ trên khoảng $(-3; +\infty)$ là

A. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln(x+3) + C.$

B. $x + 2 \ln(x+3) + C.$

C. $\frac{x^2}{2} + \ln(x+3) + C.$

D. $\frac{x^2}{2} - 2 \ln(x+3) + C.$

Câu 10.35. Biết $\int \frac{3}{x^2+4x+3} dx = \frac{a}{b} \ln \left| \frac{x+1}{x+3} \right| + C$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 8.$

B. $a + b = 8.$

C. $2a + b = 8.$

D. $a - b = 8.$

Câu 10.36. Biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = 3.$

B. $a - b = 5.$

C. $a - b = 10.$

D. $a - b = 8.$

Câu 10.37. Biết $I = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2+1} dx = a \ln b + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 3.$

B. $T = 0.$

C. $T = 1.$

D. $T = 2.$

Câu 10.38. Biết hàm số $F(x) = (ax+b)\sqrt{4x+1}$ (a, b là các tham số thực) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{12x}{\sqrt{4x+1}}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=0.$

B. $a+b=1.$

C. $a+b=2.$

D. $a+b=3.$

Câu 10.39. Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c) \sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 8$. B. $T = 5$. C. $T = 6$. D. $T = 7$.

Câu 10.40. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} + m - 1$ thỏa mãn $F(0) = 0$ và $F(3) = 7$ (m là tham số thực). Tính m .

A. $m = -2$. B. $m = 3$. C. $m = -3$. D. $m = 2$.

Câu 10.41. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $(x+3)\sqrt{x+3} - (x+1)\sqrt{x+1} + C$. B. $\frac{3}{4}[(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.
C. $\frac{1}{3}[(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$. D. $\frac{1}{4}[(x+3)\sqrt{x+3} + (x+1)\sqrt{x+1}] + C$.

Câu 10.42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \sin 2x + 3 \cos x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(\pi) = 0$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{7}{2}$. B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$. C. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$. D. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{2}$.

Câu 10.43. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3e^{2x} + 2$. Biết $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x - \frac{3}{2}$. B. $F(x) = 3e^{2x} + 2x - 3$.
C. $F(x) = \frac{3}{2}e^{2x} + 2x$. D. $F(x) = -\frac{3}{2}e^{2x} + 2x + \frac{3}{2}$.

Câu 10.44. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 + a \cdot e^x$ (a là tham số thực). Biết $F(0) = 2, F(1) = 2$. Tính $T = (1 - e) \cdot a$.

A. $T = -1$. B. $T = -2$. C. $T = e$. D. $T = 2$.

Câu 10.45. Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là $F(x) = e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x) + 1}{e^x}$.

A. $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$. B. $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$.
C. $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = 2e^x + e^{-x} + C$. D. $\int \frac{f(x) + 1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

Câu 10.46. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$. Biết $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2$.

A. $S = \{2\}$. B. $S = \{-2; 2\}$. C. $S = \{1; 2\}$. D. $S = \{-2; 1\}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

32. C	33. A	34. B	35. A	36. B	37. A	10.1.A	10.2.B	10.3.C	10.4.D
10.5.A	10.6.A	10.7.D	10.8.C	10.9.C	10.10A	10.11D	10.12C	10.13C	10.14C
10.15D	10.16A	10.17C	10.18C	10.19C	10.20A	10.21A	10.22A	10.23B	10.24B
10.25A	10.26A	10.27B	10.28B	10.29D	10.30D	10.31C	10.32A	10.33B	10.34A
10.35C	10.36D	10.37D	10.38B	10.39D	10.40B	10.41C	10.42C	10.43A	10.44D
10.45B	10.46A								

CHUYÊN ĐỀ 11. SỬ DỤNG TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Định nghĩa

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

2. Tính chất tích phân xác định

Tính chất của tích phân xác định.

- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$ với $a < c < b$.
- $k \int_a^b f(x) dx = \int_a^b kf(x) dx$ với $(k \neq 0)$.
- $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.
- $\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$.
- $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(z) dz$.
- $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 38 (Câu 11 đề minh họa 2021-2022). Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì

$$\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx \text{ bằng}$$

- A. 5. B. -5. C. 1. D. 3.

CÂU 39 (Câu 25 đề minh họa 2021-2022). Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 18. D. 2.

CÂU 40 (Câu 33 đề minh họa 2021-2022). Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$ bằng

- A. 20. B. 10. C. 18. D. 12.

CÂU 41 (Câu 16 đề minh họa 2020-2021). Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.

CÂU 42 (Câu 17 đề minh họa 2020-2021). Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

CÂU 43 (Câu 33 đề minh họa 2020-2021). Nếu $\int_1^3 [2f(x) + 1]dx = 5$ thì $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 11.1 (Đề minh họa 2019-2020). Nếu $\int_1^2 f(x)dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 11.2. Cho $\int_{-1}^1 f(x)dx = -5$ và $\int_{-1}^5 f(x)dx = 10$, khi đó $\int_1^5 f(t)dt$ bằng

- A. 8. B. 5. C. 15. D. -15.

Câu 11.3. Cho $\int_1^6 f(x)dx = 5$, $\int_2^6 f(t)dt = 4$. Tính $I = \int_1^2 f(y)dy$.

- A. $I = 5$. B. $I = -1$. C. $I = 9$. D. $I = 1$.

Câu 11.4. Cho $\int_0^4 f(x)dx = 8$ và $\int_2^4 2f(x)dx = 12$ khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x+1)dx$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 14. D. -2.

Câu 11.5. Cho $\int_{-1}^3 f(x)dx = -3$ và $\int_{-1}^3 3g(x)dx = 9$. Khi đó $\int_{-1}^3 (f(x) - g(x))dx$ bằng

- A. 4. B. 9. C. -9. D. -6.

Câu 11.6. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$ và $\int_1^3 [2f(x) + 3g(x)]dx = 16$, khi đó $\int_1^3 g(x)dx$ bằng

- A. 18. B. 10. C. 4. D. 8.

Câu 11.7. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_0^1 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^1 [2f(x) + g(x) + e^x]dx$ bằng

- A. $6 + e$. B. $5 + e$. C. $4 - e$. D. $4 + e$.

Câu 11.8. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$, $\int_1^2 2g(x)dx = 9$ thì $\int_1^2 [2f(x) + 4g(x)]dx$ bằng

- A. 15. B. 18. C. 27. D. 24.

Câu 11.9. Cho f, g là hai hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa $\int_0^2 [f(x) - g(x)] dx = -4$, $\int_0^2 [2f(x) + g(x)] dx = -2$. Tính $\int_0^2 [f(x) + 2g(x)] dx$.

- A. 7. B. 6. C. 2. D. 4.

Câu 11.10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 8]$ và $\int_0^8 f(x) dx = 16$; $\int_2^5 f(x) dx = 6$. Tính $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_5^8 f(x) dx$.

- A. $P = 4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = -4$.

Câu 11.11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 10$; $\int_2^4 f(2x) dx = 6$. Tính $P = \int_0^4 f(x) dx + \int_8^{10} f(x) dx$.

- A. $P = 4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = -2$.

Câu 11.12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(2) = 4$ và $f(-2) = 0$. Tính $I = \int_{-2}^2 f'(x) dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 0$. D. $I = -4$.

Câu 11.13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $F(3) = 12$, $F(0) = 0$ khi đó $\int_0^1 f(3x) dx$ bằng

- A. -5 . B. 12 . C. 4 . D. -9 .

Câu 11.14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $F(4) = 12$, $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(2x) dx$ bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. 9 . C. $\frac{9}{2}$. D. -9 .

Câu 11.15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, biết tích phân $\int_1^2 f'(x) dx = 4$ và $f(1) = 2$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 6$. B. $f(2) = 1$. C. $f(2) = 3$. D. $f(2) = -16$.

Câu 11.16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(3x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_1^3 f(x) dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 6$. C. $I = 3$. D. $I = 2$.

Câu 11.17. Cho $y = f(x)$ thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_1^3 f(x) dx = 8$. Tính $I = \int_1^3 f(|2x - 5|) dx$.

- A. $I = -8$. B. $I = 5$. C. $I = -4$. D. $I = -6$.

Câu 11.18. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành gồm hai phần, phần nằm phía trên trục hoành có diện tích $S_1 = \frac{5}{12}$ và phần nằm phía dưới trục hoành có diện tích $S_2 = \frac{8}{3}$.

Tính $I = \int_0^1 f(3x-1) dx$.

- A. $I = \frac{5}{3}$. B. $I = -\frac{3}{4}$. C. $I = -\frac{37}{36}$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 11.19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị gồm một phần đường thẳng và một phần đường parabol có đỉnh là gốc tọa độ O như hình vẽ. Giá trị của $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{26}{3}$. B. $\frac{38}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{28}{3}$.

Câu 11.20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1; 4]$ như hình vẽ dưới đây. Tính tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$.

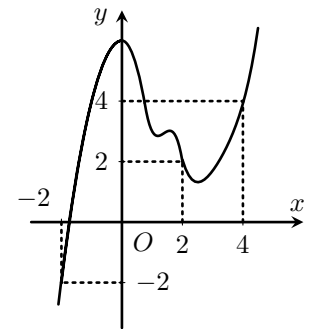
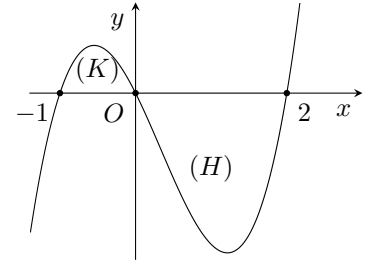
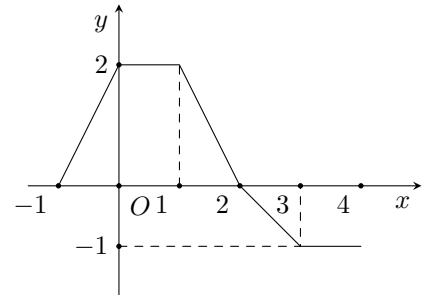
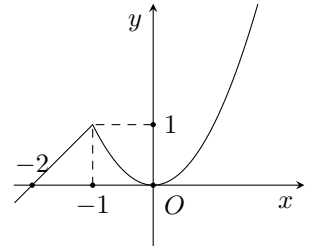
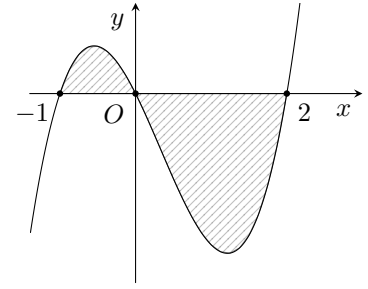
- A. $I = 3$. B. $I = \frac{11}{2}$. C. $I = 5$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 11.21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 2]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Diện tích hình phẳng (K) , (H) lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = \frac{23}{6}$. B. $f(2) = -\frac{2}{3}$.
C. $f(2) = \frac{2}{3}$. D. $f(2) = \frac{11}{6}$.

Câu 11.22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $I = \int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$ bằng

- A. -2 . B. 2 . C. 6 . D. 10 .



D BẢNG ĐÁP ÁN

38. C	39. A	40. B	41. A	42. D	43. D	11.1. B	11.2. C
11.3. D	11.4. B	11.5. D	11.6. C	11.7. D	11.8. D	11.9. C	11.10. B
11.11. D	11.12. A	11.13. C	11.14. C	11.15. A	11.16. A	11.17. B	11.18. B
11.19. D	11.20. D	11.21. B	11.22. C				

CHUYÊN ĐỀ 12. SỐ PHỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Các kiến thức cơ bản về số phức $\mathbb{C}$

- Số phức (dạng đại số) là biểu thức có dạng $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.
- z là số thực khi và chỉ khi phần ảo của z bằng 0 ($b = 0$).
- z là số thuần ảo khi và chỉ khi phần thực của z bằng 0 ($a = 0$).
- Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Hai số phức bằng nhau

Cho số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$. Khi đó, $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d. \end{cases}$

2. Các phép toán về số phức

Cho số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$.

2.1. Phép cộng hai số phức

$$z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i.$$

2.2. Phép trừ hai số phức

$$z_1 - z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

2.3. Phép nhân hai số phức

$$z_1 z_2 = (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

2.4. Phép chia hai số phức

Khi $z_2 \neq 0$ thì: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2}i.$

2.5. Mô-đun của số phức

Mô-đun của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

- $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|,$
- $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$ (trong đó $z_2 \neq 0$),
- $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|,$
- $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|.$

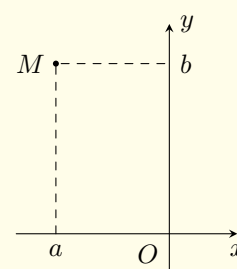
2.6. Số phức liên hợp

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.

- $\bar{\bar{z}} = z,$
- $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2,$
- $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2,$
- $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2,$
- $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2} \right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$ ($z_2 \neq 0$),
- $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2.$

3. Điểm biểu diễn số phức:

- Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn hình học bởi điểm $M(a; b)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

**4. Phương trình bậc hai với hệ số thực**

4.1. Căn bậc hai của số phức: Cho số phức w . Mỗi số phức z thỏa mãn $z^2 = w$ được gọi là một căn bậc hai của w .

4.2. Phương trình bậc hai với hệ số thực: Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Xét $\Delta = b^2 - 4ac$, ta có

- $\Delta = 0$: phương trình có nghiệm thực $x = -\frac{b}{2a}$.
- $\Delta > 0$: phương trình có hai nghiệm thực được xác định bởi công thức: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- $\Delta < 0$: phương trình có hai nghiệm phức được xác định bởi công thức: $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

- Mọi phương trình bậc n : $A_0 z^n + A_1 z^{n-1} + \dots + A_{n-1} z + A_n = 0$ luôn có n nghiệm phức (không nhất thiết phân biệt).

- Hệ thức Vi-ét đối với phương trình bậc hai với hệ số thực:

Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1, x_2 \text{ (thực hoặc phức). Ta có hệ thức Vi-ét } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 44 (Câu 1 đề minh họa 2021-2022). Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. 8. B. $\sqrt{10}$. C. 10. D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 45 (Câu 12 đề minh họa 2021-2022). Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng

- A. $6 - 2i$. B. $6 - 4i$. C. $3 - 4i$. D. $-6 + 4i$.

CÂU 46 (Câu 15 đề minh họa 2021-2022). Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 2. B. 3. C. -3. D. -2.

CÂU 47 (Câu 43 đề minh họa 2021-2022). Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương

trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

CÂU 48 (Câu 18 đề minh họa 2020-2021). Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = -3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

CÂU 49 (Câu 19 đề minh họa 2020-2021). Cho số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.

CÂU 50 (Câu 20 đề minh họa 2020-2021). Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(3; -2)$.

CÂU 51 (Câu 34 đề minh họa 2020-2021). Cho số phức $z = 3 + 4i$. Mô-đun của số phức $(1 + i)z$ bằng

- A. 50. B. 10. C. $\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.

CÂU 52 (Câu 42 đề minh họa 2020-2021). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 4.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

1. Nhận biết – thông hiểu

Câu 12.1 (Đề minh họa 2019-2020). Mô-đun của số phức $1 + 2i$ bằng

- A. 5. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Câu 12.2. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i$. Khi đó, $|z| = ?$

- A. $|z| = \sqrt{3}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = 5$.

Câu 12.3. Cho hai số phức z và z' . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\bar{z} + \bar{z}' = \overline{z + z'}$. B. $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$.
C. $\bar{z} \cdot \bar{z}' = \overline{z \cdot z'}$. D. $|z + z'| = |z| + |z'|$.

Câu 12.4. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = -5 + 2i$. Tính mô-đun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. 5. B. -5. C. $\sqrt{7}$. D. $-\sqrt{7}$.

Câu 12.5. Cho số phức z thỏa mãn $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$. Giá trị của $|z|$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12.6. Cho số phức $z = (3 - 2i)(1 + i)^2$. Mô-đun của $w = iz + \bar{z}$ là

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 12.7. Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \frac{(\sqrt{3} + i)^3}{i - 1}$. Mô-đun của số phức $\bar{z} + iz$ là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 0. D. 16.

Câu 12.8. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 12.9. Tìm số phức z thỏa mãn hệ thức $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$.

- A. $z = 3 + 4i; z = 5$. B. $z = 3 + 4i; z = -5$.
C. $z = -3 + 4i; z = 5$. D. $z = 3 - 4i; z = -5$.

Câu 12.10. Cho $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $7a + 4 + 2bi = -10 + (6 - 5a)i$. Tính $P = (a + b)|z|$.

- A. $P = \frac{-4\sqrt{29}}{7}$. B. $P = 24\sqrt{17}$. C. $P = 12\sqrt{17}$. D. $P = \frac{72\sqrt{2}}{49}$.

Câu 12.11. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + i$. Mô-đun của số phức $w = z_1 - 2z_2 + 3$ là

- A. $|w| = \sqrt{5}$. B. $|w| = 5$. C. $|w| = 4$. D. $|w| = \sqrt{13}$.

Câu 12.12. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2 + i)z + \frac{1 - i}{1 + i} = 5 - i$. Tính $|w|$ với $w = 1 + 2z + z^2$.

- A. 10. B. -10. C. 100. D. -100.

Câu 12.13. Cho số phức z thỏa $z = 2i - 2$. Mô-đun của số phức z^{2020} là

- A. 2^{4040} . B. 2^{2020} . C. 2^{6060} . D. 2^{3030} .

Câu 12.14. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 + |\bar{z}|^2 = 50$ và $z + \bar{z} = 8$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 12.15. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

- A. $(1 + i)^{2020} = 2^{1010}$. B. $\left| \frac{(1 + i)^{2020}}{2^{1009}} - i \right| = \sqrt{5}$.
C. $|(1 + i)^{2020} - 2^{1010}i| = 2^{1010}$. D. $(1 + i)^{2020} = (1 - i)^{2020}$.

Câu 12.16. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left| \frac{z + 1}{i - z} \right| = 1$ và $\left| \frac{z - i}{2 + z} \right| = 1$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12.17. Cho số phức $z = \frac{-m + i}{1 - m(m - 2i)}$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

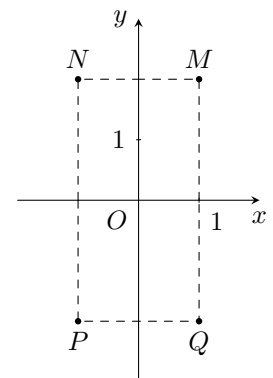
- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 12.18. Cho số phức $z = 1 + i^2 + i^4 + \dots + i^{2n} + \dots + i^{2020}$, $n \in \mathbb{N}$. Mô-đun của z bằng

- A. 2. B. 2020. C. 1010. D. 1.

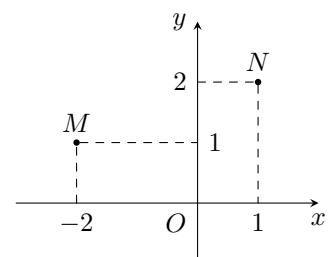
Câu 12.19. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 3 - i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- A. Điểm M . B. Điểm N . C. Điểm P . D. Điểm Q .



Câu 12.20. Các điểm M, N trong hình vẽ sau lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Tìm số phức $z = \bar{z}_1 - z_2$.

- A. $z = -1 + 3i$. B. $z = -3 - i$.
C. $z = -1 - i$. D. $z = -3 - 3i$.



Câu 12.21. Cho số phức z có phần thực và phần ảo là các số dương thỏa mãn $z + (1 - i)^5 \cdot \bar{z} - \frac{(2 - i)^3}{i^6} = 3 + 20i$. Khi đó $|w|$ với $w = 1 + z + z^2 + z^3$ bằng bao nhiêu?

- A. 25. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Câu 12.22. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$ Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = (1 + 2i)z_1 - \frac{3}{2}i$?

- A. $M(-2; 1)$. B. $M(3; -2)$. C. $M(3; 2)$. D. $M(2; 1)$.

Câu 12.23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1 - 2i, 4 - 4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

- A. $-1 - 3i$. B. $1 - 3i$. C. $-3 + 9i$. D. $3 - 9i$.

Câu 12.24. Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = -2 + 5i, z_3 = 2 + 4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $-1 + 7i$. B. $5 + i$. C. $1 + 5i$. D. $3 + 5i$.

Câu 12.25. Cho A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $4 - 3i, (1 + 2i)i, \frac{1}{i}$. Số phức có điểm biểu diễn D sao cho $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $z = -6 - 4i$. B. $z = -6 + 3i$. C. $z = 6 - 5i$. D. $z = 4 - 2i$.

Câu 12.26. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 12.27. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}, |z_1| = |z_2| = 1$. Tính $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2$.

- A. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$. B. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 2$. C. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 1$. D. $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = -1$.

Câu 12.28. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn các điều kiện $|z - 2 + i| = 2$ và $(z + i)^2$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 12.29. Gọi số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 1| = 1$ và $(1 + i)(\bar{z} - 1)$ có phần thực bằng 1 đồng thời z không là số thực. Khi đó $a \cdot b$ bằng:

- A. $a \cdot b = -2$. B. $a \cdot b = 2$. C. $a \cdot b = 1$. D. $a \cdot b = -1$.

Câu 12.30. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có **đúng** một số phức thỏa mãn $|z - m| = 6$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

- A. 10. B. 0. C. 16. D. 8.

Câu 12.31. Biết số phức z có phần ảo khác 0 và thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức z trên?

- A. $P(4; -3)$. B. $N(3; -4)$. C. $M(3; 4)$. D. $Q(4; 3)$.

Câu 12.32. Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$ thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 10$. Tính $P = a - b$.

- A. $P = 4$. B. $P = -4$. C. $P = -2$. D. $P = 2$.

Câu 12.33. Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z| = 5$ và $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực. Tính $P = |a| + |b|$?

- A. $P = 5$. B. $P = 7$. C. $P = 8$. D. $P = 4$.

Câu 12.34. Số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ là

- A. 9. B. 8. C. 6. D. 7.

Câu 12.35. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để có **đúng** hai số phức z thỏa mãn $|z - (2m - 1) - i| = 10$ và $|z - 1 + i| = |\bar{z} - 2 + 3i|$.

- A. 40. B. 41. C. 165. D. 164.

Câu 12.36. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 + 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-2}$ là số thuần ảo?

- A. 2. B. vô số. C. 1. D. 0.

Câu 12.37. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 4az + b^2 + 2 = 0$, (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực ($a; b$) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 12.38. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 12.39. Cho số phức z thỏa mãn $(z-2+i)(\bar{z}-2-i) = 25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 2 + 3i$ là đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính c . Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 20. B. 10. C. 18. D. 17.

Câu 12.40. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1 - 3 + 3i| = \sqrt{2}$ và $(z_1 + 2i)(z_2 - 2)$ là số thuần ảo. Khi đó, $b + c$ bằng

- A. -1. B. 12. C. 4. D. -12.

Câu 12.41. Giả sử z_1, z_2 là 2 trong các số phức z thỏa mãn $|z + 1 + i| = 2$ và $|z_1| + |z_2| = |z_1 - z_2|$. Khi $P = |z_1 - 2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì số phức z_1 có tích phần thực, phần ảo bằng

- A. 0. B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{9}{8}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 12.42. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w + i$ và $2w - 1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$?

- A. $P = \frac{5}{9}$. B. $P = -\frac{1}{9}$. C. $P = \frac{1}{9}$. D. $P = -\frac{5}{9}$.

2. Vận dụng

Câu 12.43. Cho số phức $z \neq 0$ sao cho z không phải là số thực và $w = \frac{z}{1+z^2}$ là số thực. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{|z|}{1+|z|^2}$.

- A. $P = \frac{1}{3}$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{1}{5}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 12.44. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2(m+1)z + 12m - 8 = 0$, (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 1| = |z_2 + 1|$?

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 11.

Câu 12.45. Trong tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2 - 2(m-1)z + m - 9 = 0$, (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 sao cho $|z_1| = |z_2|$?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 12.46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $5|z_1 - i| = |z_1 + 1 + i| + 3|z_1 - 1 - 3i|$ và $|z_2 + i| = 5$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 + z_2 - 2 - 4i|$ bằng

- A. $5 + 3\sqrt{5}$. B. $2 + \sqrt{13}$. C. 9. D. $5 + 4\sqrt{5}$.

Câu 12.47. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $z^2 - 2z + m^2 + 9m = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0| = \sqrt{10}$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 12.48. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z - 5 + 3i| = |\bar{z} - 7 + 3i|$ và $\frac{z - 3i}{\bar{z} + 2i}$ là một số thực?

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 12.49. Trong tập số phức, cho phương trình $z^2 - 2(m + 1)z + m^2 + 3m - 2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[-2022; 0]$ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

- A. 2022. B. 2023. C. 0. D. 1.

Câu 12.50. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m + 1)z + m^2 - 3 = 0$, (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 12.51. Cho S là tập hợp các số nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - (m - 3)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$. Số phần tử của S là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 12.52. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$, $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $5b + c = -1$. B. $5b + c = 1$. C. $5b + c = 12$. D. $5b + c = -12$.

Câu 12.53. Cho hai số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w - 2 - 3i$ và $z_2 = 2w - 5$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $T = 4\sqrt{13}$. B. $T = 10$. C. $T = 5$. D. $T = 25$.

Câu 12.54. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2 - (m - 3)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 12.55. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $z^2 + mz + 1024 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 64$?

- A. 128. B. 129. C. 127. D. 126.

Câu 12.56. Cho phương trình $2z^2 - 3mz + 2m - 1 = 0$ trong đó m là tham số thực. Tổng các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 \leq 5$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. kết quả khác.

Câu 12.57. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Số phần tử của S là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

D BẢNG ĐÁP ÁN

44. B	45. B	46. A	47. D	48. A	49. B	50. D	51. D
52. C	12.1. C	12.2. B	12.3. D	12.4. A	12.5. D	12.6. B	12.7. C
12.8. C	12.9. A	12.10. C	12.11. C	12.12. A	12.13. D	12.14. B	12.15. C
12.16. A	12.17. C	12.18. D	12.19. D	12.20. D	12.21. B	12.22. C	12.23. B
12.24. B	12.25. C	12.26. C	12.27. C	12.28. C	12.29. C	12.30. D	12.31. C
12.32. A	12.33. B	12.34. B	12.35. B	12.36. C	12.43. D	12.44. B	12.45. B
12.46. D	12.47. D	12.48. B	12.49. D	12.50. C	12.51. A	12.52. D	12.53. B
12.54. D	12.55. B	12.56. C	12.57. C				

CHUYÊN ĐỀ 13. GÓC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Góc giữa hai đường thẳng

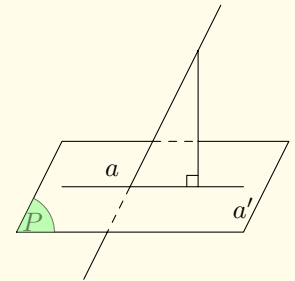
Phương pháp 1. Sử dụng định lý hàm số cô-sin hoặc tỉ số lượng giác.

Phương pháp 2. Sử dụng tích vô hướng: Nếu $\vec{u}$ và $\vec{v}$ lần lượt là hai véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng a và b thì góc φ của hai đường thẳng này được xác định bởi công thức

$$\cos \varphi = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}.$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Muốn xác định góc của đường thẳng a và (P) ta tìm hình chiếu vuông góc a' của a trên (P) . Khi đó $(\widehat{a, (P)}) = (\widehat{a, a'})$.



3. Góc giữa hai mặt phẳng

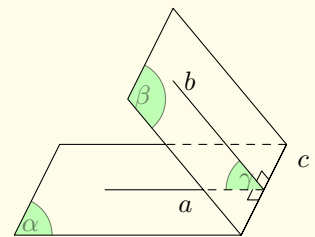
- **Phương pháp 1:** Dựng hai đường thẳng a và b lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng (α) và (β) . Khi đó góc giữa (α) và (β) là

$$(\widehat{(\alpha), (\beta)}) = (\widehat{a, b}).$$

- **Phương pháp 2:**

Xác định giao tuyến c của hai mặt phẳng (α) và (β) . Dựng hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến c tại một điểm trên c . Khi đó

$$(\widehat{(\alpha), (\beta)}) = (\widehat{a, b}).$$



Cách khác: Ta xác định mặt phẳng phụ (γ) vuông góc với giao tuyến c mà $(\alpha) \cap (\gamma) = a$, $(\beta) \cap (\gamma) = b$. Suy ra $(\widehat{(\alpha), (\beta)}) = (\widehat{a, b})$.

4. Sử dụng phương pháp tọa độ trong không gian

Chọn hệ trục thích hợp và cụ thể hóa tọa độ các điểm.

- Giả sử đường thẳng a và b lần lượt có VTCP là $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khi đó

$$\cos(\widehat{a, b}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow (\widehat{a, b}).$$

- Giả sử đường thẳng a có VTCP là $\vec{a}$ và (P) có VTPT là $\vec{n}$ thì khi đó

$$\sin(\widehat{a, (P)}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{n}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{n}|} \Rightarrow (\widehat{a, (P)}).$$

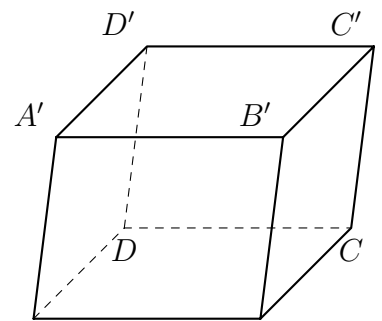
- Giả sử mặt phẳng (α) và (β) lần lượt có VTPT là $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Khi đó

$$\cos(\widehat{(\alpha), (\beta)}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \Rightarrow (\widehat{(\alpha), (\beta)}).$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 53 (Câu 32 đề minh họa 2021-2022). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

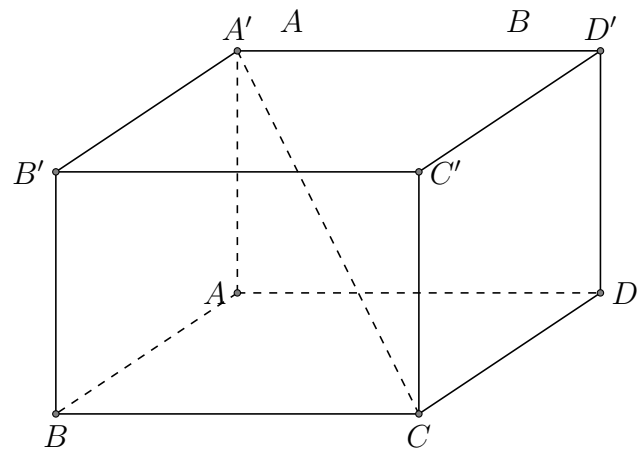
- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .



CÂU 54 (Câu 35 đề minh họa 2020-2021).

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

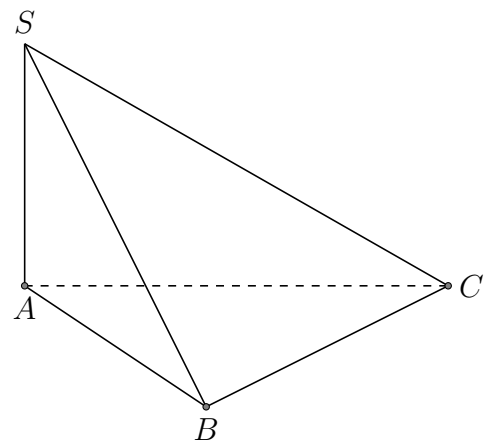
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



CÂU 55 (Câu 43 đề minh họa 2020-2021).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

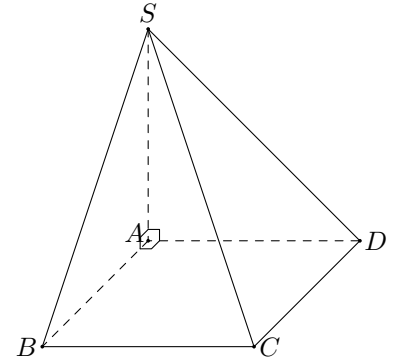
- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.



BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 13.1 (Đề minh họa 2019-2020). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



Câu 13.2. Cho một hình thoi $ABCD$ cạnh a và một điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa hình thoi sao cho $SA = a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Tính góc giữa SD và BC .

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 13.3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành với $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 3a$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC nằm trong khoảng nào?

- A. $(20^\circ; 30^\circ)$. B. $(30^\circ; 40^\circ)$. C. $(40^\circ; 50^\circ)$. D. $(50^\circ; 60^\circ)$.

Câu 13.4. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Số đo góc giữa AC và BD là

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 13.5. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$, M là trung điểm CD . Tính cosin góc giữa AC và BM .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 13.6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cũng bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

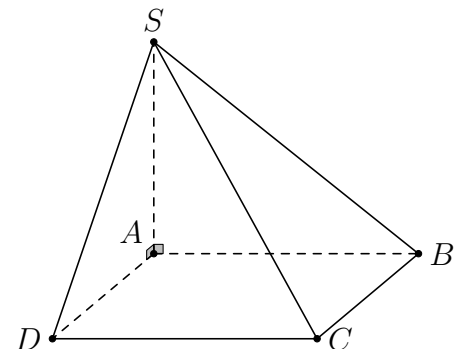
- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 13.7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm BC, AD, AC . Cho $AB = 2a, CD = 2a\sqrt{2}, MN = a\sqrt{5}$. Tính góc $\varphi = (\widehat{AB, CD})$.

- A. 135° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 13.8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng SC và BD nằm trong khoảng nào?

- A. $(30^\circ; 60^\circ)$. B. $(40^\circ; 50^\circ)$.
C. $(50^\circ; 60^\circ)$. D. $(60^\circ; 70^\circ)$.



Câu 13.9. Cho hình chóp $S.ABC$ có các $\triangle ABC$ và $\triangle SBC$ là các tam giác đều và nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Góc giữa đường thẳng SA và (ABC) bằng

- A. 45° . B. 75° . C. 65° . D. 30° .

Câu 13.10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $\triangle ABC$ đều cạnh a . Tính góc giữa SB và (ABC) .

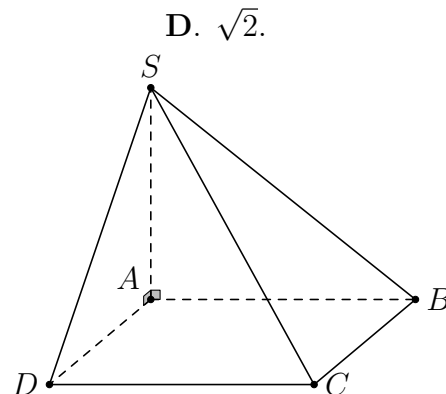
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 13.11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $\triangle ABC$ đều cạnh a . Gọi β là góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) . Khi đó, $\tan \beta$ bằng

- A. $\sqrt{\frac{3}{5}}$. B. $\sqrt{\frac{5}{3}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\sqrt{2}$.

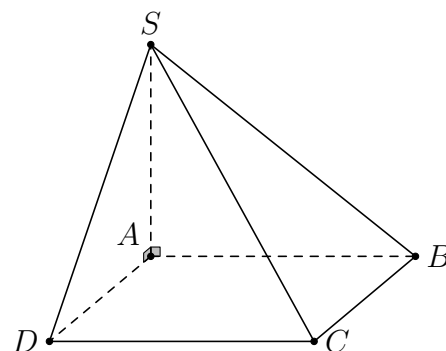
Câu 13.12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



Câu 13.13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \sqrt{3}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

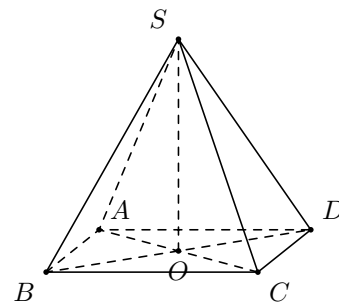


Câu 13.14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Tính $\sin$ của góc tạo bởi AC và mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

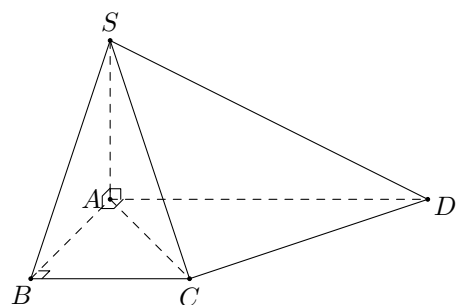
Câu 13.15. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $a\sqrt{2}$, cạnh bên $2a$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



Câu 13.16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = 2AB = 2BC = 2a$, SA và vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



Câu 13.17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và $SA = SB = SC = SD = a$. Khi đó $\cos$ góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 13.18. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = a$, trên đường thẳng d vuông góc với (ABC) tại điểm A ta lấy một điểm D sao cho $\triangle BCD$ đều. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC)

và (BCD) nằm trong khoảng nào?

- A. $(40^\circ; 50^\circ)$. B. $(50^\circ; 60^\circ)$. C. $(60^\circ; 70^\circ)$. D. $(70^\circ; 80^\circ)$.

Câu 13.19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

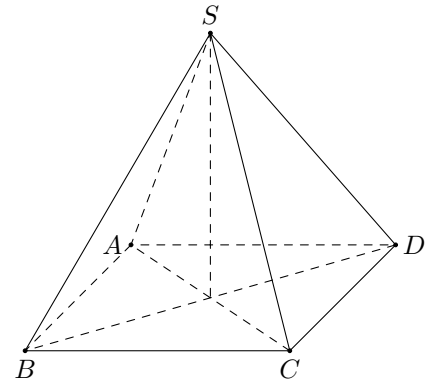
- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 13.20. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ADD'A')$ bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $V = \sqrt{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $V = \sqrt{3}$.

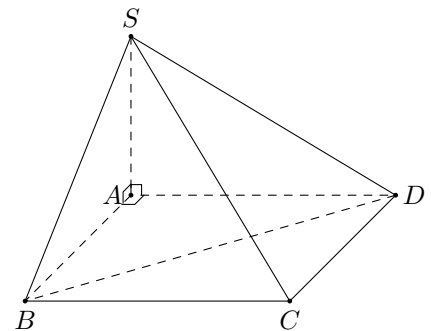
Câu 13.21. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$, cạnh bên $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



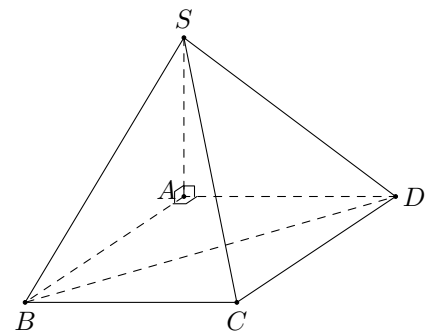
Câu 13.22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



Câu 13.23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .



D BẢNG ĐÁP ÁN

53. A	54. B	55. A	13.1. A	13.2. C	13.3. D	13.4. A	13.5. B
13.6. C	13.7. D	13.8. D	13.9. A	13.10. C	13.11. A	13.12. A	13.13. A
13.14. D	13.15. C	13.16. A	13.17. B	13.18. B	13.19. D	13.20. C	13.21. B
13.22. C	13.23. B						

CHUYÊN ĐỀ 14. KHOẢNG CÁCH

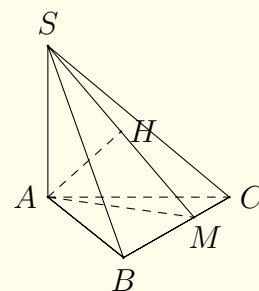
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

a) Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

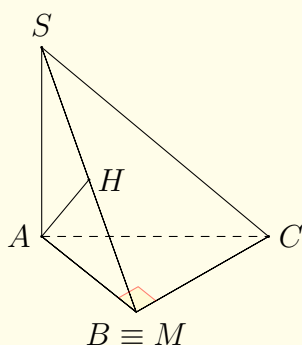
Định nghĩa 0.1. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là khoảng cách giữa hai điểm M và H , trong đó H là hình chiếu của M trên (P) .

Bài toán cơ bản: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Xác định khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

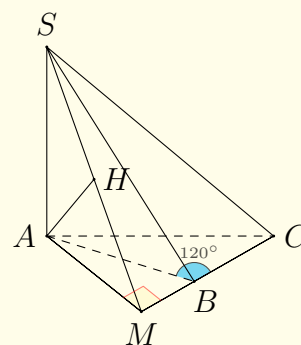
Chú ý: Vị trí điểm M trên BC tùy thuộc đặc điểm của tam giác ABC , thể hiện trong bảng sau:



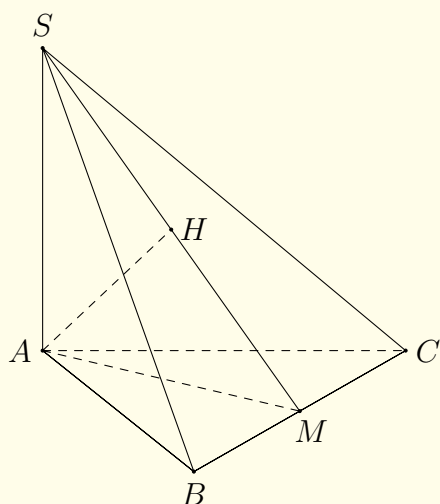
Nếu tam giác ABC vuông tại B thì M trùng với B .



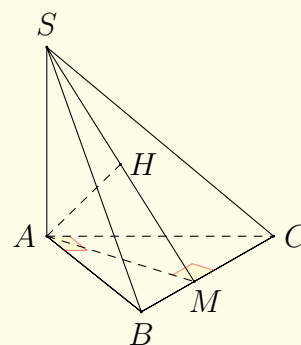
Nếu tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 120^\circ$ thì M nằm ngoài đoạn BC về phía điểm B .



Nếu tam giác ABC cân tại A thì M là trung điểm BC .

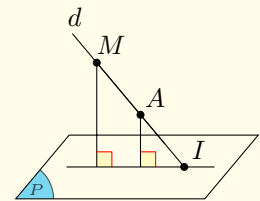
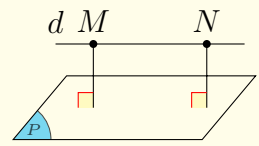


Nếu tam giác ABC vuông tại A và $AB < AC$ thì M nằm trên đoạn BC và ở gần điểm B hơn điểm C .



Đưa về bài toán cơ bản:

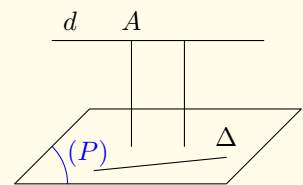
- **Sử dụng tính chất:** Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và M, N là hai điểm trên d thì $d(M, (P)) = d(N, (P))$.
- **Sử dụng tính chất:** Nếu đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại I thì $d(M, (P)) = \frac{MI}{AI} d(A, (P))$.

**b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**

Định nghĩa 0.2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d và Δ là độ dài đoạn vuông góc chung của d và Δ .

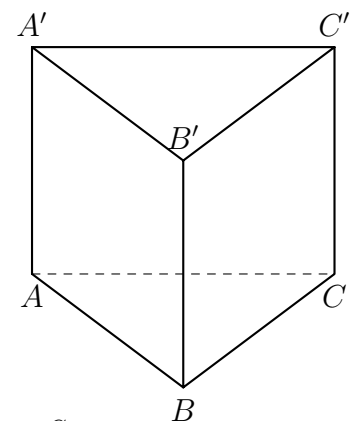
Cách xác định thường dùng

- Tìm một mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và song song với đường thẳng d .
- Chọn một điểm A trên d .
- Khi đó $d(d, \Delta) = d(A, (P))$.

**B BÀI TẬP MẪU**

CÂU 56 (Câu 36 đề minh họa 2021-2022). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

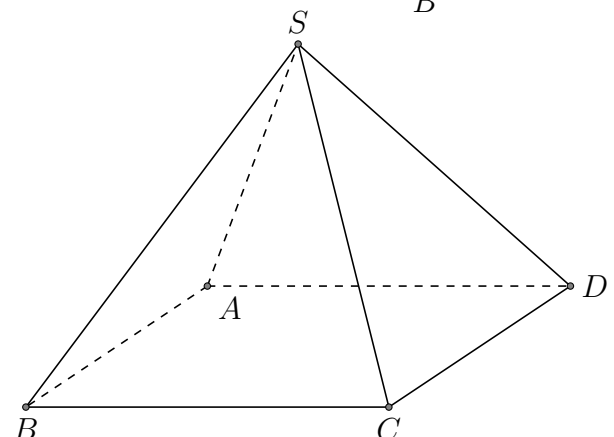
- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 4.



CÂU 57 (Câu 36 đề minh họa 2020-2021).

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 1. C. 7. D. $\sqrt{11}$.



BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 14.1. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh $AB = AC = a$ và thể tích bằng $\frac{a^3}{6}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = a\sqrt{2}$. B. $h = a\sqrt{3}$. C. $h = a$. D. $h = 2a$.

Câu 14.2. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{11a}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{66}}{6}$. C. $\frac{6a}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 14.3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC . Biết $\widehat{BAD} = 120^\circ, \widehat{SMA} = 45^\circ$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 14.4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = 3a$. B. $h = a$. C. $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$. D. $h = \frac{a}{3}$.

Câu 14.5. Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

- A. $3a$. B. $\frac{a}{3}$. C. $2a$. D. a .

Câu 14.6. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích $V = 2a^3$ và đáy ABC là tam giác vuông cân tại A biết $AB = a$. Tính h là khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $h = 6a$. B. $h = \frac{3}{2}a$. C. $h = 3a$. D. $h = 12a$.

Câu 14.7. Cho khối lăng trụ (H) có thể tích là $4a^3$, đáy là tam giác vuông cân có độ dài cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Độ dài chiều cao khối lăng trụ (H) bằng

- A. $8a$. B. $4a$. C. $6a$. D. $2a$.

Câu 14.8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , thể tích khối chóp là a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp.

- A. $h = a$. B. $h = 2a$. C. $h = 4a$. D. $h = 3a$.

Câu 14.9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a, D$ là trung điểm BC . Biết SAD là tam giác đều và mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $\frac{6\sqrt{13}a}{7}$. B. $\frac{4\sqrt{13}a}{13}$. C. $\frac{4\sqrt{13}a}{7}$. D. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 14.10. Khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $SB = 2a, BC = a$ và thể tích khối chóp là $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là.

- A. $\frac{3a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $6a$.

Câu 14.11. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ tâm O của $ABCD$ đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$. B. $\frac{1}{2}a$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 14.12. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAC đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{1}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{12}a$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$.

Câu 14.13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2BC$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{30}}{5}a$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$.

Câu 14.14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAD đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.

Câu 14.15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc hợp bởi SC và mặt phẳng đáy bằng 45° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{6}}{4}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{6}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 14.16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$, góc BAD bằng 120° . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14.17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 3$, $SB = 6$, $SC = 9$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $3\sqrt{6}$. B. $6\sqrt{3}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 14.18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. a .

Câu 14.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14.20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

56. D	57. A	14.1. C	14.2. D	14.3. C	14.4. B	14.5. A	14.6. D
14.7. B	14.8. D	14.9. D	14.10. B	14.11. A	14.12. B	14.13. C	14.14. B
14.15. A	14.16. D	14.17. A	14.18. B	14.19. A	14.20. B		

CHUYÊN ĐỀ 15. THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Thể tích khối chóp

a. Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}B.h$

- B : Diện tích mặt đáy.
- h : Chiều cao của khối chóp.

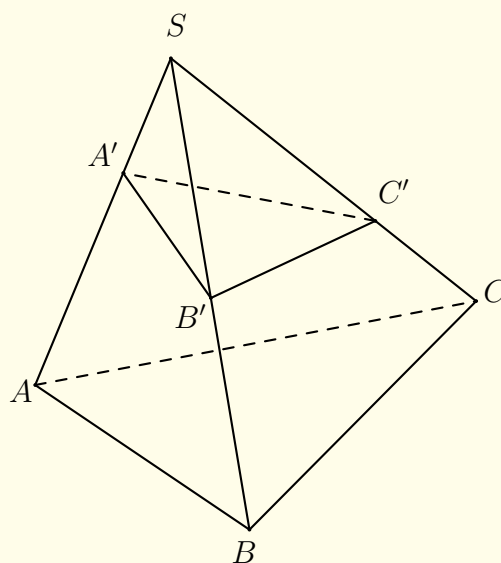
b. Tỷ số thể tích:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

c. Hình chóp cụt: $ABC.A'B'C'$

$$V = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{BB'})$$

Với B, B', h là diện tích hai đáy và chiều cao.



2. Thể tích khối lăng trụ

a. Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$.

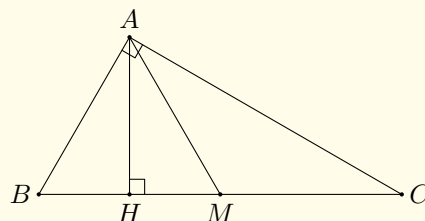
- B : Diện tích mặt đáy.
- h : Chiều cao.

Lưu ý: Lăng trụ đứng có chiều cao cũng là cạnh bên.

b. Thể tích hình hộp chữ nhật: $V = a.b.c \Rightarrow$ Thể tích khối lập phương: $V = a^3$.

c. Các hệ thức lượng trong tam giác vuông

- $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
- $AB.AC = AH.BC$, $AM = \frac{1}{2}BC$.
- Tỷ số lượng giác: $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$,
 $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$, $\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$.
- $BH.BC = AB^2$, $CH.CB = CA^2$.
- $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$.



d. Đường chéo của hình vuông cạnh a bằng $a\sqrt{2}$.

e. Đường cao của tam giác đều cạnh a bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

f. Diện tích tam giác thường:

- $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$, h_a, h_b, h_c lần lượt là các đường cao kẻ từ đỉnh A, B, C .

- $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$.

- $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- $S_{\triangle ABC} = pr$, r là bán kính đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

- $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.

- Diện tích tam giác vuông tại A : $S = \frac{1}{2}AB.AC$.

- Diện tích của tam giác đều cạnh a : $S = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Hoặc $S = \frac{1}{2}AB.AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2}a.a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

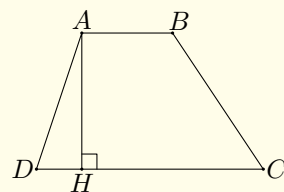
g. Diện tích hình chữ nhật: $S = ab$, a, b là độ dài các cạnh.

h. Diện tích hình vuông cạnh a : $S = a^2$.

i. Diện tích hình thoi: $S = \frac{1}{2}AC.BD$ (AC, BD là hai đường chéo).

j. Diện tích hình thang: $S = \frac{(\text{đáy lớn} + \text{đáy bé}) \cdot \text{cao}}{2}$.

k. Diện tích hình bình hành: $S = \text{đáy} \cdot \text{cao}$.



l. Định lý sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

m. Định lý cosin

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

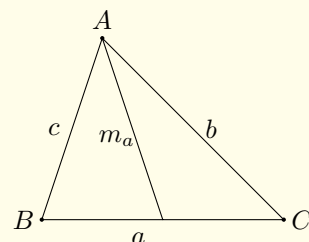
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

n. Công thức trung tuyến

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

$$m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$



B BÀI TẬP MẪU

CÂU 58 (Câu 8 đề minh họa 2021-2022). Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 42. B. 126. C. 14. D. 56.

CÂU 59 (Câu 21 đề minh họa 2021-2022). Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{4}{3}Bh$. C. $V = 6Bh$. D. $V = Bh$.

CÂU 60 (Câu 42 đề minh họa 2021-2022). Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. C. $16a^3$. D. $\frac{16}{3}a^3$.

CÂU 61 (Câu 21 đề minh họa 2020-2021). Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

CÂU 62 (Câu 22 đề minh họa 2020-2021). Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 bằng

- A. 14. B. 42. C. 126. D. 12.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN**1. Thể tích khối chóp**

Câu 15.1. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60° , $SB = a\sqrt{2}$; $\widehat{BSC} = 45^\circ$. Gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Khi đó tỉ số $\frac{a^3}{V}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Câu 15.2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $AB = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O . Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau, thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}}{6}a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 15.3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và $SA \perp (ABCD)$, hai mặt phẳng (SBC) và (SDC) tạo với nhau một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{1}{3}a^3$. B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $\frac{8a^3}{3}$.

Câu 15.4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBD) tạo với mặt đáy góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. a^3 .

Câu 15.5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AB . Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $BD = a\sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

$$\text{A. } V = \frac{3\sqrt{30}a^3}{2}. \quad \text{B. } V = \frac{\sqrt{30}a^3}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{30}}{24}. \quad \text{D. } V = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}.$$

Câu 15.6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{6}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 15.7. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$

$$\text{A. } V = \frac{4}{3}\pi a^3. \quad \text{B. } V = 2a^3. \quad \text{C. } V = 12a^3. \quad \text{D. } V = 4a^3.$$

Câu 15.8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

$$\text{A. } h = \frac{\sqrt{3}a}{6}. \quad \text{B. } h = \frac{\sqrt{3}a}{2}. \quad \text{C. } h = \frac{\sqrt{3}a}{3}. \quad \text{D. } h = \sqrt{3}a.$$

Câu 15.9. Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và có thể tích bằng $6a^3$. Chiều cao của hình chóp bằng

$$\text{A. } a. \quad \text{B. } 6a. \quad \text{C. } 6a^2. \quad \text{D. } 18a.$$

Câu 15.10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$, chiều cao khối chóp bằng $4a$. Thể tích khối chóp theo a là

$$\text{A. } V = 24a^3. \quad \text{B. } V = 9a^3. \quad \text{C. } V = 40a^3. \quad \text{D. } V = 8a^3.$$

Câu 15.11. Khối chóp có diện tích đáy bằng $6m^2$, chiều cao bằng $7m$ thì có thể tích là

$$\text{A. } 8m^3. \quad \text{B. } 16m^3. \quad \text{C. } 14m^3. \quad \text{D. } 7m^3.$$

Câu 15.12. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $BC = a$, $AC = 2a$, tam giác SAB là tam giác đều. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3}{\sqrt{6}}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3}{\sqrt{3}}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{6}. \quad \text{D. } V = \frac{3a^3}{\sqrt{6}}.$$

Câu 15.13. Cho khối chóp $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc tại O và $OA = 2$, $OB = 3$, $OC = 6$. Thể tích khối chóp bằng

$$\text{A. } 12. \quad \text{B. } 6. \quad \text{C. } 24. \quad \text{D. } 36.$$

Câu 15.14. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60^\circ$ và $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } 2\sqrt{2}. \quad \text{B. } 2\sqrt{3}. \quad \text{C. } 4\sqrt{3}. \quad \text{D. } 3\sqrt{2}.$$

Câu 15.15. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V , nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các cạnh đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là

$$\text{A. } 3V. \quad \text{B. } 6V. \quad \text{C. } 9V. \quad \text{D. } 12V.$$

Câu 15.16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB . Biết rằng $SC = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}. \quad \text{D. } V = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 15.17. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3}{12}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 15.18. Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$; các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $9a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{10a^3}{\sqrt{3}}$. D. $10a^3\sqrt{3}$.

Câu 15.19. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 15.20. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$. Chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là

- A. $V = 24a^3$. B. $V = 40a^3$. C. $V = 9a^3$. D. $V = 8a^3$.

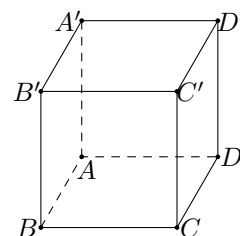
Câu 15.21. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

- A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. B. $V = 12a^3$. C. $V = 2a^3$. D. $V = 4a^3$.

2. Thể tích khối lăng trụ

Câu 15.22 (Đề minh họa 2019-2020). Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (như hình minh họa). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



Câu 15.23. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a , $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Biết hình chiếu của điểm A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AD . Góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt $(ABCD)$ là 30° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $4a^3$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 15.24. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.EFGH$ có đáy là hình thoi cạnh a . Tam giác ABD đều và $AE = 2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 15.25. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C = a\sqrt{6}$.

- A. $V = 2a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = 3a^3\sqrt{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{6}$.

Câu 15.26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.EFGH$ có đáy là hình bình hành, biết $AB = a$, $AD = 4a$, góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, cạnh $AE = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = a^3$. D. $V = 2a^3$.

Câu 15.27. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $BC = 2a$, $A'B = 3a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

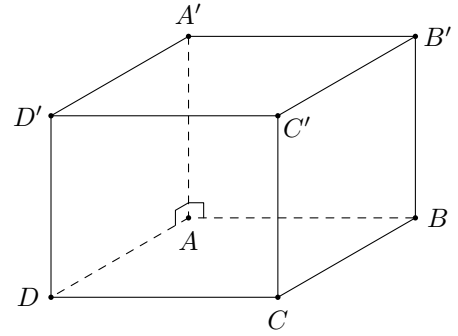
- A. $2a^3$. B. $a^3\sqrt{7}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $6a^3$.

Câu 15.28. Cho hình lăng trụ đứng tam giác có độ dài các cạnh đáy là 37 cm, 13 cm, 30 cm và biết tổng diện tích các mặt bên là 480 cm². Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = 1260$ cm³. B. $V = 360$ cm³. C. $V = 720$ cm³. D. $V = 1080$ cm³.

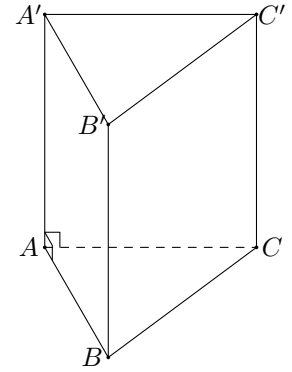
Câu 15.29. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ biết mặt đáy là hình thoi cạnh $2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên của hình lăng trụ là $3a$ (như hình bên). Thể tích V của khối lăng trụ là

- A. $V = 6a^3\sqrt{3}$. B. $V = 6a^3\sqrt{2}$.
C. $V = 6a^3$. D. $V = 4a^3\sqrt{3}$.



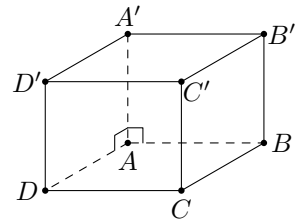
Câu 15.30. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB' = a\sqrt{10}$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$ (như hình minh họa). Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $V = \frac{3a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = 3a^3$. D. $V = a^3$.



Câu 15.31. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$ (như hình bên). Tính thể tích V của khối hộp này.

- A. $V = 4a^3$. B. $V = 24a^3$. C. $V = 12a^3$. D. $V = 8a^3$.



Câu 15.32. Các đường chéo của các mặt một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $\sqrt{10}$, $\sqrt{26}$, $\sqrt{34}$. Tính thể tích V của khối hình hộp chữ nhật đó.

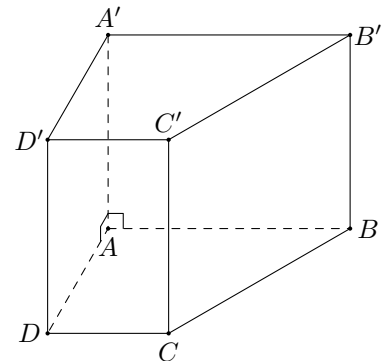
- A. $V = 5$. B. $V = 225$. C. $V = 15$. D. $V = 75$.

Câu 15.33. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Biết góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{6}$.

Câu 15.34. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết $AD = 2a$, $AB = BC = a$ và góc giữa $(A'CD)$ với mặt đáy bằng 60° (như hình bên). Thể tích khối lăng trụ bằng

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{2}$. D. $\frac{3a^3}{2\sqrt{6}}$.

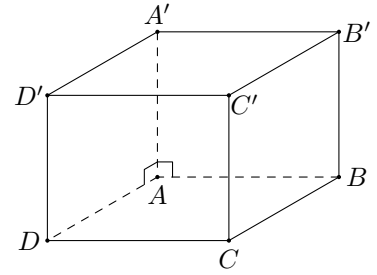


Câu 15.35. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 15.36. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành với $AB = a$, $BC = a\sqrt{7}$ và góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AA' = 2a$ (như hình vẽ). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $3a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Câu 15.37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $ACC'A'$ một góc bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ theo a .

A. $a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

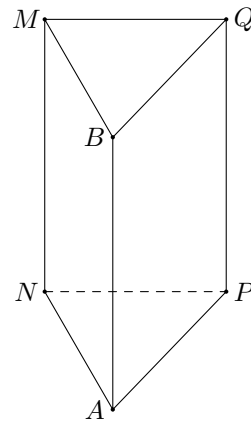
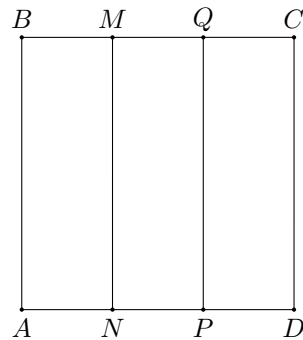
Câu 15.38. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 15.39. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của hình hộp đó là

A. a^3 . B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 15.40. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60$ cm, $AB = 40$ cm. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ bên dưới để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng



- A. $4000\sqrt{3}$ cm³. B. $2000\sqrt{3}$ cm³. C. $400\sqrt{3}$ cm³. D. $4000\sqrt{2}$ cm³.

D BẢNG ĐÁP ÁN

58. C	59. D	60. B	15.1. D	15.2. D	15.3. D	15.4. A	15.5. C
15.6. A	15.7. D	15.8. D	15.9. D	15.10. D	15.11. C	15.12. A	15.13. B
15.14. A	15.15. C	15.16. C	15.17. A	15.18. D	15.19. C	15.20. D	15.21. D
15.22. A	15.23. D	15.24. A	15.25. A	15.26. A	15.27. B	15.28. D	15.29. A
15.30. A	15.31. B	15.32. C	15.33. B	15.34. C	15.35. A	15.36. B	15.37. B
15.38. C	15.39. D	15.40. A					

CHUYÊN ĐỀ 16. KHỐI NÓN

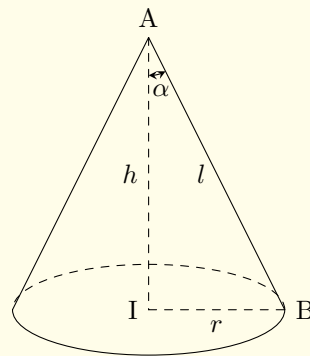
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác

Cho $\triangle ABI$ vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông AI thì đường gấp khúc ABI tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).

- Đường thẳng AI được gọi là trục, A là đỉnh, AI được gọi là đường cao và AB được gọi là đường sinh của hình nón.
- Hình tròn tâm I , bán kính $r = IB$ là đáy của hình nón.

2. Các yếu tố cơ bản của hình nón



- Chiều cao: h .
- Độ dài đường sinh: l .
- Bán kính đường tròn đáy: r .
- Góc ở đỉnh: 2α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).

3. Mối liên hệ giữa chiều cao, đường sinh và bán kính đáy của hình nón

$$l^2 = h^2 + R^2.$$

4. Công thức diện tích của hình nón và thể tích của khối nón

- Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l$.
- Diện tích toàn phần hình nón: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$.
- Diện tích đáy (hình tròn): $S_d = \pi \cdot r^2$.
- Thể tích khối nón: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

5. Thiết diện của hình nón (N) khi cắt bởi mặt phẳng (P)

- (P) đi qua đỉnh của hình nón (N) :
 - Nếu (P) tiếp xúc với mặt nón (N) theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi (P) là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.
 - Nếu (P) cắt mặt nón (N) theo hai đường sinh $\Rightarrow$ Thiết diện là tam giác cân.
 - Đặc biệt: Nếu (P) đi qua trục của mặt nón (N) $\Rightarrow$ Thiết diện là tam giác cân có cạnh bên l và cạnh đáy $2r$.

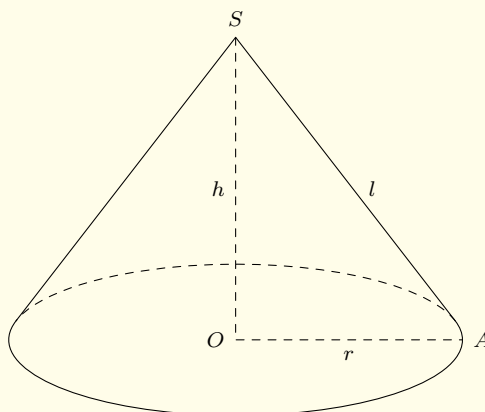
- (P) không đi qua đỉnh của hình nón (N) :
 - Nếu (P) vuông góc với trục hoành hình nón $\Rightarrow$ giao tuyến là một đường tròn.
 - Nếu (P) song song với hai nhánh của một hypebol.
 - Nếu (P) song song với một đường sinh hình nón $\Rightarrow$ giao tuyến là một đường parabol.

6. Công thức tính độ dài cung tròn có số đo a° , bán kính R

$$l = \frac{\pi R a}{180}.$$

7. Tính chất $\triangle ABC$ đều cạnh a

- Độ dài đường cao, đường trung tuyến $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Diện tích tam giác $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.



- Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l$.
- Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón: $S = S_{xq} + S_{day} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$.
- Công thức tính thể tích của khối nón: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.
- Áp dụng Pitago và các hệ thức lượng giác trong tam giác vuông SOA: $l^2 = h^2 + r^2$; $\cos \widehat{ASO} = \frac{h}{l}$; $\sin \widehat{ASO} = \frac{r}{l}$; $\tan \widehat{ASO} = \frac{r}{h}$.
- Định lý sin trong tam giác: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$. (R : bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác).
- Định lý Talet trong tam giác: $MN \parallel BC, M \in AB, N \in AC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 63 (Câu 47 đề minh họa 2021-2022). Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. B. $4\sqrt{6}\pi a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D. $8\sqrt{2}\pi a^3$.

CÂU 64 (Câu 23 đề minh họa 2020-2021). Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3}\pi rh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN**1. Thông hiểu**

Câu 16.1 (Đề minh họa 2019-2020). Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 16.2. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh $l = 5$ cm và bán kính $r = 3$ cm bằng

- A. 8π (cm²). B. 15 (cm²). C. 4π (cm²). D. 15π (cm²).

Câu 16.3. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 40π cm² và bán kính đáy $r = 5$ cm thì có độ dài đường sinh bằng

- A. 8π (cm). B. 8 (cm). C. 4π (cm). D. 4 (cm).

Câu 16.4. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng 60 cm² và độ dài đường sinh $l = 5$ cm thì có bán kính đáy gần nhất với số nào sau đây:

- A. 4 (cm). B. $3,7$ (cm). C. $3,9$ (cm). D. $3,8$ (cm).

Câu 16.5. Một khối nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 5$ cm và bán kính đáy $r = 4$ cm. Tính thể tích V của khối nón.

- A. 20π cm³. B. 100 cm³. C. 16π cm³. D. 90π cm³.

Câu 16.6. Một khối nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 8$ cm và chiều cao $h = 6$ cm. Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = 56\pi$ cm³. B. $V = 48\pi$ cm³. C. $V = 64\pi$ cm³. D. $V = 90\pi$ cm³.

Câu 16.7. Một khối nón tròn xoay có thể tích V bằng 50π và chiều cao $h = 6$. Tính diện tích toàn phần của hình nón.

- A. $5\pi(\sqrt{61} - 5)$. B. $5\pi(\sqrt{61} + 5)$. C. $\pi(\sqrt{61} + 25)$. D. $\pi(\sqrt{61} + 5)$.

Câu 16.8. Một khối nón tròn xoay có thể tích V bằng 100π cm³ và bán kính đáy $r = 5$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A. 144π (cm²). B. 90π (cm²). C. 64π (cm²). D. 65π (cm²).

Câu 16.9. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π . Thể tích của khối nón là

- A. $\frac{6\sqrt{11}}{5}\pi$. B. $\frac{25\sqrt{11}}{3}\pi$. C. $\frac{4\sqrt{11}}{3}\pi$. D. $\frac{5\sqrt{11}}{3}\pi$.

Câu 16.10. Một khối nón tròn xoay có thể tích V bằng $12\pi \text{ cm}^3$ và diện tích xung quanh bằng $15\pi \text{ cm}^2$. Biết bán kính đáy là một số nguyên. Tính diện tích đáy nón.

- A. $10\pi (\text{cm}^2)$. B. $9\pi (\text{cm}^2)$. C. $45\pi (\text{cm}^2)$. D. $25\pi (\text{cm}^2)$.

Câu 16.11. Cho tam giác AOB vuông tại O , $\widehat{OAB} = 30^\circ$ và có cạnh $AB = a$. Quay tam giác AOB xung quanh cạnh OA ta được một hình nón tròn xoay. Tính diện tích toàn phần của hình nón này.

- A. πa^2 . B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{3\pi a^2}{4}$. D. $\frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 16.12. Cho tam giác AOB vuông tại O , $OA = 4a$, $OB = 3a$. Quay tam giác AOB xung quanh cạnh AB ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích của khối tròn xoay này.

- A. $9,6\pi a^3$. B. $10\pi a^3$. C. $8,4\pi a^3$. D. $4\pi a^3$.

Câu 16.13. Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì $\triangle BHC$ tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng

- A. $S_{\text{xq}} = \frac{\pi R^2 (3 + 2\sqrt{3})}{2}$. B. $S_{\text{xq}} = \frac{\pi R^2 (3 + \sqrt{3})}{4}$.
C. $S_{\text{xq}} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3} (\sqrt{2} + 1)}{4}$. D. Đáp án khác.

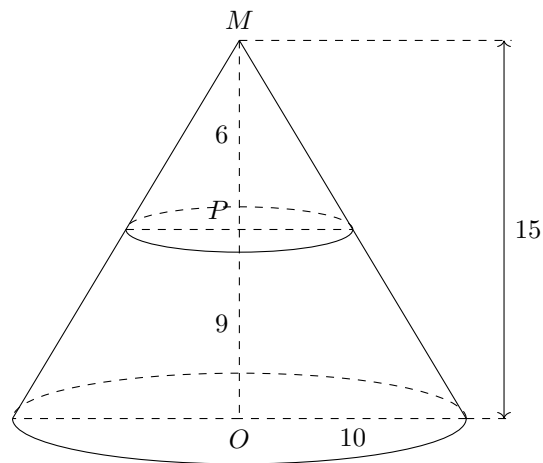
Câu 16.14. Cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua trục tạo thành một tam giác ABC đều có cạnh bằng a . Biết B, C thuộc đường tròn đáy. Thể tích của khối nón là

- A. $a^3 \pi \sqrt{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. C. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{3a^3 \pi}{8}$.

Câu 16.15. Cho hình nón có đáy là đường tròn có bán kính bằng 10. Mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo giao tuyến là một đường tròn như hình vẽ.

Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 6 bằng

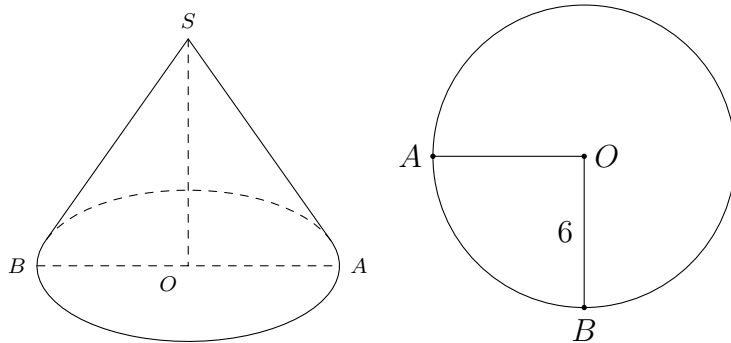
- A. 32π . B. 24π . C. $\frac{200\pi}{9}$. D. 96π .



Câu 16.16. Cho hình tròn có bán kính là 6. Cắt bỏ hình tròn giữa 2 bán kính OA, OB , rồi ghép 2 bán kính đó lại sao cho thành một hình nón (như hình vẽ).

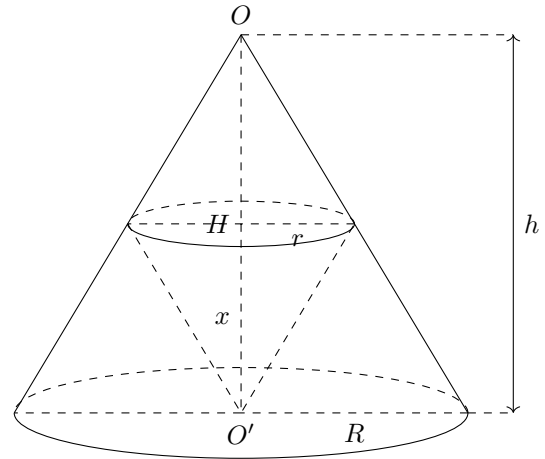
Thể tích khối nón tương ứng đó là

- A. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{9\pi\sqrt{15}}{8}$.
C. $\frac{81\pi\sqrt{7}}{4}$. D. Đáp án khác.



Câu 16.17. Cho hình nón đỉnh O , chiều cao là h . Một khối nón có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Chiều cao x của khối nón này là bao nhiêu để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$?

- A. $x = \frac{2h}{3}$. B. $x = \frac{h}{2}$.
C. $x = \frac{h}{3}$. D. $x = \frac{h\sqrt{3}}{3}$.



Câu 16.18. Cho khối nón có đỉnh S , cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh của khối nón tạo thành thiết diện là tam giác SAB . Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến thiết diện bằng 2, $AB = 12$, bán kính đường tròn đáy bằng 10. Chiều cao h của khối nón là

- A. $\frac{8\sqrt{15}}{15}$. B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$. C. $\frac{4\sqrt{15}}{15}$. D. $\sqrt{15}$.

Câu 16.19. Cho hình nón có đỉnh O , tâm đáy là H , bán kính đáy là a , góc tạo bởi một đường sinh OM và đáy là 60° . Tìm kết luận **sai**

- A. $\ell = 2a$. B. $S_{xq} = 2\pi a^2$. C. $S_{tp} = 4\pi a^2$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 16.20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a ; Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

Câu 16.21. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a , cạnh bên là $2a$. Một hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Tìm kết luận **đúng**?

- A. $R = a\sqrt{3}$. B. $h = \frac{a\sqrt{33}}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{9}$.

2. Vận dụng

Câu 16.22. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $3\sqrt{2}$. Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song $MN, M'N'$ thỏa mãn $MN = M'N' = 2\sqrt{2}$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 12. Tính thể tích khối trụ.

- A. $V = 6\sqrt{2}\pi$. B. $V = 9\sqrt{2}\pi$. C. $h = 3\sqrt{2}\pi$. D. $h = 12\sqrt{2}\pi$.

Câu 16.23. Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 5a$ và bán kính đáy $r = 4a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của khối nón và có khoảng cách đến tâm O của đáy bằng $3a$. Diện tích thiết diện tạo bởi (P) và hình nón là

- A. $\frac{25\sqrt{31}}{16}a^2$. B. $\frac{5\sqrt{31}}{8}a^2$. C. $\frac{5\sqrt{41}}{16}a^2$. D. $\frac{25\sqrt{41}}{32}a^2$.

Câu 16.24. Cho hình nón tròn xoay đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2a$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P) , biết thể tích khối nón là $V = a^3\pi\sqrt{3}$.

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. B. $a\sqrt{5}$. C. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Câu 16.25. Cho hình nón tròn xoay đỉnh S có chu vi đường tròn đáy bằng $2a\pi\sqrt{5}$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $\triangle SAB$ vuông cân có diện tích $2a^2$. Tính thể tích khối nón, biết khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P) bằng $2a$.

A. $\frac{10\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $10\pi a^3$. D. $\frac{10\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 16.26. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O bán kính $R = 5$, góc ở đỉnh bằng 60° . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB = 6$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .

A. $\frac{20\sqrt{273}}{90}$. B. $\frac{20\sqrt{270}}{91}$. C. $\frac{20\sqrt{271}}{91}$. D. $\frac{20\sqrt{273}}{91}$.

Câu 16.27. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 4$ (cm), bán kính đáy $r = 5$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $\frac{12}{5}$ (cm). Tính diện tích thiết diện đó.

A. 10 (cm)^2 . B. 20 (cm)^2 . C. 30 (cm)^2 . D. 40 (cm)^2 .

Câu 16.28. Cho hình nón đỉnh S , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 16.29. Cho hình trụ có tâm hai đáy lần lượt là O và O' ; bán kính đáy hình trụ bằng a . Trên hai đường tròn (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho AB tạo với trục của hình trụ một góc 30° và có khoảng cách tới trục của hình trụ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho

A. $2\pi a^2(\sqrt{3} + 1)$. B. $\frac{\pi a^2}{3}(\sqrt{3} + 2)$. C. $\pi a^2(\sqrt{3} + 2)$. D. $\frac{2\pi a^2}{3}(\sqrt{3} + 3)$.

Câu 16.30. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2a$. Gọi SA và SB là hai đường sinh, biết $AB = 2a$, khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (SAB) bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $4\pi a^3 \sqrt{6}$. B. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. D. $2\pi a^3 \sqrt{6}$.

Câu 16.31. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Gọi SA và SB là hai đường sinh, biết $\triangle SAB$ vuông và có diện tích bằng $4a^2$, góc giữa SO và (SAB) bằng 30° . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{10\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

63. A	64. D	16.1. C	16.2. D	16.3. B	16.4. D	16.5. C	16.6. A
16.7. B	16.8. D	16.9. B	16.10. B	16.11. C	16.12. A	16.13. A	16.14. C
16.15. A	16.16. A	16.17. C	16.18. A	16.19. C	16.20. C	16.21. B	16.22. B
16.23. A	16.24. C	16.25. C	16.26. D	16.27. B	16.28. A	16.29. A	16.30. C
16.31. D							

CHUYÊN ĐỀ 17. KHỐI TRỤ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ.

1. Hình trụ tròn xoay

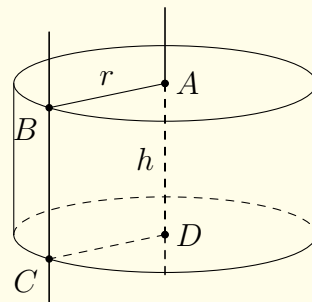
Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.

Đường thẳng AD được gọi là trục.

Đoạn thẳng BC được gọi là đường sinh.

Độ dài đoạn thẳng $AD = DC = h$ được gọi là chiều cao của hình trụ. Hình tròn tâm A , bán kính $r = AB$ và hình tròn tâm D , bán kính $r = DC$ được gọi là hai đáy của hình trụ.

Khối trụ tròn xoay, gọi tắt là khối trụ, là phần không gian giới hạn bởi hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ.



2. Công thức tính diện tích của hình trụ và thể tích của khối trụ

Cho hình trụ có chiều cao là h và bán kính đáy bằng r .

- Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh$.
- Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_m = S_{xq} + 2.S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$.
- Thể tích khối trụ: $V = B.h = \pi r^2 h$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 65 (Câu 24 đề minh họa 2021-2022). Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = 4\pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = 3\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

CÂU 66 (Câu 24 đề minh họa 2020-2021). Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l = 3\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi\text{cm}^2$. B. $48\pi\text{cm}^2$. C. $24\pi\text{cm}^2$. D. $36\pi\text{cm}^2$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 17.1 (Đề minh họa 2019-2020). Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 16π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .

Câu 17.2. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $BC = 3a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $12\pi a^3$. B. $16\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

Câu 17.3. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 2AB = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ABCD$ quanh trục AD .

- A. $2\pi a^3$. B. πa^3 . C. $4\pi a^3$. D. $8\pi a^3$.

Câu 17.4. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật có diện tích bằng 30cm^2 và chu vi bằng 26cm . Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy hình trụ (T). Diện tích toàn phần hình trụ (T) là

- A. $23\pi (\text{cm}^2)$. B. $\frac{23\pi}{2} (\text{cm}^2)$. C. $\frac{69\pi}{2} (\text{cm}^2)$. D. $59\pi (\text{cm}^2)$.

Câu 17.5. Biết thiết diện qua trục của một hình trụ (T) là hình vuông cạnh a . Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{3\pi a^2}{2}$. C. $4\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Câu 17.6. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

- A. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $r = 5$. C. $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$. D. $5\sqrt{\pi}$.

Câu 17.7. Cho hình trụ (T) có diện tích xung quanh bằng 24cm^2 , bán kính đường tròn đáy bằng 4cm . Tính thể tích của khối trụ (T).

- A. 24cm^3 . B. 12cm^3 . C. 48cm^3 . D. 86cm^3 .

Câu 17.8. Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc với mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16 . Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3 . Tính thể tích khối trụ.

- A. $\frac{52\pi}{3}$. B. 52π . C. 13π . D. $2\sqrt{3}\pi$.

Câu 17.9. Một hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$, cắt một hình trụ bằng mặt phẳng song song với trục, và cách trục một khoảng bằng 1 , thiết diện thu được có diện tích bằng 30 . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 17.10. Cho $ABCD$ là thiết diện song song với trục OO' của hình trụ (A, B thuộc đường tròn tâm O). Cho biết $AB = 4, AD = 3$ và thể tích của hình trụ bằng $V = 24\pi$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng ($ABCD$) là

- A. $d = 1$. B. $d = 2$. C. $d = 3$. D. $d = 4$.

Câu 17.11. Cho hình trụ và hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất và hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai, mặt phẳng $ABCD$ tạo với đáy một góc 45° . Tính diện tích xung quanh hình trụ.

- A. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{5}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 17.12. Cho một khối trụ có bán kính đáy $r = a$ và chiều cao $h = 2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục OO' của khối trụ chia khối trụ thành 2 phần, gọi V_1 là thể tích phần khối trụ chứa trục OO' , V_2 là thể tích phần còn lại của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, biết rằng (P) cách OO' một khoảng bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

- A. $\frac{3\pi + 2}{\pi - 2}$. B. $\frac{3\pi - 2}{\pi - 2}$. C. $\frac{3\pi + 3}{\pi - 2}$. D. $\frac{3\pi - 3}{\pi - 2}$.

Câu 17.13. Một khối trụ có thể tích bằng 6π . Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy của khối trụ đó gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

- A. 54π . B. 162π . C. 27π . D. 18π .

Câu 17.14. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò có hình trụ với thể tích bằng V , nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon sữa bò là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất thì chiều cao h của lon sữa bò bằng bao nhiêu?

A. $h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$. B. $h = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. C. $h = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$. D. $h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi^5}}$.

Câu 17.15. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò có hình trụ với thể tích bằng V , nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon sữa bò là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất thì bán kính đáy r của lon sữa bò bằng bao nhiêu?

A. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. B. $r = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. C. $r = \sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. D. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi}}$.

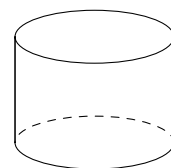
Câu 17.16. Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích 1000cm^3 . Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $r = 10\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}\text{cm}$. B. $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\text{cm}$. C. $r = 10\sqrt{\frac{5}{\pi}}\text{cm}$. D. $r = \sqrt{\frac{500}{\pi}}\text{cm}$.

Câu 17.17. Mặt phẳng chứa trục của một hình trụ cắt hình trụ theo một thiết diện, có chu vi bằng 12cm . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ tương ứng.

A. $8\pi (\text{cm}^2)$. B. $32\pi (\text{cm}^2)$. C. $16\pi (\text{cm}^2)$. D. $64\pi (\text{cm}^2)$.

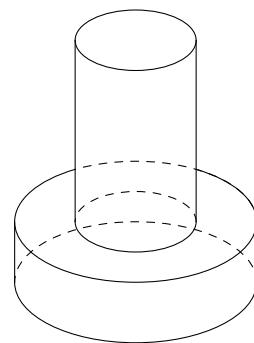
Câu 17.18. Một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài $10,2\text{dm}$, chiều rộng $2\pi\text{dm}$ được uốn lại thành mặt xung quanh của một chiếc thùng đựng nước có chiều cao $2\pi\text{dm}$ (như hình vẽ). Biết rằng chỗ ghép mất 2cm . Hỏi thùng đựng được bao nhiêu lít nước?



A. 20, 4l. B. 20l. C. 50l. D. 100l.

Câu 17.19. Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1) , (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1, h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30cm^3 , thể tích khối trụ (H_1) bằng

A. 24cm^3 . B. 15cm^3 . C. 20cm^3 . D. 10cm^3 .



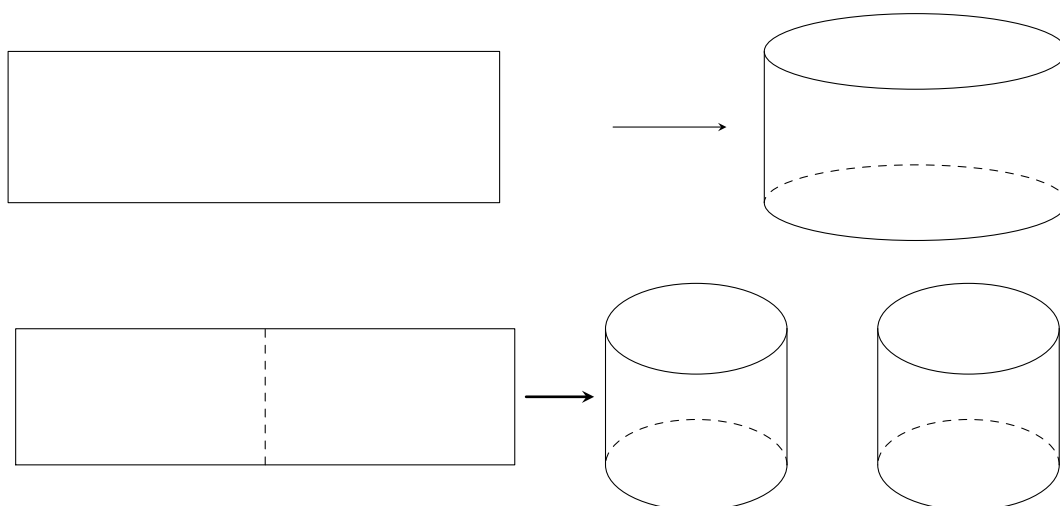
Câu 17.20. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, có bán kính đáy lần lượt bằng 1m và $1,8\text{m}$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 2, 8m. B. 2, 6m. C. 2, 1m. D. 2, 3m.

Câu 17.21. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước h và a , người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng h , theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.



Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

65. A	17.1. B	17.2. A	17.3. A	17.4. A	17.5. B	17.6. A	17.7. C
17.8. B	17.9. C	17.10. B	17.11. D	17.12. A	17.13. A	17.14. A	17.15. A
17.16. B	17.17. B	17.18. C	17.19. C	17.20. C	17.21. A		

CHUYÊN ĐỀ 18. KHỐI CẦU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

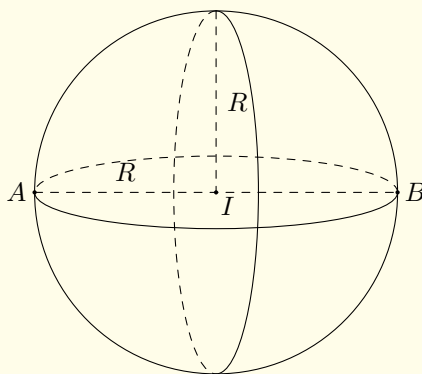
a) Phương trình mặt cầu (S) dạng 1. Với $(S) : \begin{cases} \text{Tâm } I(a; b; c) \\ \text{Bán kính } R \end{cases}$ thì

$$\Leftrightarrow (S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

b) Phương trình mặt cầu (S) dạng 2.

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0).$$

Khi đó tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.



c) Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$.

d) Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 67 (Câu 2 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu

$$(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$$

có bán kính bằng

A. 3.

B. 81.

C. 9.

D. 6.

CÂU 68 (Câu 4 đề minh họa 2021-2022). Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}\pi r^3$.

B. $V = 2\pi r^3$.

C. $V = 4\pi r^3$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

CÂU 69 (Câu 26 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu

$$(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$$

có bán kính bằng

A. 9.

B. 3.

C. 81.

D. 6.

CÂU 70 (Câu 37 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 18.1 (Đề minh họa 2019-2020). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$. B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$.
C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$. D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$.

Câu 18.2. Trong không gian $Oxyz$, diện tích của mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 6x + 12y + 18z - 3 = 0$ bằng

- A. 20π . B. 40π . C. 60π . D. 100π .

Câu 18.3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I , tiếp xúc với đường thẳng d . Bán kính của (S) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{3}$.

Câu 18.4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Bán kính mặt cầu tâm I , tiếp xúc với trục Oy là

- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 10.

Câu 18.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Bán kính mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5 là

- A. $\sqrt{34}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 10.

Câu 18.6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 4)$ cắt mặt phẳng tọa độ (Oxz) theo một hình tròn giao tuyến có diện tích bằng 16π . Thể tích của khối cầu đó bằng

- A. 80π . B. $\frac{500}{3}\pi$. C. 100π . D. 25π .

Câu 18.7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ cắt mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ theo một hình tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π . Diện tích mặt cầu (S) bằng

- A. 80π . B. 50π . C. 100π . D. 25π .

Câu 18.8. Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có **đúng** một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

- A. $r = \sqrt{3}$. B. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$. C. $r = \sqrt{2}$. D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 18.9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 0)$, $B(0; 0; 2)$, $C(0; -3; 0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 18.10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$, $D(2; 2; 2)$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có bán kính là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 3.

Câu 18.11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Bán kính mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

- A. $R = 1$. B. $R = 5$. C. $R = 3$. D. $R = 7$.

Câu 18.12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$, mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6 + \sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu (S) là

- A. $S = 16\pi$. B. $S = 26\pi$. C. $S = 49\pi$. D. $S = 36\pi$.

Câu 18.13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ tâm I và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M(-1; 0; 4)$. B. $M(0; 1; 2)$. C. $M(3; 4; 2)$. D. $M(4; 1; 2)$.

Câu 18.14. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Gọi

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu (S) bằng

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 18.15 (Đề minh họa 2019-2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$. B. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.

Câu 18.16. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; 3)$ và đi qua giao

điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ với mặt phẳng (Oxy) .

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 27$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 27$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 3\sqrt{3}$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 3\sqrt{3}$.

Câu 18.17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của (S) là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 13$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \sqrt{13}$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 13$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \sqrt{13}$.

Câu 18.18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; -3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{4}{9}$. B. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \frac{4}{9}$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{2}{3}$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = \frac{2}{3}$.

Câu 18.19. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; 5)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 12 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 48 \end{cases}$ B. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 2\sqrt{3} \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$
- C. $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 12 \\ (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 48 \end{cases}$ D. $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 2\sqrt{3} \\ (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$

Câu 18.20. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1; 2; 4)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S_1): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 27$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{3}$.
- C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{3}$.

Câu 18.21. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$.
- C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

Câu 18.22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(3; 5; 0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$.
- C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 12$. D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 18.23. Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu (S) biết (S) có bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $M(2; 1; 0)$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 5 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 11 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 11 = 0$.

Câu 18.24. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; 3)$, $B(4; -6; 2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

- A. $(S): (x-7)^2 + y^2 + z^2 = 6$. B. $(S): (x+7)^2 + y^2 + z^2 = 36$.
- C. $(S): (x+7)^2 + y^2 + z^2 = 6$. D. $(S): (x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Câu 18.25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2; 0; -2)$, $B(-1; 1; 2)$ và có tâm I thuộc trục Oy là

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 8 = 0$.
- C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 8 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 8 = 0$.

Câu 18.26. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.
- C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 18.27. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ và đi qua điểm $M(2; 1; 1)$.

- A. $\begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 1 \\ (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 9 \end{cases}$ B. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 3 \\ (x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3 \\ (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 1 \end{cases}$

Câu 18.28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích bằng 36π . Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3$.

Câu 18.29. Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và diện tích bằng 32π . Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 8$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 8$.

Câu 18.30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Biết diện tích lớn nhất của (C) bằng 3π . Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 18.31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Biết chu vi lớn nhất của (C) bằng $2\pi\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 18.32. Trong không gian $Oxyz$, cho $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 18.33. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $(x-6)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 29$. B. $(x+6)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 29$.
C. $(x-6)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{29}$. D. $(x+6)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{29}$.

Câu 18.34. Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$, $D(1; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 26$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$.

Câu 18.35. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 3)$ và cắt $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I .

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{40}{9}$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{2\sqrt{10}}{3}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

67. A	68. D	69. B	70. B	18.1. A	18.2. C	18.3. D	18.4. A
18.5. A	18.6. B	18.7. A	18.8. D	18.9. C	18.10. B	18.11. C	18.12. D
18.13. C	18.14. B	18.15. A	18.16. B	18.17. C	18.18. B	18.19. A	18.20. C
18.21. C	18.22. A	18.23. A	18.24. D	18.25. A	18.26. A	18.27. B	18.28. A
18.29. C	18.30. B	18.31. D	18.32. A	18.33. A	18.34. A	18.35. A	

CHUYÊN ĐỀ 19. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tọa độ vec-tơ và tọa độ điểm

$$\bullet \vec{a} = (a_1; a_2; a_3) \Leftrightarrow \vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}. \quad \bullet M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (x; y; z).$$

2. Tính chất

Cho hai vec-tơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$.

$$\bullet \vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y'; z \pm z'). \quad \bullet k\vec{a} = (kx; ky; kz)$$

$$\bullet \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases} \quad \bullet |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

$$\bullet \vec{a} \cdot \vec{b} = x.x' + y.y' + z.z'. \quad \bullet \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

3. Liên hệ tọa độ điểm và tọa độ vec-tơ

Cho điểm $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

$$\bullet \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

$$\bullet |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$

$$\bullet \text{Nếu } I(x_I; y_I; z_I) \text{ là trung điểm } AB \text{ thì } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

$$\bullet \text{Nếu } G(x_G; y_G; z_G) \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ thì } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$$

4. Tích có hướng

$$\text{Cho } \vec{a} = (a_1; a_2; a_3); \vec{b} = (b_1; b_2; b_3). \text{ Khi đó } [\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right)$$

5. Ứng dụng

$$\bullet \text{Diện tích } \triangle ABC : S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$$

$$\bullet \text{Thể tích khối tứ diện } ABCD : V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|$$

$$\bullet \text{Hai vec-tơ } \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương } \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}.$$

$$\bullet \text{Ba vec-tơ } \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng } \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0.$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 71 (Câu 14 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

CÂU 72 (Câu 25 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; 2; 2)$. B. $(2; 1; 1)$. C. $(2; 0; -2)$. D. $(1; 0; -1)$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 19.1 (Đề minh họa 2019-2020). Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$; $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tính $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$?

- A. 25. B. 23. C. 27. D. 29.

Câu 19.2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$, $B(3; 2; -4)$. Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}$?

- A. $(1; -3; -7)$. B. $(1; 3; -7)$. C. $(-1; 3; -7)$. D. $(-1; -3; -7)$.

Câu 19.3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2; 8; -3)$. B. $D(-2; 2; 5)$. C. $D(-4; 8; -5)$. D. $D(-4; 8; -3)$.

Câu 19.4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle OAB$

- A. $G(1; 2; 1)$. B. $G(2; 1; 1)$. C. $G(3; 6; 3)$. D. $G(6; 3; 3)$.

Câu 19.5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

- A. $I(2; -2; -1)$. B. $I(-2; 2; 1)$. C. $I(1; 0; 4)$. D. $I(2; 0; 8)$.

Câu 19.6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M(1; 0; 3)$.

Câu 19.7. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 1; 2)$.

- A. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. C. $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 19.8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (2; 3; -1)$, $\vec{v} = (5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A. $m = 0$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Câu 19.9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tìm số đo góc $\widehat{ABC}$.

- A. 60° . B. 135° . C. 120° . D. 45° .

Câu 19.10. Trong không gian với hệ tọa độ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $T = \vec{a} \cdot \vec{b}$

- A. $T = -13$. B. $T = 5$. C. $T = -10$. D. $T = -11$.

Câu 19.11. Trong không gian $Oxyz$, điểm N đối xứng với $M(3; -1; 2)$ qua trục Oy là

- A. $N(3; 1; 2)$. B. $N(-3; -1; -2)$. C. $N(3; -1; -2)$. D. $N(-3; 1; -2)$.

Câu 19.12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -4; -5)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

- A. $(-1; 4; 5)$. B. $(1; 4; 5)$. C. $(1; -4; 5)$. D. $(1; 4; -5)$.

Câu 19.13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; -3), B(1; 0; -2)$. Tính AB ?

- A. $3\sqrt{3}$. B. 11 . C. $\sqrt{11}$. D. 27 .

Câu 19.14. Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0), \vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}, \vec{v}$ là

- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .

Câu 19.15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (2; 1; -1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2; -1; -2)$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1; 5; 3)$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

Câu 19.16. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 4; 1), \vec{c} = (-1; 3; 4)$. Tính $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$?

- A. $\vec{v} = (23; 7; 3)$. B. $\vec{v} = (7; 23; 3)$. C. $\vec{v} = (3; 7; 23)$. D. $\vec{v} = (7; 3; 23)$.

Câu 19.17. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (1; 2; -1), \vec{b} = (2; 3; 0)$. Tính $[\vec{a}, \vec{b}]$

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 2; -1)$. B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -2; 1)$.
C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -2; -1)$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; 2; 1)$.

Câu 19.18. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (m; 1; 0), \vec{b} = (2; m - 1; 1), \vec{c} = (1; m + 1; 1)$. Tìm m để ba véc-tơ đồng phẳng.

- A. $m = -2$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -1$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 19.19. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; 3; 1), \vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $P = \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $P = \frac{1}{100}$. B. $P = -\frac{1}{10}$. C. $P = \frac{1}{10}$. D. $P = -\frac{1}{100}$.

Câu 19.20. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3), \vec{b} = (-2; 1; 2)$. Tính $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$?

- A. 12 . B. 2 . C. 11 . D. 10 .

Câu 19.21. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0), B(0; 0; 1), C(2; 1; 1)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

71. C	72. B	19.1. B	19.2. B	19.3. D	19.4. A	19.5. C	19.6. B
19.7. B	19.8. D	19.9. B	19.10. C	19.11. B	19.12. D	19.13. C	19.14. C
19.15. D	19.16. C	19.17. C	19.18. D	19.19. B	19.20. C	19.21. C	

CHUYÊN ĐỀ 20. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) :** Là véc-tơ khác $\vec{0}$ có giá vuông góc với mặt phẳng (P) .
- Phương trình mặt phẳng:** Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ có phương trình là

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

- Mặt phẳng theo đoạn chắn**

Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ có phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) trong không gian có dạng**

$$(P): Ax + By + Cz + D = 0 \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0.$$

- Nếu phương trình mặt phẳng (P) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$ thì một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (A; B; C)$.
- Gọi $\vec{n}$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Nếu có hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng vuông góc với véc-tơ $\vec{n}$ thì chọn $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}]$ ($\vec{u}$ không cùng phương $\vec{v}$).

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 73 (Câu 13 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng

$$(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$$

có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

CÂU 74 (Câu 34 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $2x - 5y + 3z - 38 = 0$. B. $2x + 4y - z + 19 = 0$.
C. $2x + 4y - z - 19 = 0$. D. $2x + 4y - z + 11 = 0$.

CÂU 75 (Câu 27 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + 2z = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 20.1 (Đề minh họa 2019-2020). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 20.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 4 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{n}_1 = (2; 0; -3)$. C. $\vec{n}_2 = (3; 0; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (2; -3; 0)$.

Câu 20.3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (6; 3; 2)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 6)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 3)$. D. $\vec{n} = (3; 2; 1)$.

Câu 20.4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 2)$. C. $\vec{n} = (1; 8; 2)$. D. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Câu 20.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 5)$, $B(1; -2; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với trục Ox có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; a; b)$. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

- A. -2 . B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2 .

Câu 20.6. Cho hai điểm $M(1; 2; -4)$ và $M'(5; 4; 2)$ biết M' là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) . Khi đó mặt phẳng (α) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (2; 1; 3)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 3)$. C. $\vec{n} = (3; 3; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

Câu 20.7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; -2; 1)$?

- A. $x - 2y + 3z + 13 = 0$. B. $3x + 2y + z - 8 = 0$.
C. $3x - 2y + z + 12 = 0$. D. $3x - 2y + z - 12 = 0$.

Câu 20.8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; -2)$, $B(3; 1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $2x + 3y + 4 = 0$. B. $x - 2y + 2z = 0$.
C. $x - 2y + 2z + 8 = 0$. D. $x - 2y + 2z + 4 = 0$.

Câu 20.9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $x = y + z$. B. $y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $x = 0$.

Câu 20.10. Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\beta): 2x + y + 2z + 5 = 0$; $(\gamma): 3x + 2y + z - 3 = 0$. Mặt phẳng (α) tạo với các trục tọa độ Ox, Oy, Oz một tứ diện có thể tích bằng

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{121}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{121}{2}$.

Câu 20.11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

- A. $(\alpha): z = 0$. B. $(P): x + z = 0$.
C. $(Q): x + 11y + 1 = 0$. D. $(\beta): z = 1$.

Câu 20.12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A. Không tồn tại m . B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Câu 20.13. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): nx + 7y - 6z + 4 = 0$, $(Q): 3x + my - 2z - 7 = 0$. Tìm giá trị của m, n để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau.

- A. $m = \frac{7}{3}, n = 1$. B. $m = \frac{3}{7}, n = 9$. C. $m = 9, n = \frac{7}{3}$. D. $m = \frac{7}{3}, n = 9$.

Câu 20.14. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng

$$(P): x - 3y + 2z + 1 = 0, (Q): (2m - 1)x + m(1 - 2m)y + (2m - 4)z + 14 = 0.$$

Tìm m để (P) và (Q) vuông góc nhau.

- A. $m \in \left\{-1; -\frac{3}{2}\right\}$. B. $m \in \{2\}$. C. $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$. D. $m \in \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 20.15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10; 2; -2)$, $B(15; 3; -1)$. Xét mặt phẳng $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB .

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -52$. D. $m = 52$.

Câu 20.16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng

$$(\alpha): x + y + z - 6 = 0; (\beta): mx - 2y + z + m - 1 = 0; (\gamma): mx + (m - 1)y - z + 2m = 0.$$

Tìm m để ba mặt phẳng đó đôi một vuông góc.

- A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = -1$. D. $m = 3$.

Câu 20.17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng (P) và (Q) tương ứng có phương trình là $3x - 6y + 12z - 3 = 0$ và $2x - my + 8z + 2 = 0$, với m là tham số thực. Tìm m để mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và khi đó tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A. $m = -4$ và $d = \frac{2}{\sqrt{21}}$. B. $m = 2$ và $d = \frac{2}{\sqrt{21}}$.
C. $m = 4$ và $d = \frac{1}{\sqrt{21}}$. D. $m = 4$ và $d = \frac{2}{\sqrt{21}}$.

Câu 20.18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 3 = 0$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ điểm B thuộc trục Oz sao cho độ dài đoạn hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB lên (P) bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$.

- A. $B\left(0; 0; \frac{6}{5}\right)$. B. $B\left(0; 0; -\frac{3}{5}\right)$. C. $B\left(0; 0; -\frac{6}{5}\right)$. D. $B\left(0; 0; \frac{3}{5}\right)$.

Câu 20.19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 2; 2)$. Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên (P) . Tính độ dài đoạn thẳng A_1B_1 .

- A. $A_1B_1 = \sqrt{3}$. B. $A_1B_1 = \sqrt{6}$. C. $A_1B_1 = 1$. D. $A_1B_1 = \sqrt{2}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

73. C	74. B	75. A	20.1. D	20.2. B	20.3. A	20.4. A	20.5. A
20.6. A	20.7. D	20.8. D	20.9. D	20.10. A	20.11. C	20.12. A	20.13. D
20.14. C	20.15. B	20.16. A	20.17. D	20.18. C	20.19. D		

CHUYÊN ĐỀ 21. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B thì Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}$ hoặc $\overrightarrow{BA}$.
- Nếu $\vec{u}$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ thì $k\vec{u}$, ($k \neq 0$) cũng là một véc-tơ chỉ phương của Δ . Do đó một đường thẳng có vô số véc-tơ chỉ phương.
- Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì véc-tơ chỉ phương của đường thẳng này cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng kia.
- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) thì véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta$ của đường thẳng Δ chính là véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)}$ của mặt phẳng (α) , tức là $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(\alpha)}$.
- Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (a; b; c)$ có

$$\text{– phương trình tham số } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}.$$

$$\text{– phương trình chính tắc } \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad (abc \neq 0).$$

- Điểm M thuộc đường thẳng Δ có PTTS $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ thì $M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$.
- Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục Ox là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.
- Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục Oy là $\vec{j} = (0; 1; 0)$.
- Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng song song hoặc chứa trục Oz là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 76 (Câu 19 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases} \quad \text{đi qua điểm nào dưới đây?}$$

- A. Điểm $Q(2; 2; 3)$.
 B. Điểm $N(2; -2; -3)$.
 C. Điểm $M(1; 2; -3)$.
 D. Điểm $P(1; 2; 3)$.

CÂU 77 (Câu 38 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 3)$, $B(1; 3; 4)$ và $C(3; -1; 5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{3}$.
 B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.
 C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$.
 D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

CÂU 78 (Câu 46 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

B. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

CÂU 79 (Câu 28 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; -2; 1)$?

A. $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$.

B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$.

C. $\vec{u}_3 = (0; 1; 0)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; -2; 1)$.

CÂU 80 (Câu 38 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

© BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

1. Thông hiểu

Câu 21.1 (Đề minh họa 2019-2020). Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$.

A. $P(-1; 2; 1)$.

B. $Q(1; -2; -1)$.

C. $N(-1; 3; 2)$.

D. $M(1; 2; 1)$.

Câu 21.2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2; -1; -3)$.

B. $P(5; -2; -1)$.

C. $Q(-1; 0; -5)$.

D. $M(-2; 1; 3)$.

Câu 21.3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $P(4; 1; -4)$.

B. $Q(3; 1; -5)$.

C. $M(2; 1; -2)$.

D. $N(0; 1; 4)$.

Câu 21.4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - t \end{cases}$ đi qua điểm $Q(1; m; n)$.

Tính $T = 2m + n$.

A. $T = 6$.

B. $T = -7$.

C. $T = 7$.

D. $T = -1$.

Câu 21.5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Tọa độ điểm M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$.

A. $M(5; -1; -3)$.

B. $M(1; 0; 1)$.

C. $M(2; 0; -1)$.

D. $M(-1; 1; 1)$.

Câu 21.6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 là

$$\text{A. } \frac{x-7}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+4}{1}.$$

$$\text{B. } \frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}.$$

$$\text{C. } \frac{x+2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}.$$

$$\text{D. } \frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}.$$

Câu 21.7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3; 2; 0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

- A. $(-1; 0; 4)$. B. $(7; 1; -1)$. C. $(2; 1; -2)$. D. $(0; 2; -5)$.

Câu 21.8. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $C(a; b; c)$, giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 7.

Câu 21.9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; -1)$, $C(2; -1; 2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

- A. $(0; 0; 1)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; 0; 4)$.

Câu 21.10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-4=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=2+2t \\ z=-2-t \end{cases}$. Tam giác ABC có $A(-1; 2; 1)$, các điểm B, C nằm trên (P) và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d . Tọa độ trung điểm I của BC là

- A. $I(1; -1; -4)$. B. $I(2; 1; 2)$. C. $I(2; -1; -2)$. D. $I(0; 1; -2)$.

Câu 21.11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d . Tọa độ điểm B là

- A. $(3; -2; -1)$. B. $(-3; 8; -3)$. C. $(0; 3; -2)$. D. $(6; -7; 0)$.

Câu 21.12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+4=0$ và cắt hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$, $d': \begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$, trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(6; 5; -4)$. B. $N(4; 5; 6)$. C. $P(5; 6; 5)$. D. $Q(4; 4; 5)$.

Câu 21.13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; -6)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua điểm M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại hai điểm A, B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{38}$. B. $2\sqrt{10}$. C. 8. D. 12.

Câu 21.14. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(-2; 2; 1)$, $C(1; -2; 2)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm nào dưới đây?

- A. $(0; -\frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. B. $(0; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$. C. $(0; -\frac{2}{3}; \frac{8}{3})$. D. $(0; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3})$.

Câu 21.15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 2; 2)$, $C(-2; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc d để thể tích V của tứ diện $MABC$ bằng 3.

A. $M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right), M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right).$

B. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right), M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right).$

C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right), M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right).$

D. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right), M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right).$

Câu 21.16. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác đều ABC với $A(6; 3; 5)$ và đường thẳng BC có

phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng qua trọng tâm G của tam giác ABC và

vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

A. $M(-1; -12; 3).$

B. $N(3; -2; 1).$

C. $P(0; -7; 3).$

D. $Q(1; -2; 5).$

Câu 21.17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$ và hai điểm $A(1; 0; -1),$

$B(2; 1; 1)$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất.

A. $M(1; 1; 0).$

B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right).$

C. $M\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$

D. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$

Câu 21.18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}; d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B . Độ dài đoạn AB là

A. $2\sqrt{3}.$

B. $\sqrt{14}.$

C. $5.$

D. $\sqrt{15}.$

Câu 21.19 (Đề minh họa 2019-2020). Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1), N(4; 5; 3)$?

A. $\vec{u}_4 = (1; 1; 1).$

B. $\vec{u}_3 = (1; 1; 2).$

C. $\vec{u}_1 = (3; 4; 1).$

D. $\vec{u}_2 = (3; 4; 2).$

Câu 21.20. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; -2; -1)$ là

A. $(-1; 2; 2).$

B. $(1; 2; 2).$

C. $(2; 4; 4).$

D. $(2; 0; 1).$

Câu 21.21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-3; 2; 2), B(0; -1; 2), C(1; 1; 3)$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua C và song song với AB có tọa độ là

A. $(-3; 3; 3).$

B. $(1; -1; 0).$

C. $(1; -1; 1).$

D. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right).$

Câu 21.22. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 3; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z - 4 = 0$ có tọa độ là

A. $(-5; 3; 1).$

B. $(1; 3; -4).$

C. $(1; -2; 3).$

D. $(-2; 3; -4).$

Câu 21.23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của

đường thẳng Δ có tọa độ là

A. $(1; 0; -1).$

B. $(0; 1; 1).$

C. $(0; 1; 2).$

D. $(0; 2; -2).$

Câu 21.24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-3} = z-3$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là

A. $(1; -3; 3).$

B. $(-1; 3; -3).$

C. $(2; -3; 0).$

D. $(2; -3; 1).$

Câu 21.25. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng chứa trục Oy có tọa độ là

- A. $(0; 1; 2020)$. B. $(1; 1; 1)$. C. $(0; 2020; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 21.26. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d song song với đường thẳng Δ có tọa độ là

- A. $(0; 1; 2)$. B. $(1; -2; -3)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; 1; 2)$.

Câu 21.27. Trong không gian $Oxyz$, một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ cùng phương với véc-tơ $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$ có tọa độ là

- A. $(-3; -5; 4)$. B. $(4; -5; 3)$. C. $(3; 0; 4)$. D. $(3; -5; 4)$.

Câu 21.28. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 3; 2)$. Đường thẳng trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào dưới đây làm một véc-tơ chỉ phương?

- A. $(1; 1; 0)$. B. $(0; 2; 1)$. C. $(-2; 1; 0)$. D. $(2020; -2020; 0)$.

Câu 21.29. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; -2)$, $B(2; -3; -4)$, $C(3; 0; -3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng OG ?

- A. $(2; 1; 3)$. B. $(3; -2; 1)$. C. $(-2; 1; 3)$. D. $(-1; -3; 2)$.

Câu 21.30. Trong không gian $Oxyz$, gọi P_1, P_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $P(6; 7; 8)$ lên trục Oy và mặt phẳng (Oxz) . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng P_1P_2 ?

- A. $(6; -8; 7)$. B. $(6; -7; 8)$. C. $(6; 7; 8)$. D. $(-6; -7; 8)$.

Câu 21.31. Trong không gian $Oxyz$, gọi T_1, T_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $T(4; 5; 6)$ lên các trục Oy và Oz . Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng T_1T_2 ?

- A. $(0; -5; 6)$. B. $(0; -6; 5)$. C. $(4; -5; -6)$. D. $(0; 5; 6)$.

Câu 21.32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; 2)$, $B(2; -1; 5)$, $C(3; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng qua ba điểm A, B, C có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{15} = \frac{y+3}{9} = \frac{z-2}{7}$. B. $\frac{x-1}{15} = \frac{y-3}{-9} = \frac{z-2}{7}$.
C. $\frac{x-1}{-15} = \frac{y+3}{9} = \frac{z-2}{7}$. D. $\frac{x-1}{15} = \frac{y-3}{9} = \frac{z-2}{7}$.

Câu 21.33. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 2; 5)$ đồng thời vuông góc

với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -2 - 2t \\ z = 3 \end{cases}$ có phương trình là

- A. $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 2t \\ z = 5 \end{cases}$.
C. $\Delta: \begin{cases} x = -4t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

Câu 21.34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 3 = 0$ và $(\beta): x + y + z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) có phương trình chính tắc là

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 + t. \end{cases}$ B. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{1}.$
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}.$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}.$

Câu 21.35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $M(1; 2; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - t \\ z = 2. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Câu 21.36. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $d: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng AC có tọa độ là

- A. $(0; 1; -3).$ B. $(0; 1; 3).$ C. $(1; 2; 3).$ D. $(0; -2; 6).$

Câu 21.37. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; 1; 1)$, vuông góc với đường

thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$ và cắt đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$ có phương trình là

- A. $\Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t. \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - 4t. \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 4t. \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + t \\ z = -4 + t. \end{cases}$

Câu 21.38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc mặt phẳng

$(P): 7x + y - 4z = 0$, cắt cả hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$

có phương trình chính tắc là

- A. $\Delta: \frac{x-2}{-7} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{4}.$ B. $\begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -t \\ z = -1 + 4t. \end{cases}$
C. $\Delta: \frac{x+2}{-7} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}.$ D. $\Delta: \frac{x+7}{-5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{3}.$

Câu 21.39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho

A là trung điểm của MN có phương trình chính tắc là

$$\begin{aligned} \text{A. } \Delta: \frac{x+6}{-7} &= \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}. & \text{B. } \Delta: \begin{cases} x = -6 - 7t \\ y = -1 - 4t \\ z = 3 + t. \end{cases} \\ \text{C. } \Delta: \frac{x-6}{7} &= \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}. & \text{D. } \Delta: \frac{x+6}{-7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{1}. \end{aligned}$$

2. Vận dụng

Câu 21.40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 1)$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}, \quad d_2: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua điểm } M \text{ vuông góc với}$$

d_1 và cắt d_2 có phương trình là

$$\begin{aligned} \text{A. } \frac{x-1}{1} &= \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{-3}. & \text{B. } \frac{x+1}{1} &= \frac{y+1}{7} = \frac{z+1}{3}. \\ \text{C. } \frac{x-1}{1} &= \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{3}. & \text{D. } \frac{x+1}{1} &= \frac{y+1}{7} = \frac{z+1}{-3}. \end{aligned}$$

Câu 21.41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 2 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất.

$$\begin{aligned} \text{A. } d: \frac{x-1}{3} &= \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}. & \text{B. } d: \frac{x}{2} &= \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}. \\ \text{C. } d: \frac{x-2}{1} &= \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}. & \text{D. } d: \frac{x-1}{3} &= \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}. \end{aligned}$$

Câu 21.42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Một vectơ chỉ phương của Δ là

$$\text{A. } \vec{u} = (1; 1; -2). \quad \text{B. } \vec{u} = (1; 0; -1). \quad \text{C. } \vec{u} = (1; -1; -2). \quad \text{D. } \vec{u} = (1; -2; 1).$$

Câu 21.43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ ?

$$\begin{aligned} \text{A. } \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 - 5t \\ z = 3 - 7t \end{cases} & \quad \text{B. } \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 5 - 5t \\ z = 4 - 7t \end{cases} & \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 5t \\ z = -4 - 7t \end{cases} & \quad \text{D. } \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 7 - 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 21.44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0; -1; 4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là

$$\begin{aligned} \text{A. } \Delta: \begin{cases} x = 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 + 5t \end{cases} & \quad \text{B. } \Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \\ \text{C. } \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases} & \quad \text{D. } \Delta: \begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 21.45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 2 = 0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với

d. Đường thẳng d' có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 21.46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : x+2y+2z-2022=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng d cắt đồng thời vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=-1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1-3t \\ z=t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 21.47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P) : x-2y+z+2022=0$. Phương trình đường thẳng qua điểm $M(0;2;-1)$ cắt d và song song với (P) là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=-1-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=1-t \end{cases}$

Câu 21.48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$, điểm $A(2;2;4)$ và mặt phẳng $(P) : x+y+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d sao cho khoảng cách từ A đến Δ lớn nhất

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-4}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 21.49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-1)$ và hai mặt phẳng $(P) : x+2y-z+1=0$, $(Q) : x+3y+z-1=0$. Đường thẳng qua A , cắt trục Oy và vuông góc với giao tuyến hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

76. C	77. D	78. D	79. D	80. A	21.1. A	21.2. D	21.3. A
21.4. C	21.5. D	21.6. B	21.7. A	21.8. B	21.9. B	21.10. C	21.11. C
21.12. D	21.13. A	21.14. C	21.15. A	21.16. D	21.17. D	21.18. B	21.19. B
21.20. A	21.21. B	21.22. C	21.23. D	21.24. D	21.25. C	21.26. B	21.27. D
21.28. D	21.29. C	21.30. B	21.31. A	21.32. D	21.33. C	21.34. B	21.35. A
21.36. B	21.37. B	21.38. A	21.39. D	21.40. C	21.41. C	21.42. A	21.43. B
21.44. C	21.45. C	21.46. C	21.47. A	21.48. B	21.49. A		

CHUYÊN ĐỀ 22. GIÁ TRỊ NGUYÊN THỎA BIỂU THỨC MŨ, LOGARIT – VẬN DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xem CHUYÊN ĐỀ (8)

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 81 (Câu 39 đề minh họa 2021-2022). Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0?$$

- A. 22. B. 25. C. 23. D. 24.

CÂU 82 (Câu 48 đề minh họa 2021-2022). Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12; 12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65$?

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 7.

CÂU 83 (Câu 47 đề minh họa 2020-2021). Có bao nhiêu số nguyên a ($a \geq 2$) sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn

$$(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2.$$

- A. 8. B. 9. C. 1. D. Vô số.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 22.1. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $(9^x - 3 \cdot 3^x + 2) \sqrt{3 - \log_2 x} \geq 0$?

- A. 7. B. 6. C. 9. D. 8.

Câu 22.2. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(e^x - 5 \cdot e^{\frac{x+2}{2}} + 6e^2) \sqrt{2 - \log(ex)} \geq 0$.

- A. 31. B. 34. C. 32. D. 35.

Câu 22.3. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\frac{\sqrt{5 - \log_2(x)}}{5 \cdot 6^x - 2^x - 640 \cdot 3^x + 128} \leq 0$.

- A. 9. B. 6. C. 8. D. 7.

Câu 22.4. Biết $x = \frac{9}{4}$ là một nghiệm của bất phương trình $\log_a(x^2 - x - 2) > \log_a(-x^2 + 2x + 3)$ (*). Khi đó tập nghiệm của bất phương trình (*) là

- A. $T = \left(2; \frac{5}{2}\right)$. B. $T = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $T = (-\infty; -1)$. D. $T = \left(-1; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 22.5. Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi $x > -1$.

$$(9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - m) \sqrt{\log_2(x+3) - 1} > 0 \quad (1).$$

- A. $m < -\frac{17}{9}$. B. $m \geq -\frac{17}{9}$. C. $m \leq -9$. D. $m < -9$.

Câu 22.6. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2) \sqrt{32 - 2^x} \geq 0$.

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 22.7. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 2 \leq x \leq 2021 \\ 2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y \end{cases}$?

- A. 2020. B. 9. C. 2019. D. 10.

Câu 22.8. Cho hàm số $f(x) = \log_2 \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 4}}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f((x+1)^4 - 4x - 5) + f(x^2 + 6m - m^2 - m^4) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 22.9. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$?

- A. Vô số. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 22.10. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 0 < y < 2020 \\ 3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3 \end{cases}$.

- A. 2020. B. 9. C. 7. D. 8.

Câu 22.11. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn

$$2(3x - y) = 3(1 + 9^y) - \log_3(2x - 1)?$$

- A. 1010. B. 2020. C. 3. D. 4.

Câu 22.12. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ thỏa mãn $1 \leq a \leq 100$ và $2^a < 3^b < 2^{a+1}$?

- A. 163. B. 63. C. 37. D. 159.

Câu 22.13. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ với $1 < a < b < 100$ để phương trình $a^x \ln b = b^x \ln a$ có nghiệm nhỏ hơn 1?

- A. 2. B. 4751. C. 4656. D. 4750.

Câu 22.14. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x+y} = 3^{x^2+y^2}$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.

Câu 22.15. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a; b)$ với $1 \leq a \leq 100; 1 \leq b \leq 100$ sao cho tồn tại đúng 2 số thực x thỏa mãn $a^{-x} + \frac{1}{b} = b^{-x} + \frac{1}{a}$?

- A. 9704. B. 9702. C. 9698. D. 9700.

Câu 22.16. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2020, y \geq 2$ và

$$x^2 + x - xy = x \log_2(xy - x) - 2^x.$$

- A. 2021. B. 6. C. 2020. D. 11.

Câu 22.17. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2^x - 1}{y} \right) = y + 1 - 2^x$?

- A. 2019. B. 11. C. 2020. D. 4.

Câu 22.18. Có bao nhiêu số nguyên $y \in (19; 2021)$ sao cho ứng với mỗi y tồn tại không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(e^x - 1)(e^{x+1} - y) < 0$?

- A. 2001. B. 403. C. 401. D. 384.

Câu 22.19. Cho bất phương trình $[\log_2(x-2) - 1][\log_2 m - x + 1] < 0$ có tập nghiệm là S . Có bao nhiêu số nguyên dương m , biết với mỗi giá trị m thì tập $A = (6; +\infty)$ là tập con của tập S .

- A. 31. B. 32. C. 26. D. 27.

Câu 22.20. Có bao nhiêu số nguyên y thuộc khoảng $(0; 2021)$ sao cho ứng với mỗi y có nhiều hơn 5 số nguyên x thỏa mãn $\log_2 2x < \log_2(x+y)$?

- A. 2015. B. 2016. C. 2014. D. 2013.

Câu 22.21. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m có không quá 1025 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_2^2 x - (2m+1)\log_2 x + m^2 + m \leq 0$?

- A. 10. B. 12. C. 11. D. 9.

Câu 22.22 (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh). Gọi S là tập các giá trị nguyên m để phương trình

$$9 \cdot (\sqrt{10} + 3)^x + (\sqrt{10} - 3)^x - m + 2020 = 0$$

có đúng hai nghiệm âm phân biệt. Số tập con của S là

- A. 7. B. 3. C. 6. D. 8.

Câu 22.23 (THPT Liễu Sơn - Vĩnh Phúc). Cho phương trình

$$27^x + 3x \cdot 9^x + (3x^2 + 1)3^x = (m^3 - 1)x^3 + (m - 1)x,$$

m là tham số. Biết rằng giá trị m nhỏ nhất để phương trình đã cho có nghiệm trên $(0; +\infty)$ là $a + e \ln b$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $17a + 3b$

- A. 26. B. 48. C. 54. D. 18.

Câu 22.24 (THPT Thiệu Hóa - Thanh Hóa). Bất phương trình $x\sqrt{x+1} \leq (2x-3) \cdot 2^{\frac{-x^3+16x^2-48x+36}{x^2}}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 8. B. 10. C. 9. D. vô số.

Câu 22.25 (Chuyên KHTNHN). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m không vượt quá 2021 để phương trình $4^{x+3} - m \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$ có nghiệm?

- A. 2018. B. 2017. C. 2021. D. 2019.

Câu 22.26 (SGD Thái Nguyên). Cho phương trình

$$e^{2+2\sin^2 x} - 3 \cdot e^{1+\sin^2 x} = m \cdot e^{\cos^2 x - 2} - (m + 2).$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020; 2021]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 36. B. 46. C. 44. D. 38.

Câu 22.27 (THPT Hàn Thuyên - Bắc Ninh). Tổng các nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{5^{x+8}} + \frac{3^{(x+2)^2}}{27} + x + 1 = \frac{1}{5 \cdot 5^{x^2+4x}} + 9 \cdot 3^{x+6} + (x+4)(2-x)$$

bằng

- A. $\sqrt{37}$. B. -6 . C. 3. D. -3 .

Câu 22.28 (THPT Thiệu Hóa - Thanh Hóa). Có bao nhiêu giá trị m nguyên để phương trình

$$m2^{x+1} + m^2 = 16^x - 6 \cdot 8^x + 2 \cdot 4^{x+1}$$

có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 22.29 (SGD Thái Nguyên). Cho phương trình

$$3^{1+\frac{3}{x}} - 3 \cdot 3^{\frac{2}{x}-2\sqrt{x}+1} + (m+2) \cdot 3^{1+\frac{1}{x}-4\sqrt{x}} - m \cdot 3^{1-6\sqrt{x}} = 0.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020; 2021]$ để phương trình có nghiệm?

- A. 1346. B. 2126. C. 1420. D. 1944.

Câu 22.30 (THPT Kinh Môn - Hải Dương). Cho bất phương trình $9^x + (m+1)3^x + 2m > 0$ (1).

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nguyên thuộc $[-8; 8]$ để bất phương trình (1) nghiệm đúng $\forall x > 1$.

- A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.

Câu 22.31 (THPT Phan Bội Châu - Đà Nẵng). Biết phương trình $(3+\sqrt{5})^x + 15(3-\sqrt{5})^x = 2^{x+3}$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $\frac{x_1}{x_2} = \log_a b > 1$, trong đó a, b là các số nguyên tố, giá trị của biểu thức $2a + b$ là 11 17 13 19

Câu 22.32 (THPT Yên Phong Bắc Ninh). Số nghiệm của phương trình

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{\cos^3 x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{\cos x} = \cos 3x$$

trên $[0; 2021]$ là

- A. 1932. B. 1930. C. 1925. D. 1927.

Câu 22.33 (Nguyễn Trãi - Thái Bình). Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$e^{\sin(x-\frac{\pi}{4})} = \tan x$$

thuộc đoạn $0; 50\pi$

- A. $\frac{2671\pi}{2}$. B. $\frac{1853\pi}{2}$. C. $\frac{2475\pi}{2}$. D. $\frac{2653\pi}{2}$.

PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 22.34 (SGD Vĩnh Phúc). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương

trình $\frac{\log(mx)}{\log(x+1)} = 2$ có nghiệm thực duy nhất?

- A. 15. B. 10. C. 16. D. 11.

Câu 22.35 (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh). Cho bất phương trình $\ln(x^3 - 2x^2 + m) \geq \ln(x^2 + 5)$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để bất phương trình đúng nghiệm với mọi x trên đoạn $[0; 3]$?

- A. 10. B. 12. C. 41. D. 11.

Câu 22.36 (Chuyên Bắc Ninh). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-2020; 2020]$

để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- A. 2020. B. 4040. C. 2021. D. 4041.

Câu 22.37 (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội). Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho khoảng

$(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) > \log_5(x^2 + 4x + m) - 1$.

- A. $m \in [-12; 13]$. B. $m \in [-13; 12]$. C. $m \in [-13; -12]$. D. $m \in [12; 13]$.

Câu 22.38 (THPT Thiệu Hóa - Thanh Hóa). Cho phương trình $\log_2^2 x + 2m \log_2 x + 2m - 2 = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \leq 64x_2 \leq 4096x_1$?

- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 22.39 (Chuyên Hạ Long). Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình

$$x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$$

nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (6; 7]$. B. $a \in (2; 3]$. C. $a \in (-6; -5]$. D. $a \in (8; +\infty)$.

Câu 22.40 (Chuyên Thái Bình). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_3(x^2 + 2x + 2) + 1 > \log_3(x^2 + 6x + 5 + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; 3)$?

- A. 16. B. vô số. C. 15. D. 14.

Câu 22.41 (THPT Yên Định 1 - Thanh Hóa). Phương trình $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x + 3) + \frac{1}{2} \log_9(x - 1)^4 = 2 \log_9(4x)$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 22.42 (THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa). S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số a thỏa mãn mỗi nghiệm của bất phương trình $\log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2$ đều là nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0$. Khi đó

- A. $S = \left[-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right]$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{10}}{5}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{5}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{10}}{5}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\frac{\sqrt{10}}{5}; \frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

Câu 22.43 (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa). Cho phương trình

$$\sqrt{\log_3^2 x - 4 \log_3 x - 5} = m(\log_3 x + 1)$$

với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[27; +\infty]$.

- A. $0 \leq m < 1$. B. $0 < m \leq 2$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $0 < m < 2$.

Câu 22.44 (Chuyên Nguyễn Trãi - Hải Dương). Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	2	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) \leq e^{x^2} + m$ đúng với mọi $x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m > f(-1) - e$. B. $m \geq f(0) - 1$. C. $m > f(0) - 1$. D. $m \geq f(-1) - e$.

PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH KẾT HỢP MŨ & LOGARIT

Câu 22.45 (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh). Số nghiệm của phương trình

$$e^{\frac{x^2}{2} + x - 2020} = \ln(x^2 - 2) + \frac{x^2}{2} - x + 2018$$
 là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 22.46 (Chuyên Lê Thánh Tông - Quảng Nam). Gọi a là số thực, $a > 1$ sao cho phương trình $a^x = \log_a x$ có nghiệm duy nhất. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $a \in (1, 4; 1, 5)$. B. $a \in (1, 2; 1, 3)$. C. $a \in (1, 3; 1, 4)$. D. $a \in (1, 5; 1, 6)$.

Câu 22.47 (THPT Nguyễn Trung Thiên - Hà Tĩnh). Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn

$$2020^{f(x)} = x + \sqrt{x^2 + 2020}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn $f(\log m) < f(\log_m 2020)$?

- A. 65. B. 63. C. 66. D. 64.

Câu 22.48 (THPT Lê Văn Hưu - Thanh Hóa). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a trên đoạn $[-10; 10]$ để phương trình $e^{x+a} - e^x = \ln(1+x+a) - \ln(1+x)$ có nghiệm duy nhất

- A. 2. B. 10. C. 1. D. 20.

Câu 22.49 (THPT Nguyễn Huy Hiệu - Quảng Nam). Cho hàm số $f(x) = 2020^x - 2020^{-x}$. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để phương trình $f(\log_2 x - m) + f(\log_2^3 x) = 0$ có nghiệm $x \in (1; 16)$.

- A. 68. B. 65. C. 67. D. 69.

Câu 22.50 (SGD Lạng Sơn). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của y để tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$ có ít nhất 1 số nguyên và không quá 6 số nguyên?

- A. 2048. B. 2016. C. 1012. D. 2023.

Câu 22.51 (Chuyên Trần Phú - Hải Phòng). Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$3^{-\left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right|} \log_{\sqrt[3]{3}}(x^2 - 2x + 5) + 3^{-x^2 + 2x} \cdot \log_{\frac{1}{3}}\left(\left|x^3 - \frac{x^2}{2} - m\right| + 4\right) = 0$$

có 3 nghiệm thực phân biệt. Tích các phần tử của S là

- A. $-\frac{61}{36}$. B. $\frac{25}{108}$. C. $\frac{25}{54}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 22.52 (Chuyên Quang Trung - BP). Cho phương trình $\left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{e^x - m} = 0$.

Gọi S là tập hợp giá trị m nguyên với $m \in [-10; 10]$ để phương trình có đúng 2 nghiệm. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

- A. -28. B. -3. C. -27. D. -12.

Câu 22.53 (Chuyên Vĩnh Phúc). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m (với $|m| < 2021$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm?

- A. 2020. B. 0. C. 4041. D. 2021.

Câu 22.54 (Chuyên KHTN Hà Nội). Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$$

có nghiệm thuộc khoảng $(-3; 3)$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 22.55 (Chuyên Biên Hòa). Tất cả các giá trị của m để phương trình $3x^2 - 3|x-m| = \log_{x^2+3}(3|x-m|+3)$ có nghiệm là

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \geq -\frac{3}{4}$. C. $m \leq \frac{3}{4}$. D. $-\frac{3}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

PHƯƠNG TRÌNH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH NHIỀU BIẾN

Câu 22.56 (Lương Thế Vinh - Hà Nội). Tìm số các cặp số nguyên $(a; b)$ thỏa mãn

$$\log_a b + 6 \log_b a = 5, 2 \leq a \leq 2020; 2 \leq b \leq 2021.$$

- A. 53. B. 51. C. 54. D. 52.

Câu 22.57 (THPT Đông Sơn 1 - Thanh Hóa). Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$2 \leq x \leq 2021 \text{ và } 2^y - \log_2(x + 2^{y-1}) = 2x - y?$$

- A. 2020. B. 10. C. 9. D. 2019.

Câu 22.58 (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa). Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \geq \log_2(x + y)$?

- A. 45. B. 90. C. 89. D. 46.

Câu 22.59 (Tiên Du - Bắc Ninh). Cho x, y là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $x \neq y$ và $\log_x \sqrt{xy} = \log_y x$. Tích các giá trị nguyên nhỏ hơn 2021 của biểu thức $P = 4^{\frac{1}{x^2}} + 4^y$ là

- A. $2021!$. B. $\frac{2020!}{16}$. C. $\frac{2020!}{2}$. D. $2020!$.

Câu 22.60 (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam). Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số $m \in [-1; 1]$ sao cho phương trình $\log_{m^2+1}(x^2 + y^2) = \log_2(2x + 2y - 2)$ có nghiệm nguyên $(x; y)$ duy nhất?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 22.61 (Chuyên Lương Văn Ty - Ninh Bình). Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_{11}(3x + 4y) = \log_4(x^2 + y^2)$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. vô số.

Câu 22.62 (Chuyên Bến Tre). Giả sử $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của phương trình

$$4^{x-1} + 2^x \sin(2^{x-1} + y - 1) + 2 = 2^x + 2 \sin(2^{x-1} + y - 1).$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x_0 > 7$. B. $-2 < x_0 < 4$. C. $4 < x_0 < 7$. D. $-5 < x_0 < -2$.

Câu 22.63 (Chuyên Lê Hồng Phong - Nam Định). Có bao nhiêu bộ $(x; y)$ với x, y nguyên và $1 \leq x, y \leq 2020$ thỏa mãn

$$(xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right)?$$

- A. 2017. B. 4034. C. 2. D. $2017 \cdot 2020$.

Câu 22.64 (SGD Bắc Ninh). Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$3^{x+y} - x^2(3^x - 1) = (x+1)3^y - x^3, \text{ với } x < 2020?$$

- A. 13. B. 15. C. 6. D. 7.

Câu 22.65 (SGD Bình Phước). Biết a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$, đồng thời x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\log(x + y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ thuộc khoảng

A. (1; 2). B. (2; 3). C. (3; 4). D. (4; 5).

Câu 22.66 (Bỉm Sơn - Thanh Hóa). Biết rằng trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$$

chỉ có duy nhất một cặp $(x; y)$ thỏa mãn $3x + 4y - m = 0$. Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị của m tìm được?

- A. 20. B. 14. C. 46. D. 28.

Câu 22.67 (Lê Lai - Thanh Hóa). Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} x + y > 0; -20 \leq x \leq 20 \\ \log_2(x + 2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0 \end{cases} ?$$

- A. 19. B. 6. C. 10. D. 41.

D BẢNG ĐÁP ÁN

81. D	82. B	83. A	22.1. D	22.2. D	22.3. D	22.4. A	22.5. D
22.6. D	22.7. D	22.8. A	22.9. C	22.10. C	22.11. C	22.12. B	22.13. B
22.14. B	22.15. D	22.16. D	22.17. B	22.18. D	22.19. B	22.20. C	22.21. A
22.22. D	22.23. A	22.24. A	22.25. A	22.26. D	22.27. D	22.28. A	22.29. A
22.30. A	22.31. D	22.32. B	22.33. C	22.34. B	22.35. B	22.36. C	22.37. A
22.38. B	22.39. A	22.40. A	22.41. C	22.42. A	22.43. A	22.44. B	22.45. C
22.46. A	22.47. D	22.48. D	22.49. C	22.50. D	22.51. B	22.52. C	22.53. A
22.54. A	22.55. C	22.56. C	22.57. B	22.58. B	22.59. B	22.60. B	22.61. B
22.62. B	22.63. B	22.64. D	22.65. D	22.66. D	22.67. C		

CHUYÊN ĐỀ 23. PHƯƠNG TRÌNH HÀM HỢP - VẬN DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đạo hàm của hàm số hợp

$$\bullet g(x) = f[u(x)] \Rightarrow g'(x) = u'(x) \cdot f'[u(x)].$$

$$\bullet g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = 0 \\ f'[u(x)] = 0. \end{cases}$$

2. Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ khi biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$

B1. Xác định giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành.

B2. Xét dấu của hàm số $y = f'(x)$, ta làm như sau

- Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên trên trục hoành trong khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$, $x \in (a; b)$.
- Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên dưới trục hoành trong khoảng $(a; b)$ thì $f'(x) < 0$, $x \in (a; b)$.

3. Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x) + u(x)$ khi biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$

B1. Đạo hàm $g'(x) = f'(x) + u'(x)$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -u'(x)$.

B2. Xác định giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đồ thị hàm số $y = -u'(x)$.

B3. Xét dấu của hàm số $y = g'(x)$, ta làm như sau

- Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên trên đồ thị $-u'(x)$ trong khoảng $(a; b)$ thì $g'(x) > 0$, $x \in (a; b)$.
- Phần đồ thị của $f'(x)$ nằm bên dưới đồ thị $-u'(x)$ trong khoảng $(a; b)$ thì $g'(x) < 0$, $x \in (a; b)$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 84 (Câu 40 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		1		$+\infty$	
	$-\infty$		-5		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

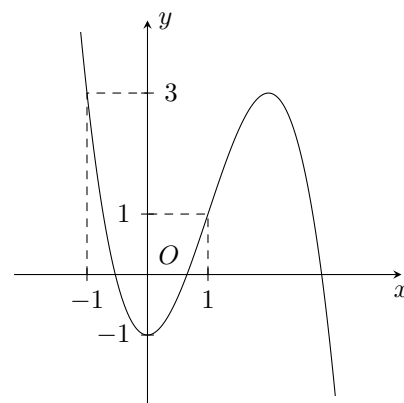
BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 23.1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f^2(\cos x) + (m - 2019)f(\cos x) + m - 2020 = 0$$

có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.



Câu 23.2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	4	-2	5	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f(\sqrt{3}\sin x - \cos x) = 2m - 1$ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$?

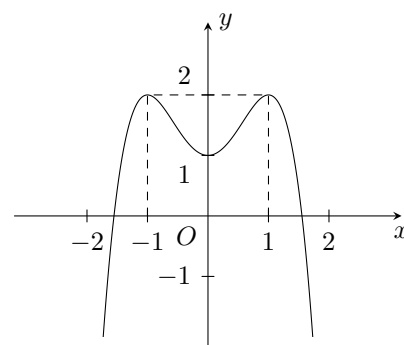
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 23.3. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt

$$g(x) = f[f(x)].$$

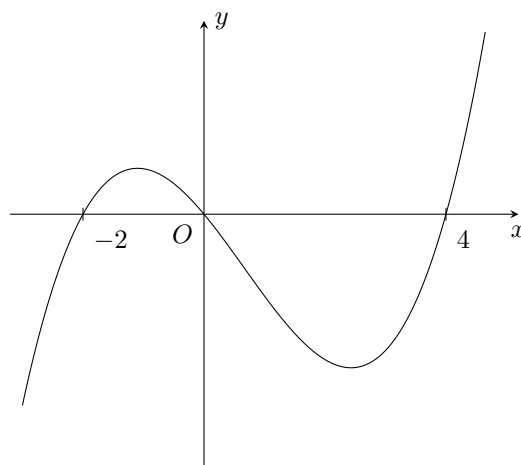
Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- A. 10. B. 11. C. 9. D. 8.



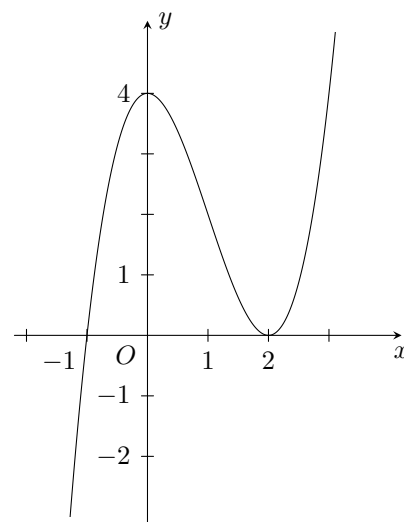
Câu 23.4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-2) = 0$, $f(0) = 1$, $f(4) = -3$ và có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Phương trình $f'[f^2(x)] = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 7.



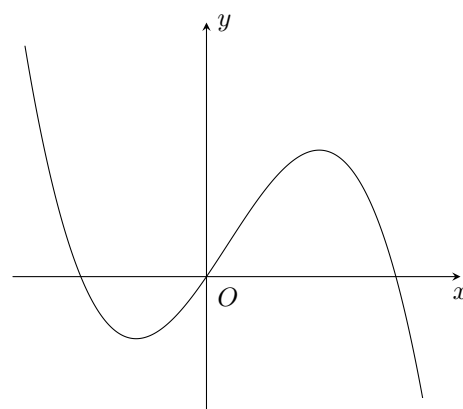
Câu 23.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm dương của phương trình $f'(f(x) + 1) = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.



Câu 23.6. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.



Câu 23.7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x) - 1) = 0$ là

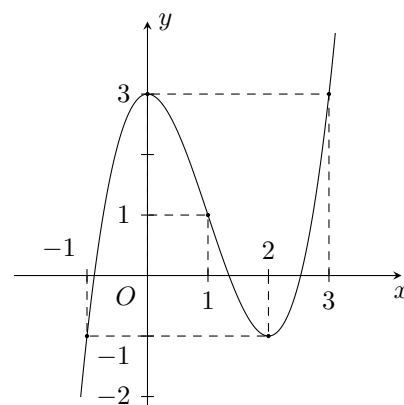
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 23.8. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình

$$|f(x^4 - 2x^2)| = 2$$

là

- A. 8. B. 9. C. 7. D. 10.



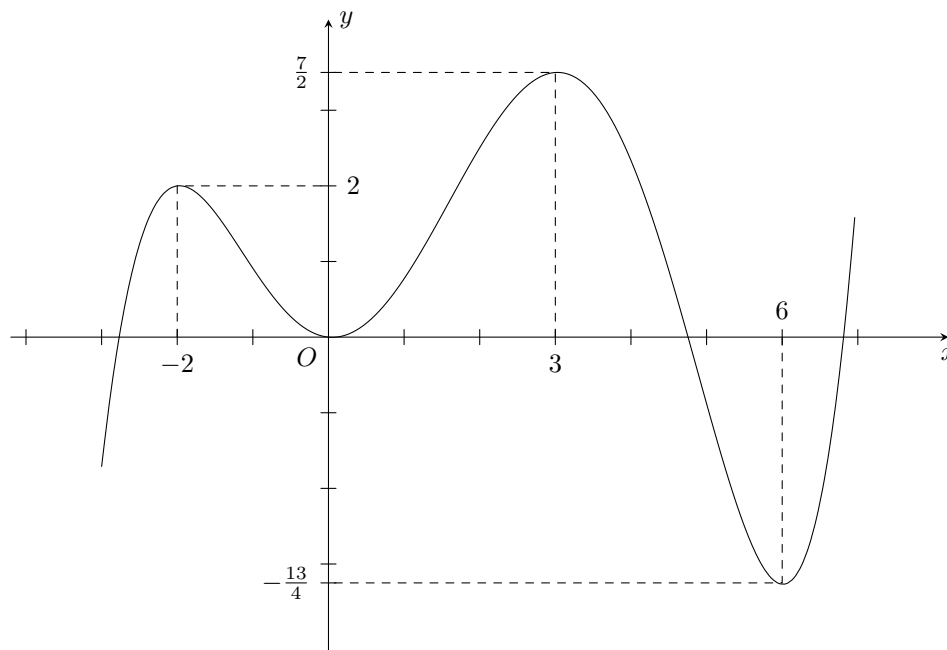
Câu 23.9. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $|f(2x^2 + 3) - 2| = 5$ là

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 23.10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

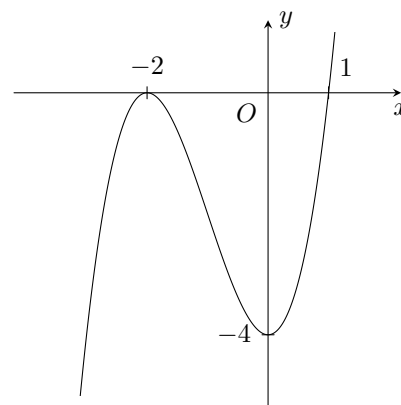


Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = 2m - 1$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

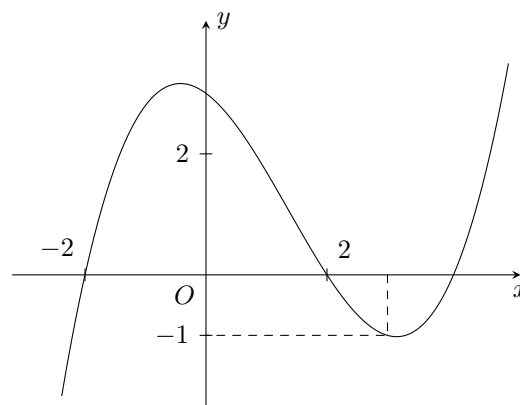
Câu 23.11 (Chuyên Biên Hòa - Hà Nam). Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-5; 5)$ để phương trình $f^2(x) - (m + 4)|f(x)| + 2m + 4 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.



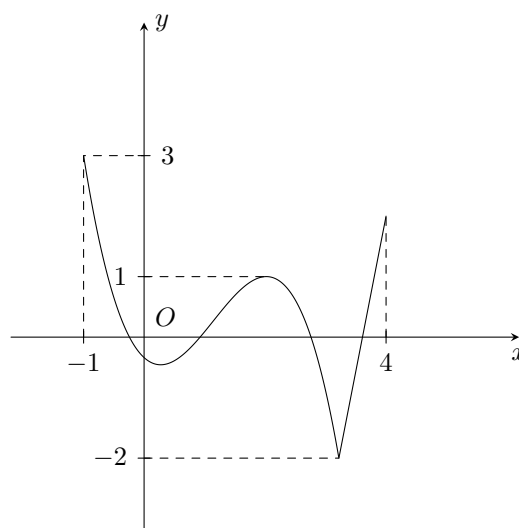
Câu 23.12 (Chuyên Lam Sơn). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = 1$ là

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 7.



Câu 23.13 (Chuyên Thái Bình). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để bất phương trình $|f(x) + m| < 2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1; 4]$?

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.



Câu 23.14 (Chuyên Thái Nguyên). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

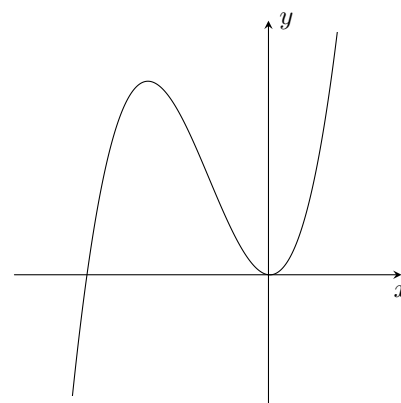
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(3x + 1) - 2| = 5$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

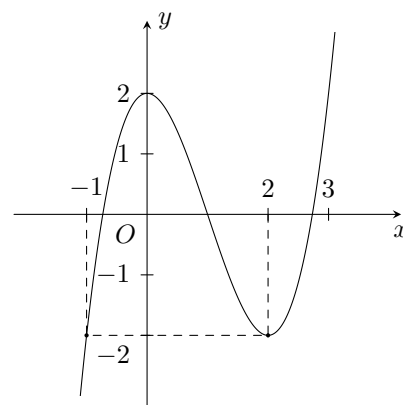
Câu 23.15 (SGD Ninh Bình). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2|\sin x|) = f(m^2 + 6m + 10)$ có nghiệm?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.



Câu 23.16 (Liên trường Nghệ An). Cho hàm số $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn. Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(|2\sin x - 1| - 1) = m$ (với m là tham số) trên đoạn $[0; 3\pi]$ có tất cả bao nhiêu phần tử?

- A. 8. B. 20. C. 12. D. 16.



Câu 23.17 (Nguyễn Huệ - Phú Yên). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2020	2020	$-\infty$

$+\infty$
 $\searrow$

-2020
 $\nearrow$

2020
 $\searrow$

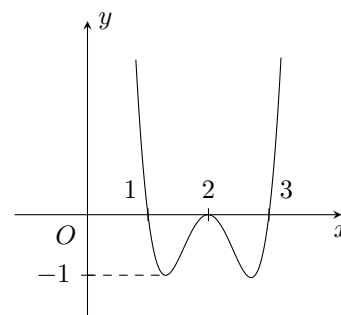
$-\infty$
 $\nearrow$

Số nghiệm của phương trình $|f(x + 2019) - 2020| = 2021$ là

- A.** 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

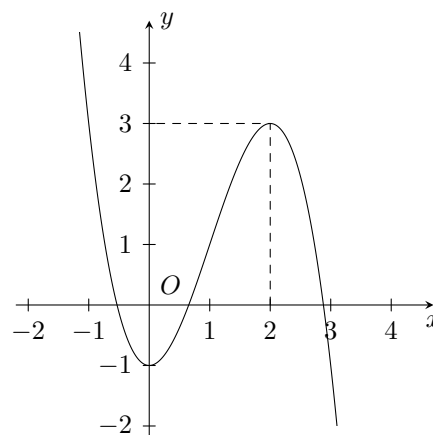
Câu 23.18 (SGD Hà Nội - Lần 2). Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $|f(f(x))| = m$ (với m là tham số thực), có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

- A.** 16. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 18.



Câu 23.19 (THPT Nguyễn viết Xuân - Vĩnh Phúc). Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020; 2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|) - m = 0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 2020. B. 2022. C. 2021. D. 2019.



D BẢNG ĐÁP ÁN

84. B	23.1. B	23.2. C	23.3. C	23.4. D	23.5. B	23.6. B	23.7. B
23.8. A	23.9. A	23.10. D	23.11. C	23.12. C	23.13. D	23.14. A	23.15. B
23.16. D	23.17. A	23.18. C	23.19. D				

CHUYÊN ĐỀ 24. MAX - MIN SỐ PHỨC - VẬN DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Xem CHUYÊN ĐỀ (12).

2. Xem lại hai bất đẳng thức quan trọng:

(a) Bất đẳng thức Cauchy: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

(b) Bất đẳng thức Bunhiacopski:

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2. \text{ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}.$$

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 85 (Câu 44 đề minh họa 2021-2022). Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{8}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

A. 16.

B. 20.

C. 10.

D. 32.

CÂU 86 (Câu 49 đề minh họa 2020-2021). Xét hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z_1| = 1; |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

A. $5 - \sqrt{19}$.

B. $5 + \sqrt{19}$.

C. $-5 + 2\sqrt{19}$.

D. $5 + 2\sqrt{19}$.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 24.1 (Đề Tham Khảo 2018). Xét số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 8$.

B. $P = 10$.

C. $P = 4$.

D. $P = 6$.

Câu 24.2 (Đề Tham Khảo 2017). Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

A. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

B. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$.

C. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

D. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$.

Câu 24.3 (KTNL Gia Bình 2019). Cho hai số phức (z_1, z_2) thỏa mãn $\begin{cases} |z - 1| = \sqrt{34} \\ |z + 1 + mi| = |z + m + 2i| \end{cases}$ (trong đó m là số thực) sao cho $|z_1 - z_2|$ là lớn nhất. Khi đó giá trị $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 10.

C. 2.

D. $\sqrt{130}$.

Câu 24.4 (THPT Cẩm Giàng 2 2019). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là

A. $\sqrt{5} - 2$.

B. $\sqrt{5} - 1$.

C. $\sqrt{5} + 1$.

D. $\sqrt{5} + 2$.

Câu 24.5. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

A. $\sqrt{13} + 3$.

B. $\sqrt{13} + 5$.

C. $\sqrt{13} + 1$.

D. $\sqrt{13} + 6$.

Câu 24.6. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2 - 2i|$. Đặt $A = M + m$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $A \in (\sqrt{34}; 6)$. B. $A \in (6; \sqrt{42})$. C. $A \in (2\sqrt{7}; \sqrt{33})$. D. $A \in (4; 3\sqrt{3})$.

Câu 24.7. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 6| + |z + 6| = 20$. Gọi M, n lần lượt là môđun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Tính $M - n$.

- A. $M - n = 2$. B. $M - n = 4$. C. $M - n = 7$. D. $M - n = 14$.

Câu 24.8. Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có môđun nhỏ nhất có phần ảo là

- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $-\frac{3}{10}$.

Câu 24.9. Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = \sqrt{34}$ và $|z + 1 + mi| = |z + m + 2i|$, (trong đó $m \in \mathbb{R}$). Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S sao cho $|z_1 - z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. 10. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{130}$. D. 2.

Câu 24.10. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}, |w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0, w = w_0$. Tính $|3z_0 - w_0|$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 1. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 24.11. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ bằng

- A. $4\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{26}$. C. $\sqrt{66}$. D. $3\sqrt{6}$.

Câu 24.12. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Tính $M \cdot m$?

- A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{39}{4}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{13}{4}$.

Câu 24.13. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ và có môđun nhỏ nhất. Tính $S = 7a + b$?

- A. 7. B. 0. C. 5. D. -12.

Câu 24.14. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 3i|$. Tính $M + m$.

- A. $\sqrt{10} + \sqrt{34}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10} + \sqrt{58}$. D. $\sqrt{5} + \sqrt{58}$.

Câu 24.15. Cho số phức z có $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$

- A. $\frac{13}{4}$. B. 3. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{11}{4}$.

Câu 24.16. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(z - 6)(8 + \bar{z}i)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{21}$. B. $20 - 4\sqrt{21}$. C. $20 - 4\sqrt{22}$. D. $5 - \sqrt{22}$.

Câu 24.17. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là

- A. $\sqrt{13} + 1$. B. $\sqrt{10} + 1$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 24.18. Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

- A. $1 + \sqrt{10}$. B. 4. C. $\sqrt{17}$. D. 5.

Câu 24.19. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Môđun của số phức $w = M + mi$ là

A. $|w| = 3\sqrt{137}$. B. $|w| = \sqrt{1258}$. C. $|w| = 2\sqrt{309}$. D. $|w| = 2\sqrt{314}$.

Câu 24.20. Cho các số phức w, z thỏa mãn $|w + i| = \frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $6\sqrt{7}$. B. $4 + 2\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{53}$. D. $4\sqrt{13}$.

Câu 24.21. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3 - 2i| = 2$. Tính $a + b$ khi $|z + 1 - 2i| + 2|z - 2 - 5i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $4 - \sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. 3. D. $4 + \sqrt{3}$.

Câu 24.22. Biết rằng hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 4i| = 1$ và $|z_2 - 3 - 4i| = \frac{1}{2}$. Số phức z có phần thực là a và phần ảo là b thỏa mãn $3a - 2b = 12$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_1| + |z - 2z_2| + 2$ bằng:

A. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{11}$. B. $P_{\min} = 5 - 2\sqrt{3}$. C. $P_{\min} = \frac{\sqrt{9945}}{13}$. D. $P_{\min} = 5 + 2\sqrt{5}$.

Câu 24.23. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |1 + z| + 2|1 - z|$ bằng

A. $6\sqrt{5}$. B. $4\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 24.24. Cho số phức z thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - i| + |z - 4|$ là

A. 5. B. 4. C. $3\sqrt{3}$. D. 6.

Câu 24.25. Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2z + 5| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)|$. Tính $\min |w|$, với $w = z - 2 + 2i$.

A. $\min |w| = \frac{1}{2}$. B. $\min |w| = 1$. C. $\min |w| = \frac{3}{2}$. D. $\min |w| = 2$.

Câu 24.26. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 2 - 3i| = 2\sqrt{2}$. Tính $P = 2a + b$ khi $|z + 1 + 6i| + |z - 7 - 2i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 3$. B. $P = -3$. C. $P = 1$. D. $P = 7$.

Câu 24.27. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$ và $|z - 6|$ lớn nhất. Tính $S = a + b$?

A. $S = 11$. B. $S = -5$. C. $S = -3$. D. $S = 5$.

D BẢNG ĐÁP ÁN

85. B	86. B	24.1. B	24.2. A	24.3. C	24.4. B	24.5. C	24.6. A
24.7. A	24.8. D	24.9. D	24.10. D	24.11. C	24.13. A	24.14. D	24.15. A
24.16. C	24.17. C	24.18. C	24.19. B	24.20. C	24.21. D	24.22. C	24.23. C
24.24. A	24.25. B	24.26. B	24.27. B				

CHUYÊN ĐỀ 25. DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG - VẬN DỤNG

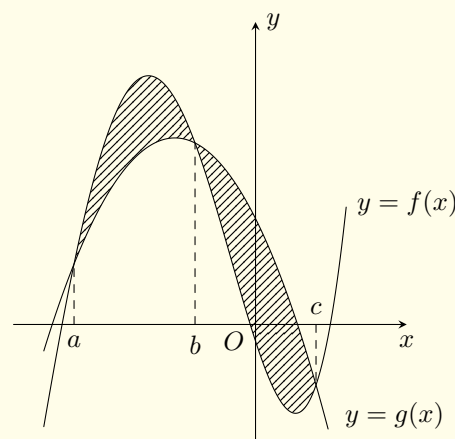
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bài toán 1: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị lần lượt là $(C_1); (C_2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1); (C_2)$ và hai đường $x = a, x = b$, (giả sử $a < b$) được cho bởi công thức

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Bài toán 2: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; c]$. Biết rằng đồ thị của chúng cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $a; b; c$ như hình vẽ. Diện tích hình phẳng gạch chéo được cho bởi công thức

$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - f(x)] dx.$$



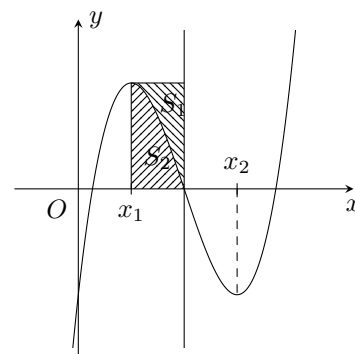
B BÀI TẬP MẪU

CÂU 87 (Câu 45 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có ba điểm cực trị là $-2, -1$ và 1 . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- A. $\frac{500}{81}$. B. $\frac{36}{5}$. C. $\frac{2932}{405}$. D. $\frac{2948}{405}$.

CÂU 88 (Câu 48 đề minh họa 2020-2021). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{5}$.



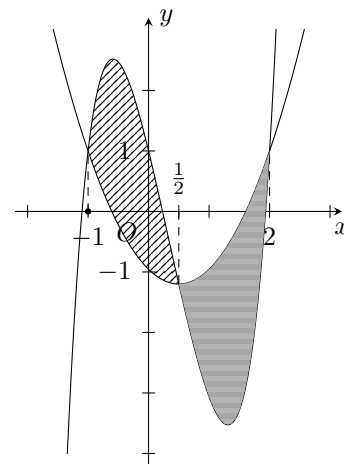
BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 25.1. Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AB .

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 25.2. Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $y = g(x) = mx^2 + nx + k$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; \frac{1}{2}; 2$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết phần diện tích kẻ sọc (hình S_1) bằng $\frac{81}{32}$. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = \frac{1}{2}; x = 2$ (phần bôi đen trong hình vẽ) bằng

- A. $\frac{79}{24}$. B. $\frac{243}{96}$. C. $\frac{81}{32}$. D. $\frac{45}{16}$.



Câu 25.3. Biết hàm số $F(x) = \frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{12} - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 7x$ là nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- A. $\frac{3479}{1073}$. B. $\frac{1219}{126}$. C. $\frac{378}{5}$. D. $\frac{3778}{1215}$.

Câu 25.4. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 + ax^3 + d$ có một điểm cực tiểu $A\left(-\frac{3}{2}; -\frac{107}{16}\right)$. Gọi (P) là đồ thị hàm số $g(x)$ có tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{1}{4}; \frac{9}{8}\right)$ và đi qua điểm $B(-1; 0)$. Diện tích phần đồ thị giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $(C), (P)$ bằng

- A. $\frac{72}{5}$. B. $-\frac{72}{5}$. C. $\frac{62}{15}$. D. $\frac{154}{15}$.

Câu 25.5. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2|x| + c$ có đồ thị (C) , gọi hàm số $y = g(x)$ là hàm số bậc 2 có đồ thị đi qua 3 điểm cực trị của (C) , S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi 2 đường $f(x), g(x)$. S thuộc khoảng nào sau đây:

- A. $(1; 5; 2)$. B. $(2; 5; 3)$. C. $(0; 1)$. D. $(3; 4)$.

Câu 25.6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực tiểu $(-1; -2); (1; -2)$ và điểm cực đại $(0; 3)$. Hàm số $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ có đồ thị đi qua các điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau:

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 25.7. Cho hàm số $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có $f(0) = 1$ và ba điểm cực trị là 0; 1; 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng đi qua điểm $A(3; 10)$ có hệ số góc bằng 4 bằng

- A. 4. B. $\frac{106}{15}$. C. $\frac{104}{15}$. D. 8.

Câu 25.8. Cho hàm số $y = f(x) = 6x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị có hoành độ lần lượt là $-1; 1; 2$ và hàm số $y = g(x)$ là hàm bậc hai có

đồ thị đi ba điểm cực trị đó. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = g(x)$ và trục Oy .

A. $S = \frac{64}{15}$.

B. $S = \frac{88}{15}$.

C. $S = \frac{56}{15}$.

D. $S = \frac{184}{15}$.

Câu 25.9. Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$. Biết đồ thị hàm số $f(x)$ có một điểm cực trị là A có hoành độ bằng 1, đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục tung tại điểm B có tung độ là -5 . Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm A và $E(-b - c; d)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng Δ và đồ thị hàm số $f(x)$ được tính bởi công thức

A. $S = \int_1^{1+\sqrt{5}} |x^3 + x^2 - 6x + d| dx$.

B. $S = \int_{1-\sqrt{5}}^1 |x^3 + x^2 - 6x + 2d| dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 |x^3 + x^2 - 6x + d| dx$.

D. $S = \int_{1-\sqrt{5}}^{1+\sqrt{5}} |x^3 + x^2 - 6x + 4| dx$.

Câu 25.10. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C) . Gọi M, N là hai điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến tại M, N song song với nhau. Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng MN nằm trong khoảng nào dưới đây? Biết rằng đường thẳng MN cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B phân biệt sao cho $OB = 2OA$.

A. (11; 12).

B. (14; 15).

C. (12; 13).

D. (13; 14).

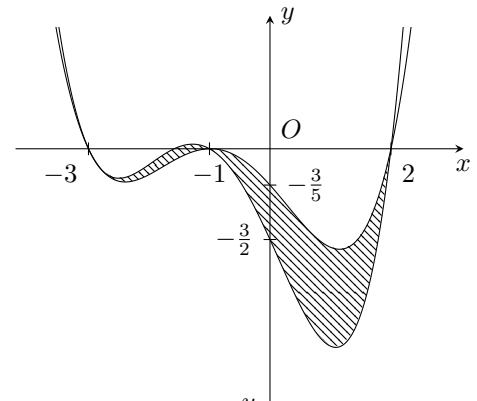
Câu 25.11. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại **đúng** ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$. Diện tích của hình phẳng (H) (phần gạch sọc trên hình vẽ bên) gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 3,11.

B. 2,45.

C. 3,51.

D. 2,95.



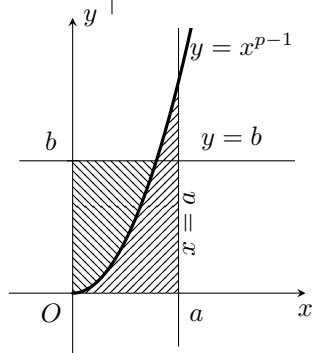
Câu 25.12. Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện $p > 1, q > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b . Xét hàm số $y = x^{p-1} (x > 0)$ có đồ thị là (C) . Gọi (S_1) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$. Gọi (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, đường thẳng $y = b$. Gọi (S) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng $x = a, y = b$. Khi so sánh $S_1 + S_2$ và S ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?

A. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$.

B. $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab$.

C. $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab$.

D. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab$.



Câu 25.13. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có phần phía trên trục hoành và phần phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau. Khi đó $m = \frac{a}{b}$ (với a, b là các số nguyên, $b > 0, \frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $S = a + b$ là

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 25.14. Cho parabol $(P) : y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S .

A. $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$.

B. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.

C. $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$.

D. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.

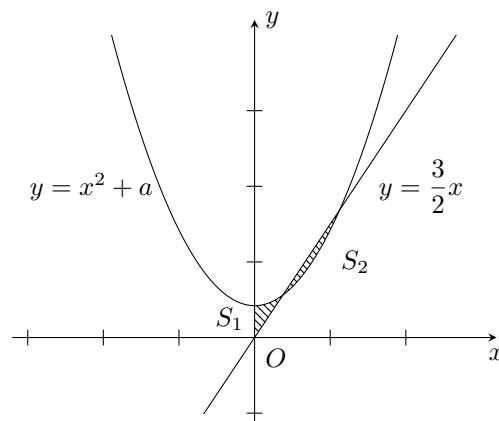
Câu 25.15 (Mã 104 - 2019). Cho đường thẳng $y = \frac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0; \frac{2}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$.

C. $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$.

D. $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$.



Câu 25.16. Cho parabol $(P_1) : y = -x^2 + 2x + 3$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d : y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$, tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

A. $T = 99$.

B. $T = 64$.

C. $T = 32$.

D. $T = 72$.

Câu 25.17. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $my = x^2, mx = y^2$ ($m > 0$). Tìm giá trị của m để $S = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 3$.

D. $m = 4$.

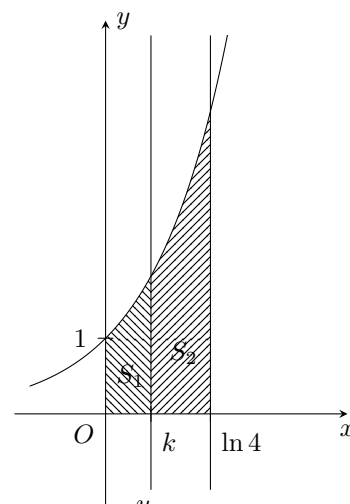
Câu 25.18. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

A. $k = \frac{4}{3} \ln 2$.

B. $k = \ln \frac{8}{3}$.

C. $k = \ln 2$.

D. $k = \ln 3$.



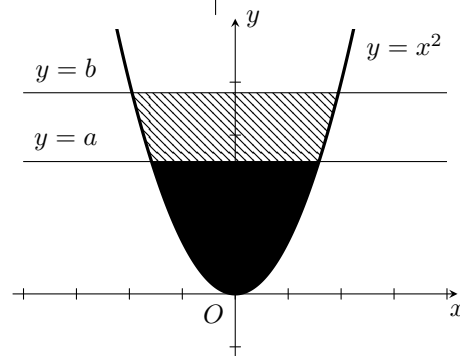
Câu 25.19. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a, y = b$ ($0 < a < b$) (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đậm); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_2 = 2 \cdot S_1$?

A. $b = \sqrt[3]{4}a$.

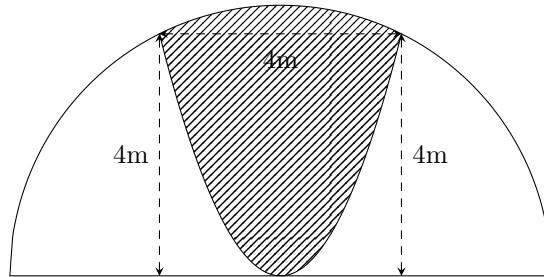
B. $b = \sqrt[3]{2}a$.

C. $b = \sqrt[3]{3}a$.

D. $b = \sqrt[3]{6}a$.

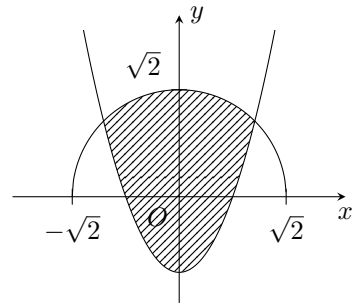


Câu 25.20. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4(m)$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là $150.000 \text{ đồng}/m^2$ và $100.000 \text{ đồng}/m^2$. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị).



- A. 3.738.574 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.990 (đồng). D. 4.115.408 (đồng).

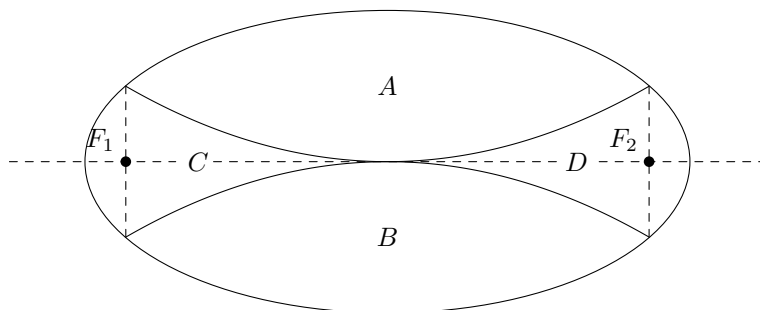
Câu 25.21. Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$. Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.



- A. $\frac{3\pi - 2}{6} \times 250000$. B. $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$.
C. $\frac{3\pi + 10}{3} \times 250000$. D. $\frac{3\pi + 2}{6} \times 250000$.

Câu 25.22. Nhà trường dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là 8 m và 4 m, F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A, B dùng để trồng hoa, phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là 250.000 đ và 150.000 đ. Tính tổng tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 5.676.000 đồng. B. 4.766.000 đồng. C. 4.656.000 đồng. D. 5.455.000 đồng.



D BẢNG ĐÁP ÁN

87. D	88. D	25.1. B	25.2. C	25.3. D	25.4. A	25.5. C	25.6. A
25.7. C	25.8. A	25.9. D	25.10. D	25.11. A	25.12. D	25.13. B	25.14. D
25.15. A	25.16. B	25.17. C	25.18. D	25.19. A	25.20. A	25.21. B	25.22. A

CHUYÊN ĐỀ 26. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN - VẬN DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xem CHUYÊN ĐỀ (18), CHUYÊN ĐỀ (19), CHUYÊN ĐỀ (20), CHUYÊN ĐỀ (21).

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 89 (Câu 49 đề minh họa 2021-2022). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S): (x - 4)^2 + (y + 3)^2 + (z + 6)^2 = 50$$

và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

- A. 29. B. 33. C. 55. D. 28.

CÂU 90 (Câu 50 đề minh họa 2020-2021). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$ và $B(6; 5; 5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

- A. -21. B. -12. C. -18. D. -15.

C BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 26.1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 10y - 10z = 0$ và điểm $A(5; 5; 0)$. Điểm $B \in (S)$ sao cho tam giác OAB vuông cân tại B . Biết mặt phẳng (OAB) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(2; b; c)$. Tính $b^2 - c^2$?

- A. $-\frac{52}{3}$. B. $\frac{28}{3}$. C. $\frac{52}{3}$. D. $-\frac{28}{3}$.

Câu 26.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$, $(S_2): (x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 36$ và điểm $A(6; 3; 0)$. Đường thẳng d di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) , đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C . Tam giác ABC có diện tích lớn nhất là

- A. $4\sqrt{5}(\sqrt{26} + 2)$. B. $8\sqrt{5}(\sqrt{26} + 2)$. C. $4\sqrt{130}$. D. $8\sqrt{26}$.

Câu 26.3. Từ điểm A bất kì thuộc đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$, vẽ các tiếp tuyến đến mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Khi đó, các tiếp điểm thuộc đường tròn (C) . Gọi (N) là hình nón có đỉnh A và đáy là hình tròn (C) . Biết thể tích của khối nón (N) nhỏ hơn 3π . Có bao nhiêu điểm A có cao độ là số nguyên?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 26.4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{14}{3}$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-4}{1}$. Gọi $A(x_0; y_0; z_0)$ ($x_0 > 0$) là điểm nằm trên đường thẳng d sao cho từ A kẻ được 3 tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có các tiếp điểm B, C, D sao cho $ABCD$ là tứ diện đều. Tính giá trị của biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$.

- A. $P = 6$. B. $P = 16$. C. $P = 12$. D. $P = 8$.

Câu 26.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 1; 1)$, $B(1; -1; 5)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tìm bán kính r của đường tròn (T) .

- A. $r = 4$. B. $r = 2$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 26.6. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 29$, hai điểm $A(0; 0; 4)$, $B(6; -2; 6)$ và đường thẳng $d : \frac{x - 4}{1} = \frac{y + 8}{-1} = \frac{z - 4}{2}$. Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ và khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d ngắn nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$?

- A. $T = 24$. B. $T = 25$. C. $T = 16$. D. $T = 12$.

Câu 26.7. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; -1)$, $B(2; 3; -1)$, $C(-2; 1; 1)$ và điểm $M(2; 3; -6)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I qua 3 điểm A, B, C và thỏa mãn diện tích tam giác IAM nhỏ nhất. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = \sqrt{6}$. C. $R = 3$. D. $R = 2\sqrt{5}$.

Câu 26.8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ và đường thẳng $d : \frac{x - 1}{1} = \frac{y + 1}{1} = \frac{z - 2}{1}$. Tính số đo góc tạo bởi các mặt phẳng đi qua d và tiếp xúc với mặt cầu (S) ta được kết quả là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 26.9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{14}{3}$ và đường thẳng $(d) : \frac{x - 4}{3} = \frac{y - 4}{2} = \frac{z - 4}{1}$. Gọi $A(x_0; y_0; z_0)$ ($x_0 > 0$) là điểm nằm trên (d) sao cho từ A kẻ được ba tiếp tuyến đến (S) có các tiếp điểm B, C, D sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc. Tính $P = x_0 + y_0 + z_0$.

- A. $P = 6$. B. $P = 6 + 6\sqrt{2}$. C. $P = 12 - 6\sqrt{2}$. D. $P = 8$.

Câu 26.10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; -2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

- A. $S_{\min} = 30$. B. $S_{\min} = 20$. C. $S_{\min} = \sqrt{34} - 3$. D. $S_{\min} = 5\sqrt{34} - 9$.

Câu 26.11 (Mã 103 2018). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

- A. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$. B. $x + y + z + 7 = 0$.
C. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$. D. $x + y + z - 7 = 0$.

Câu 26.12. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 2)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AM} = 6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $2x - 2y - 6z + 9 = 0$. B. $2x - 2y - 6z - 9 = 0$.
C. $2x + 2y + 6z + 9 = 0$. D. $2x - 2y + 6z + 9 = 0$.

Câu 26.13. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S) : (x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 5)^2 = 36$, điểm $M(7; 1; 3)$. Gọi Δ là đường thẳng di động luôn đi qua M và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N . Tiếp điểm N di động trên đường tròn (T) có tâm $J(a; b; c)$. Gọi $k = 2a - 5b + 10c$, thì giá trị của k là

- A. 45. B. 50. C. -45. D. -50.

Câu 26.14. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4)$, $N(5; 0; 0)$, $P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 26.15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6; 0; 0)$, $N(0; 6; 0)$, $P(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN, NP, PM .

- A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 4.

Câu 26.16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-3; 1; 1)$, $B(1; -1; 5)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .

- A. $r = 4$. B. $r = 2$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 26.17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5 + \sqrt{3}}{2}; \frac{7 - \sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5 - \sqrt{3}}{2}; \frac{7 + \sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P) : ax + by + cz + d = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z} : d < -5)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Tính giá trị của $T = |a + b + c + d|$ khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất.

- A. $T = 4$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = 12$.

Câu 26.18. Trong không gian $Oxyz$, xét số thực $m \in (0; 1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha) : 2x - y + 2z + 10 = 0$ và $(\beta) : \frac{x}{m} + \frac{y}{1 - m} + \frac{z}{1} = 1$. Biết rằng, khi m thay đổi có hai mặt cầu cố định tiếp xúc đồng thời với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

- A. 6. B. 3. C. 9. D. 12.

Câu 26.19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$?

- A. 14. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 26.20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến AB, AC, AD với B, C, D là các tiếp điểm. Viết phương trình mặt phẳng (BCD) .

- A. $2x + 2y + z - 1 = 0$. B. $2x + 2y + z - 3 = 0$.
C. $2x + 2y + z + 1 = 0$. D. $2x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 26.21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$ và $(S') : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng

- A. $\frac{14}{3}$. B. $\frac{17}{7}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{19}{2}$.

Câu 26.22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 11; -5)$ và mặt phẳng $(P) : 2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A . Tổng bán kính của hai mặt cầu đó bằng

- A. $10\sqrt{2}$. B. $12\sqrt{3}$. C. $12\sqrt{2}$. D. $10\sqrt{3}$.

Câu 26.23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $A(2; 2; 2)$. Xét các điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM luôn tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $x + y + z - 6 = 0$. B. $x + y + z - 4 = 0$.
C. $3x + 3y + 3z - 8 = 0$. D. $3x + 3y + 3z - 4 = 0$.

Câu 26.24 (Mã 105 - 2017). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$

- A. $T = 3$. B. $T = 4$. C. $T = 5$. D. $T = 2$.

Câu 26.25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất, phương trình (P) là

- A. $(P) : x - 2y + 3z - 6 = 0$. B. $(P) : x + 2y + 3z - 6 = 0$.
C. $(P) : 3x + 2y + 2z - 4 = 0$. D. $(P) : x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 26.26. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0; 0; -4)$, $B(2; 0; 0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) , là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - b + c$ bằng

- A. 8. B. 0. C. 2. D. -4.

Câu 26.27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 2)$, $C(-1; -1; 0)$, $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' thỏa $\frac{AB'}{AB} + \frac{AC'}{AC} + \frac{AD'}{AD} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

- A. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$. B. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.
C. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$. D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

Câu 26.28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (A, B, C không trùng với gốc O) sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $N(0; 2; 2)$. B. $M(0; 2; 1)$. C. $P(2; 0; 0)$. D. $Q(2; 0; -1)$.

Câu 26.29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA^2 + OB^2 + OC^2 = 27$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $9\sqrt{3}$.

Câu 26.30. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 1; 2)$, $B(1; 1; 0)$, $C(3; 0; 1)$ và mặt phẳng $(Q) : x + y + z - 5 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (Q) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ bằng

- A. $\frac{34}{3}$. B. $\frac{22}{3}$. C. 0. D. $\frac{26}{3}$.

Câu 26.31. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; -1)$. Điểm M thuộc mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z + 2 = 0$ sao cho $3MA^2 + 2MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất nhất đó bằng

- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{17}{2}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{23}{2}$.

Câu 26.32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -3)$, $B(0; -2; 3)$ và mặt cầu $(S) : (x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi luôn thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng

- A. 102. B. 78. C. 84. D. 52.

Câu 26.33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 2)$ và $B(3; 4; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1) : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 25$ với $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- A. $\sqrt{34} - 1$. B. 5. C. $\sqrt{34}$. D. 3.

Câu 26.34. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Điểm $M \in (S)$ có tọa độ dương; mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại M cắt các tia $Ox; Oy; Oz$ tại các điểm A, B, C . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = (1 + OA^2)(1 + OB^2)(1 + OC^2)$ là

- A. 24. B. 27. C. 64. D. 8.

Câu 26.35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 0)$, $B(2; 1; 3)$, $C(0; 2; -3)$, $D(2; 0; \sqrt{7})$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu $(S) : (x + 2)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 39$ thỏa mãn $MA^2 + 2\vec{MB} \cdot \vec{MC} = 8$. Biết rằng đoạn thẳng MD đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó?

- A. $\sqrt{7}$. B. $2\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $4\sqrt{7}$.

Câu 26.36. Cho $A(0; 8; 2)$ và mặt cầu $(S) : (x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 72$ và điểm $A(9; -7; 23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Giả sử $\vec{n} = (1; m; n)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) . Lúc đó

- A. $m \cdot n = 4$. B. $m \cdot n = 2$. C. $m \cdot n = -4$. D. $m \cdot n = -2$.

Câu 26.37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ gọi $(P) : ax + by + cz - 3 = 0$ (a, b, c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) là phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0; -1; 2)$, $N(-1; 1; 3)$ và không đi qua $H(0; 0; 2)$. Biết rằng khoảng cách từ $H(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $P = a - 2b + 3c + 12$ bằng

- A. 8. B. 16. C. 12. D. -16.

D BẢNG ĐÁP ÁN

89. D	90. C	26.1. D	26.2. A	26.3. A	26.4. C	26.5. A	26.6. D
26.7. B	26.8. D	26.9. B	26.10. D	26.11. D	26.12. D	26.13. B	26.14. B
26.15. C	26.16. A	26.17. B	26.18. C	26.19. D	26.20. D	26.21. A	26.22. C
26.23. B	26.24. A	26.25. D	26.26. D	26.27. C	26.28. A	26.29. B	26.30. A
26.31. C	26.32. C	26.33. B	26.34. C	26.35. B	26.36. C	26.37. B	

CHUYÊN ĐỀ 27. CỰC TRỊ HÀM ẨN - HÀM HỢP - VẬN DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bài toán cực trị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị. (Áp dụng định nghĩa)

$$y = f(x) = \sqrt{f^2(x)} \Rightarrow y' = \frac{2f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f'(x) = 0 & (2) \end{cases}$$

Số nghiệm của (1) chính là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành $y = 0$. Còn số nghiệm của (2) là số cực trị của hàm số $y = f(x)$, dựa vào đồ thị suy ra (2).

Vậy tổng số nghiệm bội lẻ của (1) và (2) chính là số cực trị cần tìm.

Dạng toán này dựa theo đề tham khảo 2018, vẫn xuất hiện ở dạng toán hàm hợp.

2. Số điểm cực trị của hàm hợp

- a) **Bài toán:** Cho hàm số $y = f(x)$ (Đề có thể cho bằng hàm, đồ thị, bảng biến thiên của $f(x)$, $f'(x)$). Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(u)$ trong đó u là một hàm số đối với x .

Ta thực hiện phương pháp tương tự xét số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- **Bước 1.** Tính đạo hàm $y' = u' \cdot f'(u)$.
- **Bước 2.** Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u' = 0 \\ f'(u) = 0 \end{cases}$.
- **Bước 3.** Tìm số nghiệm đơn và bội lẻ hoặc các điểm mà y' không xác định.

Kết luận

- b) **Bài toán:** Tìm cực trị của hàm số $g(x) = |f[u(x)] + h(x)|$.

- **Bước 1.** Tìm cực trị của hàm số $v(x) = f[u(x)] + h(x)$.
- **Bước 2.** Sử dụng phương pháp biến đổi đồ thị hàm số trị tuyệt đối để tìm số cực trị của hàm số $g(x)$.

B BÀI TẬP MẪU

CÂU 91 (Câu 50 đề minh họa 2021-2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là

$$f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có **đúng** 9 điểm cực trị?

- A. 16. B. 9. C. 15. D. 10.

CÂU 92 (Câu 46 đề minh họa 2020-2021). Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

📌 BÀI TẬP TƯƠNG TỰ VÀ PHÁT TRIỂN

Câu 27.1. Cho hàm số $f(x) = |4x^4 - ax^2 + b|$, trong đó a, b là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng $\frac{1}{2}$. Tính $a + b$.

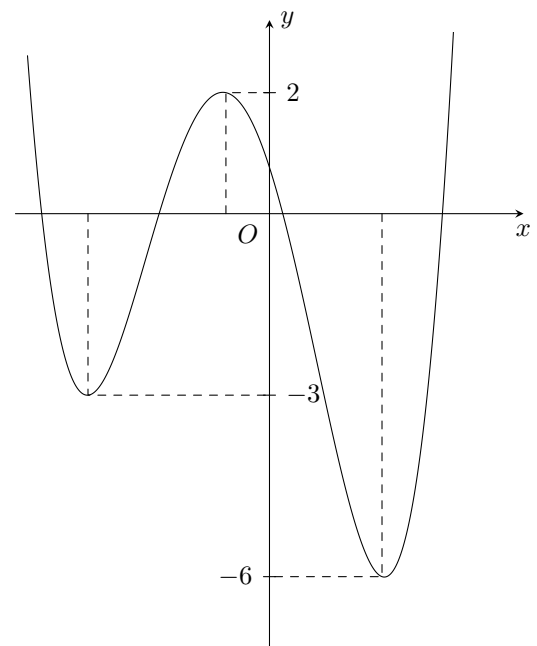
- A. $\frac{1}{2}$. B. 4. C. $\frac{7}{2}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 27.2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)(x^2 - 2mx + 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ với m là tham số thực. Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m không vượt quá 2022 sao cho hàm số $g(x) = f(x^2 - 1)$ có 7 điểm cực trị?

- A. 2020. B. 2023. C. 2021. D. 2022.

Câu 27.3. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x+1) + m|$ có 7 cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.



Câu 27.4. Cho hàm số $f(x) = x^4 - (m+2)x^2 + m$ với m là tham số thực. Số giá trị nguyên của $m \in [-2022; 2022]$ để hàm số $y = |f(x)|$ có số điểm cực trị nhiều nhất là

- A. 2021. B. 2020. C. 2023. D. 2022.

Câu 27.5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

- A. 15. B. 16. C. 17. D. 18.

Câu 27.6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	5	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		2		0		$+\infty$

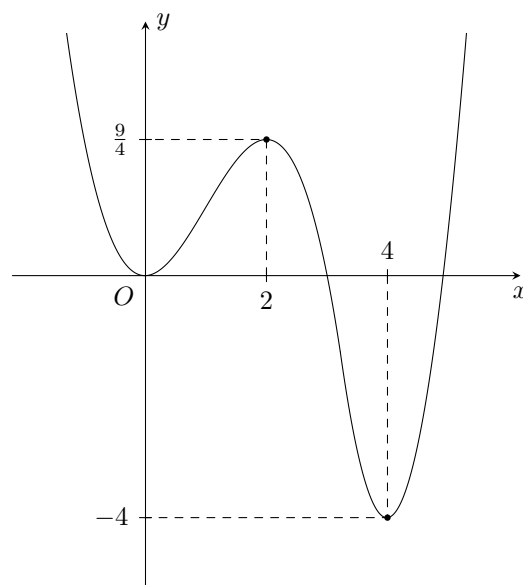
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = |f(4x^3 + 1) + m|$ có 7 điểm cực trị?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Câu 27.7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

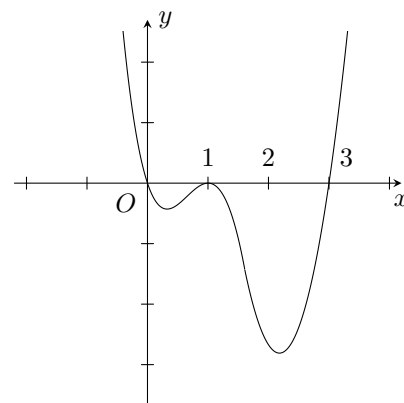
Đồ thị của hàm số $y = f(5 - 2x)$ như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9; 9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số $y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 21. B. 26. C. 23. D. 27.



Câu 27.8. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

- A. 3. B. 6. C. 1. D. 10.



Câu 27.9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - a)(13x - 15)^3$. Tập hợp các giá trị của a để hàm số $y = f\left(\frac{5x}{x^2 + 4}\right)$ có 6 điểm cực trị là

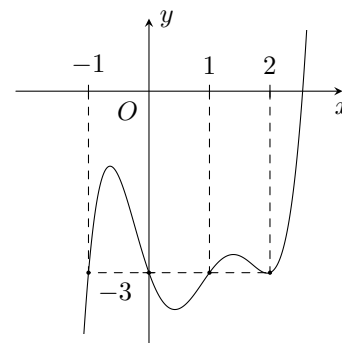
- A. $\left[-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right] \setminus \left\{0; \frac{15}{13}\right\}$. B. $\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \setminus \left\{0; \frac{15}{13}\right\}$.
C. $\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \setminus \{0\}$. D. $\left(-\frac{5}{4}; \frac{5}{4}\right) \setminus \left\{\frac{15}{13}\right\}$.

Câu 27.10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)^2(x^2 - 4x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^2 - 12x + m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

- A. 18. B. 17. C. 16. D. 19.

Câu 27.11. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(0) < 0$ và đồ thị hình bên là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x) = |f(x) + 3x|$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

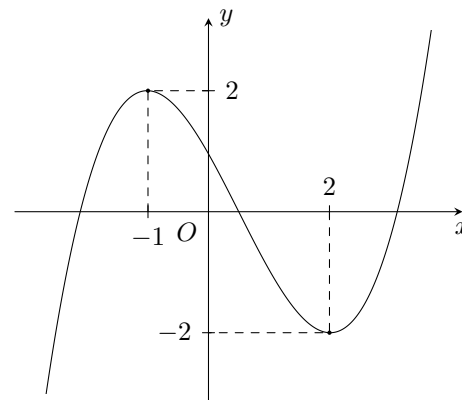


Câu 27.12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong ở hình vẽ. Hỏi hàm số

$$h(x) = |[f(x)]^2 - 4f(x) + 1|$$

có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 7.



Câu 27.13 (Mã 102 - 2020 Lần 1). Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

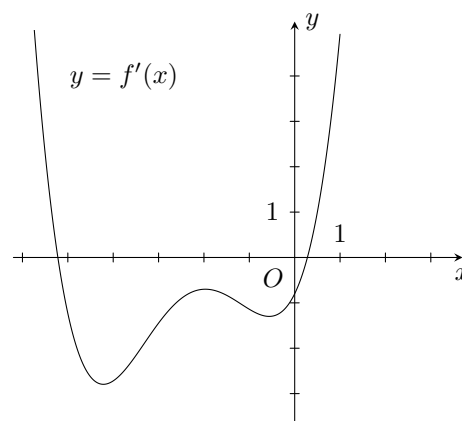
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2[f(x-1)]^4$ là

- A. 7. B. 8. C. 5. D. 9.

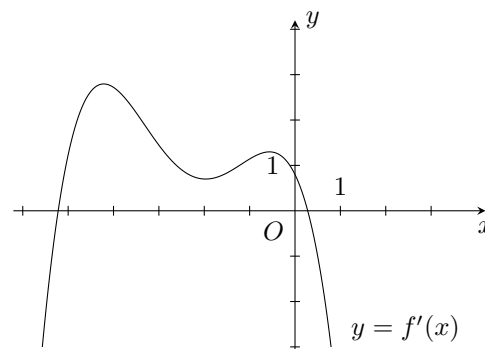
Câu 27.14 (Mã 101 - 2020 Lần 2). Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) - x|$ là

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.



Câu 27.15 (Mã 102 - 2020 Lần 2). Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

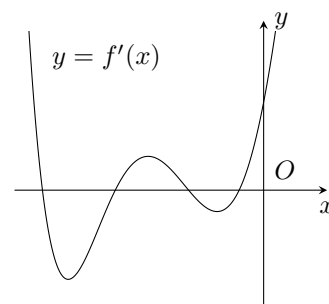


Câu 27.16 (Mã 103 - 2020 Lần 2). Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số

$$g(x) = |f(x^4) - x^2|$$

là

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.



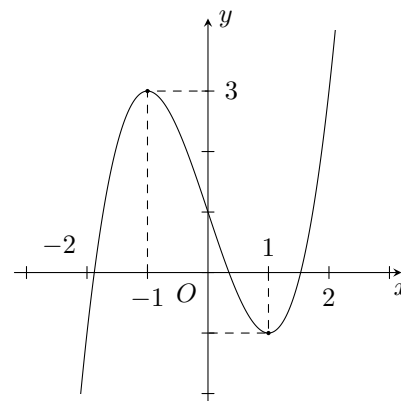
Câu 27.17 (THPT Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh).

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm

$$g(x) = 2[f(x)]^3 - \frac{1}{2}[f(x)]^2 - 12[f(x)] + 3$$

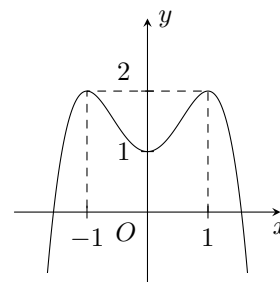
có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 6. B. 8. C. 5. D. 7.



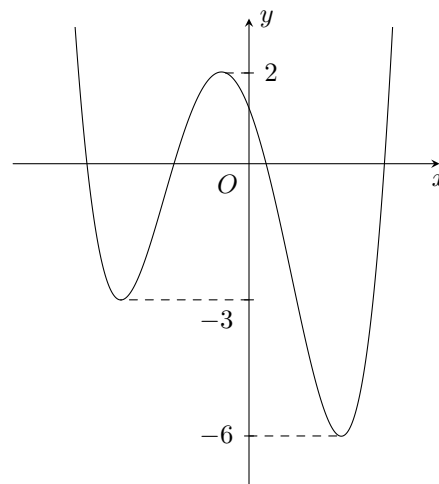
Câu 27.18 (THPT Tiên Du 1 - Bắc Ninh). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và biết $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số $h(x) = f(x) - \frac{3}{2}x$

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.



Câu 27.19. Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4 và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12; 12]$ để hàm số $g(x) = |2f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 13. B. 14. C. 15. D. 12.



Câu 27.20 (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa). Cho hàm số $y = f(x)$, có đạo hàm

$$f'(x) = (x+1)^2(x-3).$$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(\sqrt{x^2 + 2x + 6})$?

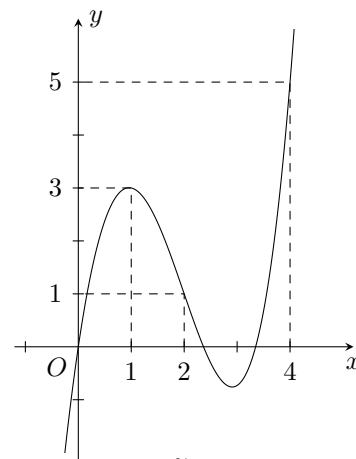
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 27.21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0$; $f(4) > 4$. Biết hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số

$$g(x) = |f(x^2) - 2x|$$

là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

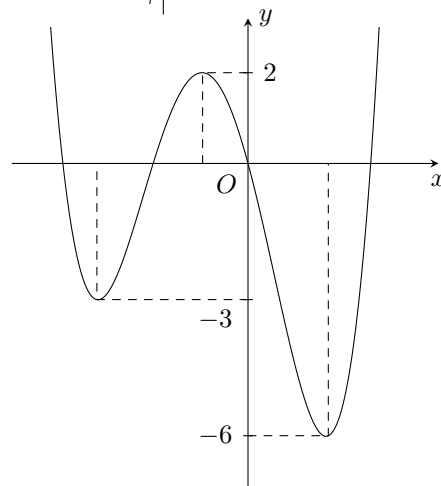


Câu 27.22. Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$$y = \left| f(x + 2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$$

có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử trong tập S bằng

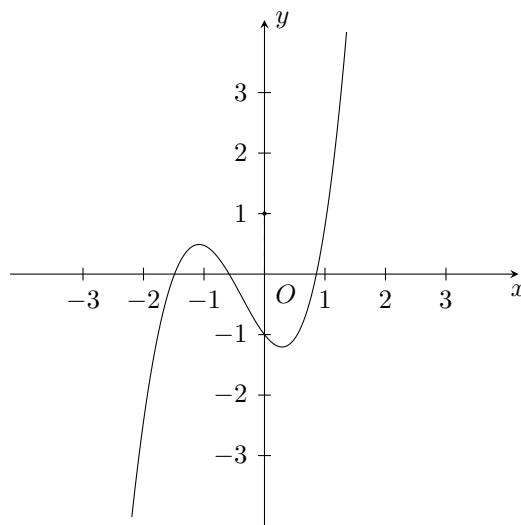
- A. 6. B. 5. C. 7. D. 9.



Câu 27.23 (THPT Nguyễn Đăng Đạo - Bắc Ninh).

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x^3 + x + 2)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 2. B. 7. C. 3. D. 5.

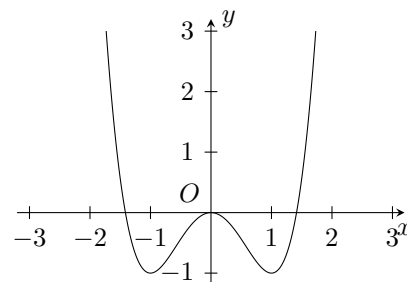


Câu 27.24 (THPT Gia Bình - Bắc Ninh). Cho hàm số

$$y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$$

có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + f(x))$ là

- A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.

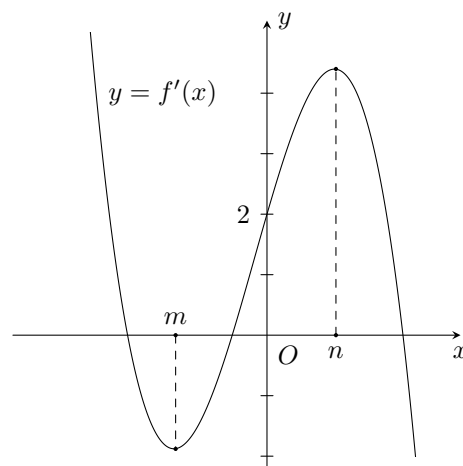


ĐỀ CƯƠNG ÔN THI THPT QUỐC GIA 2022

Câu 27.25 (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc).

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($a \neq 0$) có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x) - 2x]$ bằng

- A. 10. B. 14. C. 7. D. 6.



Câu 27.26 (THPT Tam Dương - Vĩnh Phúc). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

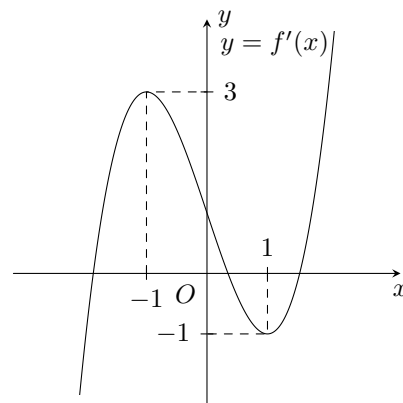
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 4x + 1)$ là:

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 2.

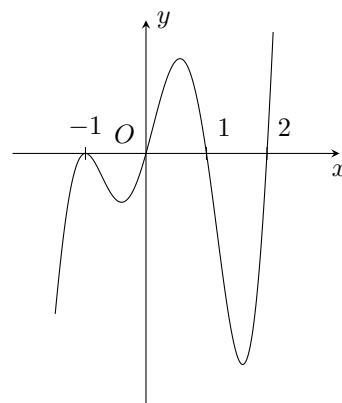
Câu 27.27 (Tam Dương - Vĩnh Phúc). Cho hàm số $y = f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau: Trên khoảng $(-10; 10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2020$ có đúng một cực trị?

- A. 0. B. 15. C. 16. D. 13.

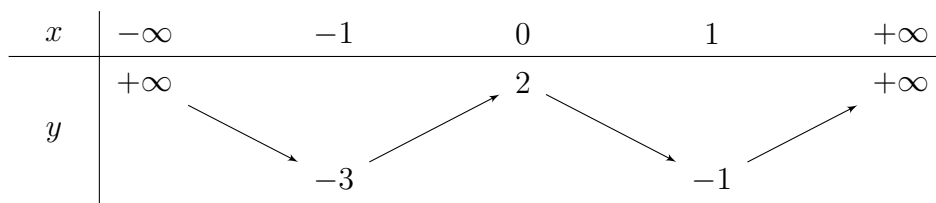


Câu 27.28 (SGD Vĩnh Phúc). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - x - 2)(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) \cdot g(x)$ với $g(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.



Câu 27.29 (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội). Cho hàm số $f(x)$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 7.

B. 9.

C. 3.

D. 5.

Câu 27.30 (Yên Dũng 2 - Bắc Giang). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số

$$g(x) = f(x^2 - 2x) - \left(\frac{x^4}{2} - 2x^3 + x^2 + 2x + 1\right)$$

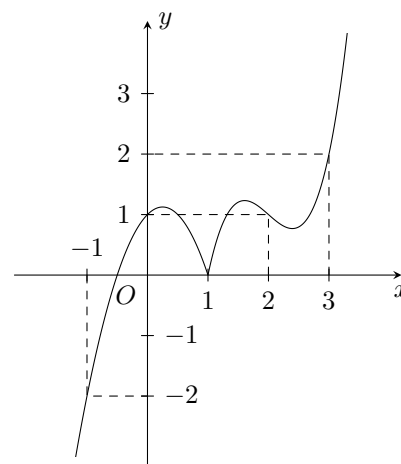
là

A. 7.

B. 8.

C. 5.

D. 6.



ⓓ BẢNG ĐÁP ÁN

91. D	92. A	27.1. D	27.2. C	27.3. C	27.4. D	27.5. A	27.6. B
27.7. B	27.8. A	27.9. B	27.10. B	27.11. B	27.12. B	27.13. C	27.14. A
27.15. B	27.16. D	27.17. A	27.18. D	27.19. C	27.20. C	27.21. D	27.22. C
27.23. D	27.24. B	27.25. C	27.26. B	27.27. C	27.28. D	27.29. A	27.30. A

CHUYÊN ĐỀ 28. HÀM ĐẶC TRƯNG

Phương pháp hàm số đặc trưng thường xuyên xuất hiện trong đề thi THPT Quốc Gia và nó cũng là một trong những câu phân loại của đề. Trong tài liệu này tôi trích từ các đề thi thử - chính thức từ 2018 – 2019 – 2020 và đề thi thử của các trường chuyên - lớp chọn trên cả nước.

- Câu 47 mã đề 101 - THPT QG năm 2017.
- Câu 35 đề tham khảo - BGD&ĐT năm 2018.
- Câu 46 mã đề 101 - THPT QG năm 2018.
- Câu 47 đề tham khảo - BGD&ĐT năm 2020.

Cơ sở lý thuyết: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập D .

- Nếu hàm số $f(x)$ đơn điệu (đồng biến hoặc nghịch biến) trên D thì $\forall u, v \in D, f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$.
- Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên D thì $\forall u, v \in D, f(u) < f(v) \Leftrightarrow u < v$.
- Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên D thì $\forall u, v \in D, f(u) < f(v) \Leftrightarrow u > v$.

A BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 28.1 (Chuyên Thái Bình). Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\log \frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 5}{x^2 + 1} + (x + 1)^3 = x^2 + 6x + 7$$

- A. $-2 + \sqrt{3}$. B. -2 . C. 0 . D. $-2 - \sqrt{3}$.

Câu 28.2 (SGD Bắc Ninh). Cho phương trình

$$\frac{1}{2} \log_2(x + 2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x + 1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x + 2},$$

gọi S là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của S là

- A. $S = -2$. B. $S = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$.

Câu 28.3 (Nguyễn Trãi - Đà Nẵng). Gọi $x_0 = \frac{a + b\sqrt{3}}{c}$ là một nghiệm lớn hơn 1 của phương trình

$$2x \left[(\sqrt{3})^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} + 1 \right] = 2x^2 - 1.$$

Giá trị của $P = a + b + c$ là

- A. $P = 6$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 4$.

Câu 28.4 (THPT). Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình

$$\log_7 \left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x} \right) + 4x^2 + 1 = 6x$$

và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. $a + b = 16$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 14$. D. $a + b = 13$.

Câu 28.5 (Lương Thế Vinh). Phương trình $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ có hai nghiệm là a và $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của b là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 28.6 (Lê Xoay - Vĩnh Phúc). Số nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 1 + \log_2(\sin x)$ trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 28.7 (Cổ Loa - Hà Nội). Cho hàm số $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} + x) + e^x - e^{-x}$. Hỏi phương trình $f(3^x) + f(2x-1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

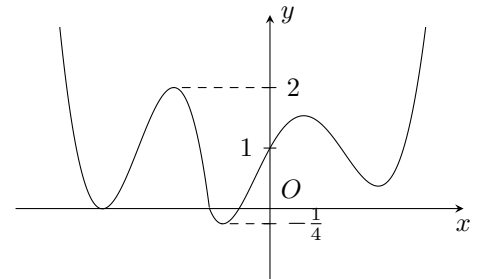
- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 28.8 (TƯ NGHĨA). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình

$$\frac{f^3(x) + 3f^2(x) + 4f(x) + 2}{\sqrt{3f(x) + 1}} = 3f(x) + 2$$

là

- A. 6. B. 9. C. 7. D. 8.



Câu 28.9 (Nguyễn Du - DakLak). Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$). Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $A(0; 1)$ và $B(2; -3)$. Hỏi tập nghiệm của phương trình $f^3(x) + f(x) - 2\sqrt[3]{f(x)} = 0$ có bao nhiêu phần tử?

- A. 2019. B. 2018. C. 9. D. 8.

Câu 28.10 (Đề Chính Thức 2018 - Mã 103). Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 9. B. 25. C. 24. D. 26.

Câu 28.11 (Đề tham khảo BGD 2018). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\sqrt[3]{m + 3\sqrt[3]{m + 3\sin x}} = \sin x$$

có nghiệm thực?

- A. 5. B. 7. C. 3. D. 2.

Câu 28.12. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình

$$\log_2(m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x$$

có nghiệm thực?

- A. 2017. B. 2016. C. 1005. D. 1004.

Câu 28.13 (THPT Trần Nhân Tông - QN). Cho hai số thực x, y thỏa mãn

$$9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy - 5})x + \sqrt{3xy - 5} = 0.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$?

- A. $\frac{296\sqrt{15} - 18}{9}$. B. $\frac{36 + 296\sqrt{15}}{9}$. C. $\frac{36 - 4\sqrt{6}}{9}$. D. $\frac{-4\sqrt{6} + 18}{9}$.

Câu 28.14 (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên). Xét các số thực $x, y (x \geq 0)$ thỏa mãn $2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x + 1 = 2018^{-xy-1} + \frac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3)$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $m \in (0; 1)$. B. $m \in (1; 2)$. C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in (-1; 0)$.

Câu 28.15 (Chuyên Thái Bình). Cho 2 số thực dương x, y thỏa mãn

$$\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1).$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ là

- A. $P_{\min} = \frac{11}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{27}{5}$. C. $P_{\min} = -5 + 6\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

Câu 28.16 (THPT Mộ Đức - Quảng Ngãi). Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $(xy - 1) \cdot 2^{2xy-1} = (x^2 + y) \cdot 2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y .

- A. $y_{\min} = 3$. B. $y_{\min} = 2$. C. $y_{\min} = 1$. D. $y_{\min} = \sqrt{3}$.

Câu 28.17 (Nguyễn Tất Thành - Yên Bái). Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log\left(\frac{x+3y}{xy}\right) = xy - x - 3y$.

Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{1+3y} + \frac{9y^2}{1+x}$ là

- A. $\frac{73}{7}$. B. 10. C. $\frac{72}{7}$. D. $\frac{71}{7}$.

Câu 28.18 (THPT Yên Khánh A). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn

$$2^{2x+3y} + \frac{27}{3^{xy}} + 2x + 3 = \frac{2^{xy}}{8} + 3^{-2x-3y} + y(x-3).$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y$?

- A. $T_{\min} = 8 + 6\sqrt{2}$. B. $T_{\min} = 7 + 6\sqrt{2}$. C. $T_{\min} = -4 + 2\sqrt{6}$. D. $T_{\min} = 4 + 2\sqrt{6}$.

Câu 28.19 (THPT Thăng Long - Hà Nội). Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn

$$\log_5\left(\frac{4a+2b+5}{a+b}\right) = a + 3b - 4.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 1.

Câu 28.20 (THPT Trần Nhân Tông QN). Phương trình

$$2^{x-2} + \sqrt[3]{m-3x} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$$

có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a; b)$, đặt $T = b^2 - a^2$ thì

- A. $T = 36$. B. $T = 48$. C. $T = 64$. D. $T = 72$.

Câu 28.21 (THPT Nguyễn Trãi - Đà Nẵng). Gọi $x_0 = \frac{a+b\sqrt{3}}{c}$ là một nghiệm lớn hơn 1 của

phương trình $2x \left[(\sqrt{3})^{\frac{1}{x}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} + 1 \right] = 2x^2 - 1$. Giá trị của $P = a + b + c$ là

- A. $P = 6$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 4$.

Câu 28.22 (Kim Liên - Hà Nội). Cho phương trình $e^{m \cos x - \sin x} - e^{2(1 - \sin x)} = 2 - \sin x - m \cos x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm. Khi đó S có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính $T = 10a + 20b$.

- A. $T = 10\sqrt{3}$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = 3\sqrt{10}$.

Câu 28.23 (THPT Chu Văn An - Hà Nội). Phương trình $e^x - e^{\sqrt{2x+1}} = 1 - x^2 + 2\sqrt{2x+1}$ có nghiệm trong khoảng nào?

- A. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 28.24 (SGD & ĐT Bắc Ninh). Cho phương trình

$$\frac{1}{2} \log_2(x+2) + x + 3 = \log_2 \frac{2x+1}{x} + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 + 2\sqrt{x+2},$$

gọi S là tổng tất cả các nghiệm của nó. Khi đó, giá trị của S là

- A. $S = -2$. B. $S = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{1 + \sqrt{13}}{2}$.

Câu 28.25 (THPT Lương Văn Can). Cho biết phương trình $\log_5 \frac{2\sqrt{x}+1}{x} = 2 \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây để hàm số $y = \frac{mx + a - 2}{x - m}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 2]$ bằng -2 .

- A. $m \in (7; 9)$. B. $m \in (6; 7)$. C. $m \in (2; 4)$. D. $m \in (4; 6)$.

Câu 28.26 (THPT Quảng Yên - Quảng Ninh). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn

$$\log_3 \frac{1 - xy}{x + 2y} = 3xy + x + 2y - 4 = 0.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$?

- A. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} - 19}{9}$. B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} + 19}{9}$.
C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11} - 29}{21}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$.

Câu 28.27 (THPT Chu Văn An - Hà Nội). Tập hợp S tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2^{(x-1)^2} \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

- A. $S = \left\{\frac{1}{2}; -1; \frac{3}{2}\right\}$. B. $S = \left\{\frac{1}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 28.28 (THPT Lý Thái Tổ - Bắc Ninh). Cho phương trình

$$2^{-|m^3 - 3m^2 + 1|} \cdot \log_{81}(|x^3| - 3x^2 + 1 + 2) + 2^{-|x^3 - 3x^2 + 1| - 2} \cdot \log_3 \left(\frac{1}{|m^3| - 3m^2 + 1 + 2} \right) = 0.$$

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m nguyên để phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $[6; 8]$. Tính tổng bình phương tất cả các phần tử của tập S .

- A. 20. B. 28. C. 14. D. 10.

Câu 28.29 (Chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị). Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2} \log_2(x+3) = \log_2(x+1) + x^2 - x - 4 + 2\sqrt{x+3}.$$

- A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = -1$. D. $S = 1 - \sqrt{2}$.

Câu 28.30 (Chuyên Thái Bình). Cho các số thực x, y với $x \geq 0$ thỏa mãn

$$e^{x+3y} + e^{xy+1} + x(y+1) + 1 = e^{-xy-1} + \frac{1}{e^{x+3y}} - 3y.$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y + 1$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. $m \in (2; 3)$. B. $m \in (-1; 0)$. C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (1; 2)$.

Câu 28.31 (Chuyên Sơn La). Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$2^{x^2+4x+5-m^2} = \log_{x^2+4x+6}(m^2+1)$$

có đúng 1 nghiệm là

- A. -2. B. 1. C. 4. D. 0.

Câu 28.32 (Đề chính thức 2017). Xét các số thực dương a, b thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$

- A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$.

Câu 28.33 (Đề chính thức 2017). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn

$$\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$

- A. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11}-29}{21}$. B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}-19}{9}$.
C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3}$. D. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}+19}{9}$.

Câu 28.34 (HSG - TP Đà Nẵng). Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$3^{x^2-2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2-2x+3}(2|x-m|+2)$$

có đúng ba nghiệm phân biệt là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 28.35 (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa). Cho x, y thỏa mãn

$$\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy.$$

Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10}$ khi x, y thay đổi.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 28.36 (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An). Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2(x^2+3) - \log_2 x + x^2 - 4x + 1 \leq 0$.

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 28.37 (HSG 12 - Sở Quảng Nam). Số nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 12)$ của bất phương trình $3^{x+\frac{1}{x}-1} - 3^{2+\frac{11}{x}} \leq \log_2 \sqrt{\frac{2x+11}{x^2+x+1}}$ là

- A. 7. B. 8. C. 5. D. 11.

Câu 28.38 (SGD Quảng Nam). Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^y + y = 2x + \log_2(x + 2^{y-1})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y}$ bằng

- A. $\frac{e + \ln 2}{2}$. B. $\frac{e - \ln 2}{2}$. C. $\frac{e \ln 2}{2}$. D. $\frac{e}{2 \ln 2}$.

Câu 28.39 (Sở Hà Tĩnh). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn

$$\log_{16} \left(\frac{x + y + z}{2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 1} \right) = x(x - 2) + y(y - 2) + z(z - 2).$$

Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{x + y - z}{x + y + z}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 28.40 (THPT Nho Quan A - Ninh Bình). Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $(xy - 1) \cdot 2^{2xy-1} = (x^2 + y) \cdot 2^{x^2+y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y .

- A. $y_{\min} = 3$. B. $y_{\min} = \sqrt{3}$. C. $y_{\min} = 1$. D. $y_{\min} = 2$.

Câu 28.41 (SGD Gia Lai - 2019). Cho phương trình

$$3^x (3^{2x} + 1) - (3^x + m + 2) \sqrt{3^x + m + 3} = 2\sqrt{3^x + m + 3},$$

với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình có nghiệm thực?

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 28.42 (Chuyên Lê Thánh Tông - Quảng Nam). Cho hai số dương x, y thỏa mãn

$$\log_2(4x + y + 2xy + 2)^{y+2} = 8 - (2x - 2)(y + 2).$$

Giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$ là số có dạng $M = a\sqrt{b} + c$ với $a, b \in \mathbb{N}$, $a > 2$. Tính $S = a + b + c$?

- A. $S = 17$. B. $S = 7$. C. $S = 19$. D. $S = 3$.

Câu 28.43 (Vũng Tàu). Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $5^{x+4y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-4y} + y(x - 4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$?

- A. 3. B. $5 + 2\sqrt{5}$. C. $3 - 2\sqrt{5}$. D. $1 + \sqrt{5}$.

Câu 28.44 (Chuyên Huỳnh Mẫn Đạt - Kiên Giang). Cho hai số thực x, y thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x^2 + y^2 + 7}{x - 2y - 1} + x^2 + y^2 - 4x + 8y + 9 = 0.$$

Tìm giá trị lớn nhất của $S = \sqrt{x^2 + y^2}$?

- A. $2\sqrt{5} + 3$. B. $2\sqrt{5} + 6$. C. $3\sqrt{5} + 3$. D. $3\sqrt{5} + 6$.

B BẢNG ĐÁP ÁN

28.1. C	28.2. D	28.3. D	28.4. C	28.5. D	28.6. D	28.7. C	28.8. B
28.9. D	28.10. C	28.11. A	28.12. A	28.13. B	28.14. D	28.15. D	28.16. B
28.17. C	28.18. B	28.19. B	28.20. B	28.21. C	28.22. A	28.23. A	28.24. D
28.25. C	28.27. C	28.28. B	28.29. B	28.30. C	28.31. D	28.32. A	28.33. C
28.34. B	28.35. C	28.36. B	28.37. C	28.38. C	28.39. C	28.40. D	28.41. B
28.42. D	28.43. B	28.44. A					

CHUYÊN ĐỀ 29. ĐỀ THI THPT QUỐC GIA 2021 – LẦN 2

Câu 28.1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $y = -3$. D. $y = 1$.

Câu 28.2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $\frac{2}{3}a^3$. D. $4a^3$.

Câu 28.3. Cho hàm số $f(x) = 3 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x + \sin x + c$. B. $\int f(x) dx = -\sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = 3x - \sin x + c$. D. $\int f(x) dx = 3x + \cos x + C$.

Câu 28.4. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ và $\int_1^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. 12. C. 7. D. -1.

Câu 28.5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (0; -2; 3)$ và $\vec{v} = (-1; 2; -5)$, Tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

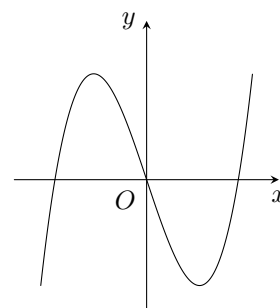
- A. $(-1; 0; -2)$. B. $(1; -4; 8)$. C. $(-1; 4; -8)$. D. $(1; 0; 2)$.

Câu 28.6. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

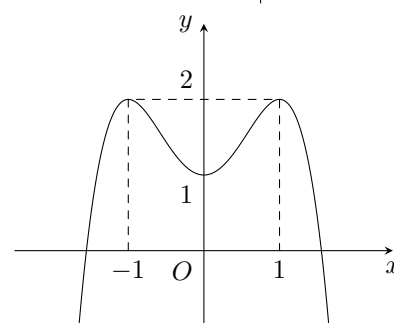
Câu 28.7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^4 + x^2$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^2 - x$. D. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.



Câu 28.8. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.



Câu 28.9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 28.10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vectơ $\vec{n} = (2; 3; -4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $2x + 3y - 4z + 1 = 0$. B. $2x - 3y + 4z = 0$.
C. $2x + 3y - 4z = 0$. D. $2x - 3y + 4z + 1 = 0$.

Câu 28.11. Phần ảo của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A. -4 . B. 3 . C. -3 . D. 4 .

Câu 28.12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (1; 3; -5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+5}{3}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-5}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{-5}$.

Câu 28.13. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^4 + c$. B. $\int f(x) dx = x^4 - 4x + C$.
C. $\int f(x) dx = 12x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = 4x^3 - 4x + C$.

Câu 28.14. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $y' = x5^{x-1}$. B. $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$. C. $y' = 5^x \ln 5$. D. $y' = 5^x$.

Câu 28.15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) > 4$ là

- A. $\left(\frac{81}{2}; +\infty\right)$. B. $(0; 32)$. C. $\left(0; \frac{81}{2}\right)$. D. $(32; +\infty)$.

Câu 28.16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-3	0	-3	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 . B. 4 . C. 1 . D. 2 .

Câu 28.17. Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng

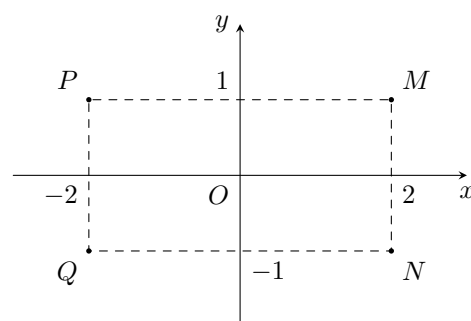
- A. $-2 - 3i$. B. $4 + i$. C. $5 - i$. D. $2 + 3i$.

Câu 28.18. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{7}{3}$. C. -4 . D. 4 .

Câu 28.19. Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + i$?

- A. Điểm N . B. Điểm Q . C. Điểm M . D. Điểm P .



Câu 28.20. Với mọi số thực a dương, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $1 - \log_5 a$. B. $\log_5 a$. C. $5 \log_5 a$. D. $1 + \log_5 a$.

Câu 28.21. Nghiệm của phương trình $7^x = 3$ là

- A. $x = \log_7 3$. B. $x = \sqrt[3]{7}$. C. $x = \frac{3}{7}$. D. $x = \log_3 7$.

Câu 28.22. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -1$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 5. C. -3. D. -5.

Câu 28.23. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = 3Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = \frac{1}{3}Bh$. D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Câu 28.24. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

- A. $\frac{32}{3}\pi a^3$. B. $8\pi a^3$. C. $\frac{4}{3}\pi a^3$. D. $\frac{8}{3}\pi a^3$.

Câu 28.25. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. B. $C_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$. C. $C_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. D. $C_n^4 = \frac{4!(n-4)!}{n!}$.

Câu 28.26. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = \frac{4}{3}\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 28.27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; 0; -2)$. B. $(1; 0; 2)$. C. $(1; 0; -2)$. D. $(-1; 0; 2)$.

Câu 28.28. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 1$?

- A. Điểm $Q(1; 3)$. B. Điểm $M(1; 2)$. C. Điểm $N(1; 1)$. D. Điểm $P(1; 0)$.

Câu 28.29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $x - 2y + 3z + 6 = 0$. B. $x + 2y + 3z - 2 = 0$.
C. $x + 2y + 3z + 2 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Câu 28.30. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$ bằng

- A. -2. B. 5. C. 14. D. 11.

Câu 28.31. Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$, khi đó $\log_3(27a^4)$ bằng

- A. $4b + 3$. B. $4b - 1$. C. $4b + 7$. D. $4b$.

Câu 28.32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

- A. $\frac{9}{19}$. B. $\frac{10}{19}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{5}{19}$.

Câu 28.33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 1; 0)$ và $N(3; 2; -1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

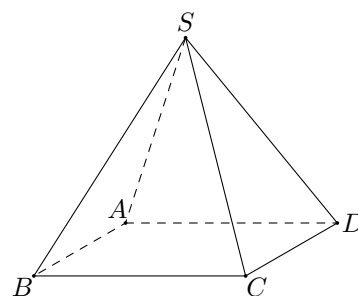
- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{-1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$.

Câu 28.34. Cho số phức $z = 3 - 2i$, môđun của số phức $(1 + i)\bar{z}$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 26. C. 10. D. $\sqrt{26}$.

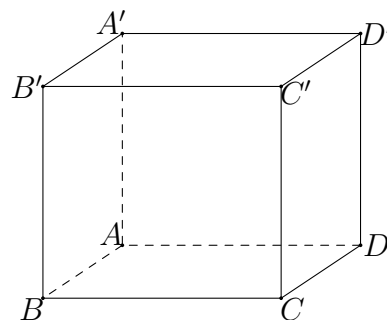
Câu 28.35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SD và AB bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .



Câu 28.36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. $2\sqrt{2}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $2\sqrt{3}a$.



Câu 28.37. Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 13$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 28.38. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

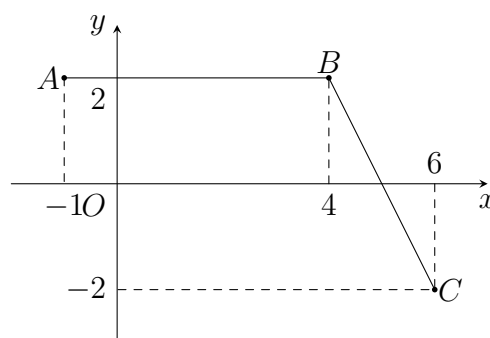
- A. $y = x^3 - 2x$. B. $y = x^4 - 3x^2$. C. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$. D. $y = x^3 + 2x$.

Câu 28.39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. Vô số. B. 27. C. 26. D. 28.

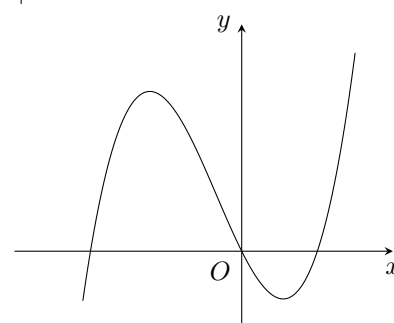
Câu 28.40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(5) + F(6)$ bằng

- A. 19. B. 17. C. 22. D. 18.



Câu 28.41. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.



Câu 28.42. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1; 5)$ thỏa mãn $4(x - 1)e^x = y(e^x + xy - 2x^2 - 3)$?

- A. 14. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 28.43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. B. $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. D. $64\sqrt{3}a^3$.

Câu 28.44. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z| = |w| = 4$ và $|z - w| = 4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 1 + i| + |w - 3 + 4i|$ bằng

A. $5 - 2\sqrt{2}$. B. $5 - \sqrt{2}$. C. $\sqrt{41}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 28.45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 28.46. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - 2x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có 3 điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{71}{9}$. C. $\frac{64}{9}$. D. $\frac{71}{6}$.

Câu 28.47. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $24\sqrt{2}\pi a^2$. B. $18\sqrt{2}\pi a^2$. C. $12\sqrt{2}\pi a^2$. D. $36\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 28.48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 3; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 28.49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

A. 22. B. 21. C. 25. D. 24.

Câu 28.50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 10x^3 + 24x^2 + (3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 22. B. 21. C. 25. D. 24.

BẢNG ĐÁP ÁN

28.1.A	28.2.D	28.3.A	28.4.C	28.5.A	28.6.D	28.7.B	28.8.A	28.9.B	28.10C
28.11C	28.12C	28.13B	28.14C	28.15A	28.16A	28.17D	28.18D	28.19C	28.20D
28.21A	28.22B	28.23C	28.24A	28.25A	28.26D	28.27D	28.28C	28.29A	28.30B
28.31B	28.32D	28.33D	28.34D	28.35B	28.36C	28.37C	28.38D	28.39B	28.40B
28.41C	28.42C	28.43B	28.44D	28.45D	28.46B	28.47D	28.48C	28.49D	28.50B

CHUYÊN ĐỀ 30. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 1

Câu 1. Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng

- A. 5. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$.

- A. Điểm $P(-1; -1)$. B. Điểm $N(-1; -2)$. C. Điểm $M(-1; 0)$. D. Điểm $Q(-1; 1)$.

Câu 4. Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π là

- A. 9π . B. 36π . C. $\frac{\pi}{9}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Câu 5. Tính $I = \int 3^x dx$.

- A. $I = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. B. $I = 3^x \ln 3 + C$. C. $I = 3^x + C$. D. $I = 3^x + \ln 3 + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 7. Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x < \frac{2}{3}$. C. $x > \frac{2}{3}$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Câu 8. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. $6a^3$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{\sqrt{3}}$ là:

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 2]$.

Câu 10. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$.

- A. $S = \{10\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \{7\}$. D. $S = \{6\}$.

Câu 11. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = 16$. Khi đó $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 26$. B. $I = 58$. C. $I = 143$. D. $I = 122$.

Câu 12. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức $w = -3z$ là

- A. $w = -6 - 9i$. B. $w = 6 + 9i$. C. $w = 6 - 9i$. D. $w = -6 + 9i$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Véc-tơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng

- A. 1. B. -3 . C. -1 . D. 3.

Câu 16. Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

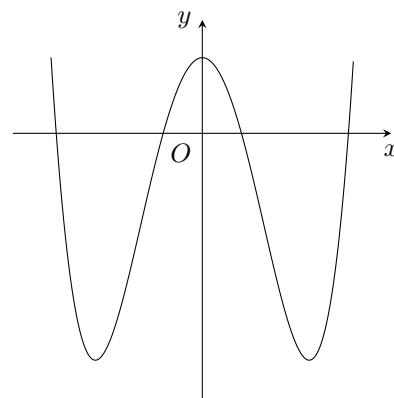
- A. $x = 2; y = 1$. B. $x = -1; y = -2$. C. $x = 1; y = -2$. D. $x = 1; y = 2$.

Câu 17. Với a, b là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$. B. $3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 18. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.
C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. D. $x^4 - 2x^2 - 1$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(4; -2; 1)$. B. $N(4; 2; 1)$. C. $P(2; 1; -3)$. D. $M(2; 1; 3)$.

Câu 20. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 6^6 . B. $5!$. C. $6!$. D. 6.

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Câu 22. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \log_2(3x-1)$ với $x > \frac{1}{3}$.

- A. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1) \ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{1}{(3x-1) \ln 2}$.
C. $f'(x) = \frac{3}{3x-1}$. D. $f'(x) = \frac{3 \ln 2}{3x-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

A. $S = 35\pi$ (cm²). B. $S = 70\pi$ (cm²). C. $S = \frac{70}{3}\pi$ (cm²). D. $S = \frac{35}{3}\pi$ (cm²).

Câu 25. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$

A. $I = \frac{11}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. D. $I = \frac{5}{2}$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_5 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

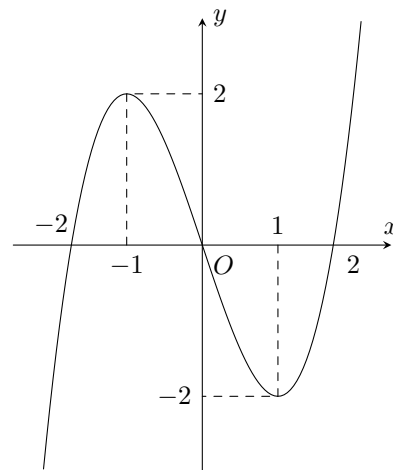
A. -4 . B. 4 . C. -2 . D. 2 .

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = 1$. B. $M(1; -2)$.
C. $M(-2; -4)$. D. $x = -2$.



Câu 29. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng

A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 21$. D. $y = x^3 + x + 1$.

Câu 31. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 5a + 3b$. B. $x = a^5 + b^3$. C. $x = a^5 b^3$. D. $x = 3a + 5b$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là

A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

Câu 33. Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$

A. -140 . B. -130 . C. -120 . D. -133 .

Câu 34. Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$.
C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1 + 2i) = 4 - 3i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a . Góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$, cạnh SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ O đến (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{57}}{18}$. C. $\frac{a\sqrt{45}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{52}}{16}$.

Câu 37. Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{4}{15}$.

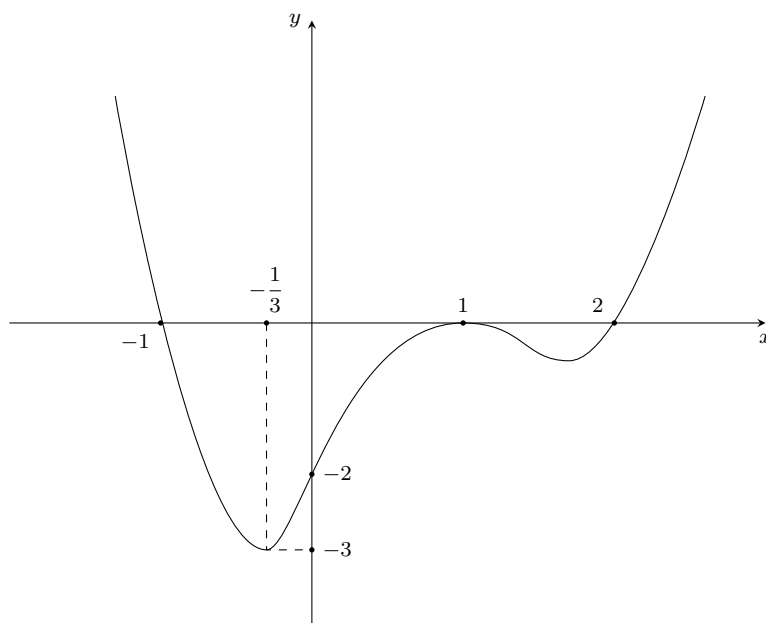
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 0)$, $B(1; 1; 2)$ và $C(2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$.
C. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $(4^x - 65 \cdot 2^x + 64)[2 - \log_3(x+3)] \geq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. 2. B. 3. C. 4. D. vô số.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là



Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. $\frac{242}{225}$. B. $\frac{208}{225}$. C. $\frac{121}{225}$. D. $\frac{149}{225}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 43. Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, tính $P = c + 2d$.

A. $P = 18$. B. $P = -10$. C. $P = -14$. D. $P = 22$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

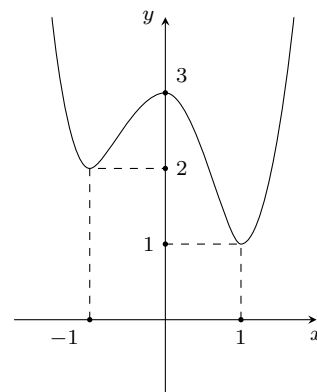
Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để hàm số $g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}mf^2(x) + 3f(x) - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.



Câu 46. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2$, $|2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$.

B. $\frac{71}{9}$.

C. $\frac{71}{6}$.

D. $\frac{64}{9}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$.

A. vô số.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 25.

B. 26.

C. 27.

D. 28.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. C	4. B	5. A	6. C	7. C	8. B	9. C	10. A
11. A	12. D	13. D	14. D	15. A	16. D	17. D	18. C	19. C	20. C
21. D	22. A	23. C	24. B	25. C	26. B	27. C	28. B	29. B	30. D
31. C	32. A	33. D	34. C	35. C	36. A	37. B	38. A	39. C	40. B
41. C	42. C	43. D	44. D	45. B	46. D	47. B	48. C	49. B	50. B

CHUYÊN ĐỀ 31. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 2

Câu 1. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = 3$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính mặt cầu (S) .

- A. $I(-1; -2; 2); R = 3$. B. $I(1; 2; -2); R = \sqrt{2}$.
C. $I(-1; -2; 2); R = 4$. D. $I(1; 2; -2); R = 4$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$.

- A. $P(1; -1)$. B. $N(1; -1)$. C. $M(1; -2)$. D. $Q(1; 0)$.

Câu 4. Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{128\pi a^3}{3}$. B. $\frac{64\pi a^3}{3}$. C. $\frac{256\pi a^3}{3}$. D. $\frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 - 9$ là

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $4x^4 - 9x + C$. C. $\frac{1}{4}x^4 + C$. D. $4x^3 - 9x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 7. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 6. D. 8.

Câu 8. Cho khối chóp (H) có thể tích là $2a^3$, đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Độ dài chiều cao của hình chóp (H) bằng

- A. $4a$. B. a . C. $3a$. D. $2a$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 3x + 1) = -9$ bằng

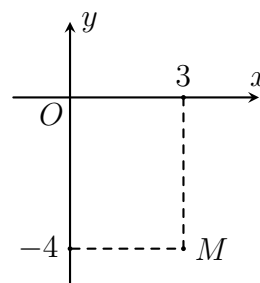
- A. -3 . B. 9 . C. 10^{-9} . D. 3 .

Câu 11. Cho tích phân $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A. $I = -11$. B. $I = 13$. C. $I = 27$. D. $I = 3$.

Câu 12. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $\omega = 5z$ là

- A. $\omega = 15 + 2i$. B. $\omega = -15 + 20i$.
C. $\omega = 15 + 20i$. D. $\omega = 15 - 20i$.



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây không phải là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

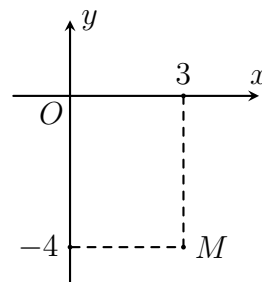
- A. $\vec{n}_4 = (4; 2; -2)$. B. $\vec{n}_2 = (-2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 1; -1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (2; -1; 3)$ và $\vec{b} = (1; 3; -2)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$

- A. $\vec{c} = (0; -7; 7)$. B. $\vec{c} = (0; 7; 7)$. C. $\vec{c} = (0; -7; -7)$. D. $\vec{c} = (4; -7; 7)$.

Câu 15. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của số phức z bằng

- A. 4. B. -4. C. -3. D. 3.



Câu 16. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1 - 4x}{2x - 1}$

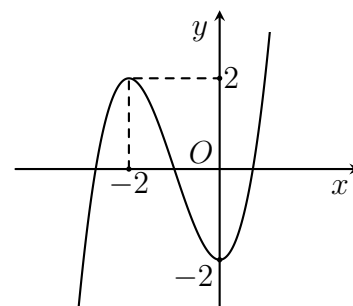
- A. $y = 2$. B. $y = 4$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -2$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. C. $1 + \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 2x^3 + 6x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$. Hỏi (d) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $C(-3; 4; 5)$. B. $D(3; -4; -5)$. C. $B(-1; 2; 2-3)$. D. $A(1; -2; 3)$.

Câu 20. Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. A_6^5 . B. P_6 . C. C_6^5 . D. P_5 .

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

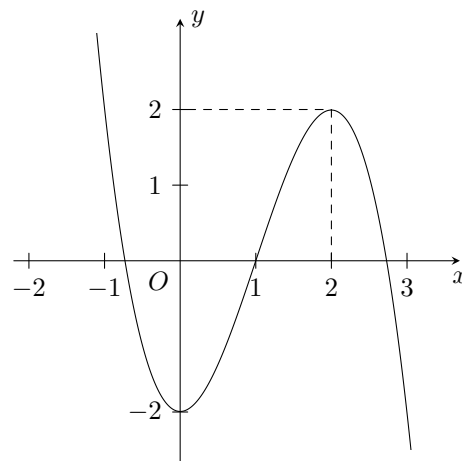
- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $3a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$.

- A. $f'(x) = 2 \cdot e^{2x-3}$. B. $f'(x) = -2 \cdot e^{2x-3}$. C. $f'(x) = 2 \cdot e^{x-3}$. D. $f'(x) = e^{2x-3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.



Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $35\pi \text{ cm}^2$. B. $70\pi \text{ cm}^2$. C. $120\pi \text{ cm}^2$. D. $35\pi \text{ cm}^2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 7$, $\int_2^6 f(x) dx$. Giá trị của

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx \text{ là}$$

- A. 10. B. -4. C. 4. D. 7.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 1$. Khi đó u_3 bằng

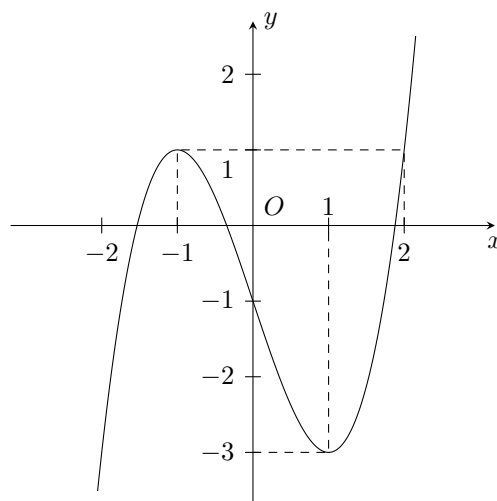
- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 27. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$

- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$. B. $2^x + x^2 + C$. C. $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + C$. D. $2^x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.



Câu 29. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt lớn nhất tại điểm

- A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

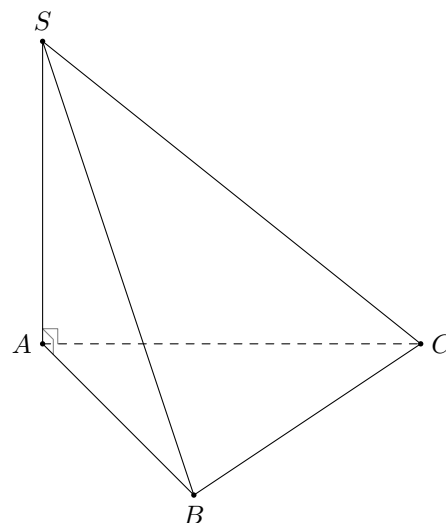
- A. $y = \frac{1}{x}$. B. $y = -x^4 - 2x^3 - 9x$.
C. $y = 1 - x^3$. D. $y = \sqrt{1 - x}$.

Câu 31. Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = 12$. B. $P = \frac{12}{7}$. C. $P = \frac{7}{12}$. D. $P = \frac{1}{12}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC đều cạnh bằng a (minh hoạ như hình vẽ). Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .



Câu 33. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 34. Cho điểm $M(1; 2; 5)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + y + z - 8 = 0$. B. $x + 2y + 5z - 30 = 0$.
C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Câu 35. Cho số phức z thoả mãn $\bar{z}(1 + 2i) = 4 - 3i$. Phần thực của số phức z bằng

A. $\frac{2}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.

Câu 36. Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là

- A. $2a\sqrt{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 37. Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

- A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{99}{667}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{99}{167}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$; $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?

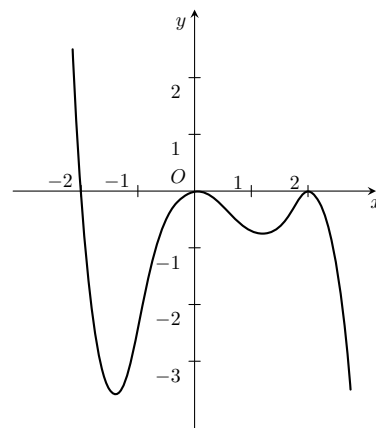
- A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x} - 9) \left(3^x - \frac{1}{27} \right) \sqrt{3^{x+1} - 1} \leq 0$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(f(x))$. Hỏi phương trình $g'(x) = 0$ có mấy nghiệm thực phân biệt?

- A. 14. B. 10. C. 8. D. 12.



Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = \frac{1}{21}$ và $f'(x) = \sin 3x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$, khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{137}{441}$. B. $-\frac{137}{441}$. C. $\frac{247}{441}$. D. $\frac{167}{882}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{8a^3}{9}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{4a^3}{9}$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , điểm $M(x; y)$ biểu diễn nghiệm của bất phương trình $\log_3(9x+18) + x = y + 3^y$. Có bao nhiêu điểm M có tọa độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R = 7$?

- A. 7. B. 2. C. 3. D. 10.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi A, B là tiếp điểm và I là tâm của mặt cầu (S) . Giá trị $\cos \widehat{AIB}$ bằng

- A. $-\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 47. Cho các hàm số $y = f(x); y = f(f(x)); y = f(x^2 + 2x - 1)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1); (C_2); (C_3)$. Đường thẳng $x = 2$ cắt $(C_1); (C_2); (C_3)$ lần lượt tại A, B, C . Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại A và của (C_2) tại B lần lượt là $y = 2x + 3$ và $y = 8x + 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại C là

- A. $y = 8x - 9$. B. $y = 12x + 3$. C. $y = 24x - 27$. D. $y = 4x + 1$.

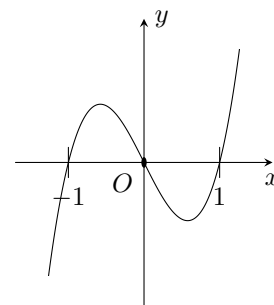
Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + a$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2x - 1)f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 7.

C. 4.

D. 1.



Câu 49. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = 2MB$; N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD . Gọi Q là giao điểm của AC và (MNP) . Thể tích khối đa diện $ABMNPQ$ bằng

A. $\frac{7\sqrt{2}}{216}$.B. $\frac{13\sqrt{2}}{432}$.C. $\frac{\sqrt{2}}{36}$.D. $\frac{11\sqrt{2}}{432}$.

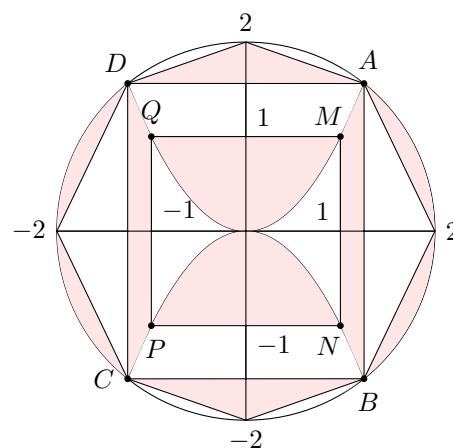
Câu 50. Một biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O , phía trong được trang trí bởi hình chữ nhật $ABCD$; hình vuông $MNPQ$ có cạnh $MN = 2$ (m) và hai đường parabol đối xứng nhau chung đỉnh O như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 300000 đồng/m² và phần còn lại là 250000 đồng/m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 3439000 đồng.

B. 3628000 đồng.

C. 3580000 đồng.

D. 3363000 đồng.



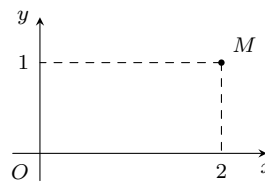
BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. A	4. C	5. A	6. D	7. C	8. C	9. C	10. D
11. B	12. D	13. C	14. A	15. D	16. D	17. C	18. B	19. D	20. A
21. C	22. A	23. C	24. B	25. C	26. C	27. A	28. B	29. D	30. C
31. B	32. C	33. A	34. B	35. B	36. B	37. B	38. B	39. B	40. B
41. A	42. A	43. B	44. A	45. B	46. A	47. C	48. B	49. B	50. A

CHUYÊN ĐỀ 32. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 3

Câu 1. Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

- A. $1 - 2i$. B. $2 + i$. C. $1 + 2i$. D. $2 - i$.



Câu 2. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) : $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$ là

- A. $I(1; 2; 3); R = 3$. B. $I(-1; 2; -3); R = 3$.
C. $I(1; -2; 3); R = 3$. D. $I(1; 2; -3); R = 3$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$

- A. Điểm $P(1; 2)$. B. Điểm $N(0; -2)$. C. Điểm $M(-1; 2)$. D. Điểm $Q(-1; 0)$.

Câu 4. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = \frac{32\pi a^3}{3}$ là

- A. $R = 2a$. B. $R = 2\sqrt{2}a$. C. $R = \sqrt{2}a$. D. $R = \sqrt[3]{7}a$.

Câu 5. Nguyên hàm $\int \sin 2x \, dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\cos 2x + C$. C. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $-\cos 2x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x + 2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

Câu 7. Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1$. Tập nghiệm T là của bất phương trình là

- A. $T = [-2; 2]$. B. $T = [2; +\infty)$.
C. $T = (-\infty; -2]$. D. $T = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-12}$

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
C. $\mathcal{D} = (-1; 1)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(x - 1) = 3$ là

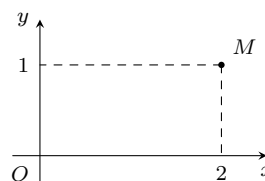
- A. $x = 66$. B. $x = 63$. C. $x = 68$. D. $x = 65$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2; \int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 12$. C. $I = 36$. D. $I = 4$.

Câu 12. Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $w = -2z$ là

- A. $w = 4 + 2i$. B. $w = 4 - 2i$.
C. $w = -4 + 2i$. D. $w = -4 - 2i$.



Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$. Khi đó, một vectơ pháp tuyến của (α) là

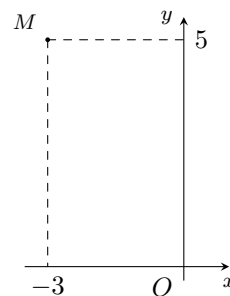
- A. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. C. $\vec{n} = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n} = (-2; 3; 4)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = (2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

- A. $\vec{x} = (2; -1; 19)$. B. $\vec{x} = (-2; 3; 19)$. C. $\vec{x} = (-2; -3; 19)$. D. $\vec{x} = (-2; -1; 19)$.

Câu 15. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng

- A. 3. B. -3. C. -5. D. 5.



Câu 16. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$ là

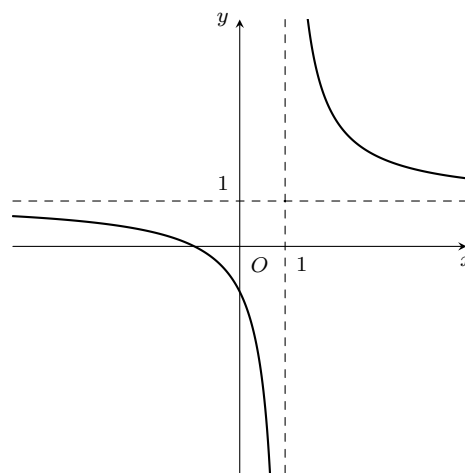
- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$ bằng

- A. $1 - \log_3 a$. B. $3 - \log_3 a$. C. $\frac{1}{\log_3 a}$. D. $1 + \log_3 a$.

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.



Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$. B. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Câu 20. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả trong 5 loại, 1 loại nước uống trong 3 loại. Hỏi có bao nhiêu cách lập thực đơn?

- A. 73. B. 75. C. 85. D. 95.

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $\sqrt{3}a^2$. Độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

- A. $\sqrt{6}a^3$. B. $\sqrt{3}a^3$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$.

- A. $y' = 17^{-x} \ln 17$. B. $y' = -x \cdot 17^{-x-1}$. C. $y' = -17^{-x}$. D. $y' = -17^{-x} \ln 17$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$			0		$+\infty$
		1			1	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 24. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- A. πa^2 . B. $2a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2}$, $\int_3^4 f(x) dx = \frac{3}{4}$.

Tính giá trị biểu thức $I = \int_1^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{3}{8}$. B. $I = \frac{5}{4}$. C. $I = \frac{5}{8}$. D. $I = \frac{1}{4}$.

Câu 26. Cho cấp số cộng u_n với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Hỏi số 34 là số hạng thứ mấy?

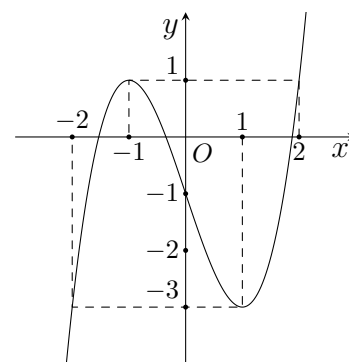
- A. 12. B. 9. C. 11. D. 10.

Câu 27. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số là

- A. $y = 2$. B. $y = -1$. C. $y = -3$. D. $y = 1$.



Câu 29. Trên đoạn $[-3; 2]$, hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = -\sqrt{5}$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^3 + 2x$. B. $y = x^4 + 2x^3 + 7x$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x\sqrt{x^2+1}$.

Câu 31. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 4.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 33. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$, tích phân $\int_0^1 (2f(x) - 3x^2) dx$ bằng

- A. 1. B. 0. C. 3. D. -1.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + z = 0$. B. $x - 2y + z = 0$.
C. $x + 2y + z - 4 = 0$. D. $x - 2y + z + 4 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $\bar{z}$ của z bằng

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$ và $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Tính theo a khoảng cách từ A đến (SBC) .

- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Câu 37. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

- A. $\frac{17}{42}$. B. $\frac{41}{126}$. C. $\frac{31}{126}$. D. $\frac{5}{21}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

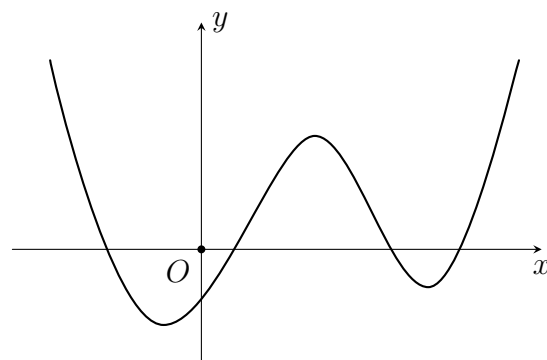
- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 39. Bất phương trình $(x^3 - 9x) \ln(x + 5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 4. B. 7. C. 6. D. Vô số.

Câu 40. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho như hình vẽ bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$ và trục Ox là

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 0.



Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \sin^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{104}{225}$. B. $-\frac{104}{225}$. C. $\frac{121}{225}$. D. $\frac{167}{225}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C , $AB = 2a$, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 4az + b^2 + 2 = 0$, (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 44. Cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y-7}{-3} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) . Phương trình nào sau đây là phương trình của (Δ)

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-2}$. D. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2mt \\ y = -(m^2 + 1)t \\ z = (1 - m^2)t \end{cases}$. Gọi Δ' là đường thẳng qua gốc tọa độ O và song song với Δ . Gọi A, B, C lần lượt là các điểm di động trên Oz, Δ, Δ' . Giá trị nhỏ nhất $AB + BC + CA$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên $[0; 3]$ và thỏa mãn $f(0) = 3; f(3) = 8$ và $\int_0^3 \frac{(f'(x))^2}{f(x)+1} dx = \frac{4}{3}$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $\frac{64}{9}$. B. $\frac{55}{9}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{19}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(-2) = 3, f(2) = 2$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Bất phương trình $3^{f(x)+m} \leq 4f(x) + 1 + 4m$ nghiệm đúng với mọi số thực $x \in (-2; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m \in (-2; -1)$. B. $m \in [-2; -1]$. C. $m \in [-2; 3]$. D. $m \in (-2; 3)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

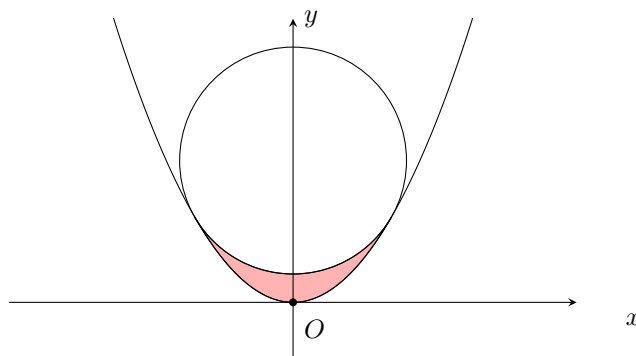
x	$-\infty$	0	2	5	10	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là

- A. $f(5), f(0)$. B. $f(0), f(2)$. C. $f(1), f(5)$. D. $f(5), f(2)$.

Câu 49. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm thuộc trục tung, bán kính $R = 1$ tiếp xúc với (P) tại hai điểm phân biệt. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và (C) (phần tô đậm trong hình vẽ bên) bằng

- A. $\frac{14 - 3\sqrt{3} - 2\pi}{12}$. B. $\frac{3\sqrt{3} + 2\pi - 8}{12}$.
C. $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{9\sqrt{3} - 4\pi}{12}$.



Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 - 3x + b$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- A. 5. B. 4. C. 1. D. Vô số.

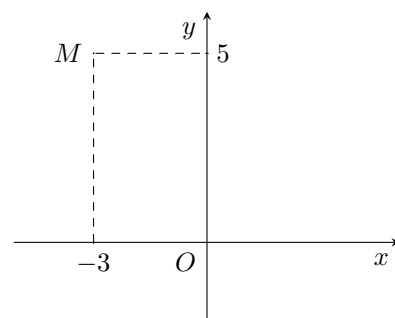
BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. C	4. A	5. A	6. B	7. A	8. B	9. A	10. D
11. A	12. D	13. D	14. C	15. D	16. B	17. A	18. B	19. B	20. B
21. A	22. D	23. D	24. D	25. B	26. A	27. B	28. D	29. D	30. D
31. D	32. B	33. A	34. A	35. C	36. A	37. A	38. A	39. C	40. D
41. B	42. B	43. D	44. A	45. D	46. B	47. B	48. D	49. D	50. C

CHUYÊN ĐỀ 33. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 4

Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Tính mô-đun của z .

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = 8$. C. $|z| = 34$. D. $|z| = \sqrt{34}$.



Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = \sqrt{53}$. B. $R = 4\sqrt{2}$. C. $R = \sqrt{10}$. D. $R = 3\sqrt{17}$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = -x^4 + x^2 - 2$

- A. Điểm $P(-1; -2)$. B. Điểm $N(1; -2)$. C. Điểm $M(-1; 0)$. D. Điểm $Q(0; -2)$.

Câu 4. Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

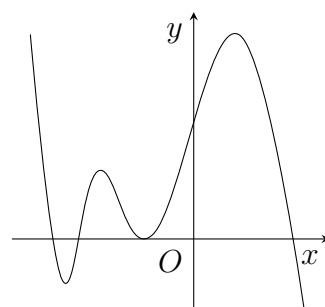
- A. $\frac{32\pi a^3}{3}$. B. $6\pi a^3$. C. $\frac{8\pi a^3}{3}$. D. $16\pi a^2$.

Câu 5. Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$. B. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.
C. $\ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.



Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

- A. $(-\infty; -1]$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho

- A. $h = a$. B. $h = 2a$. C. $h = 3a$. D. $h = \sqrt{3}a$.

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$. D. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Câu 10. Phương trình $\log_3(x^2 - 10x + 9) = 2$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = 10 \\ x = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 \\ x = 9 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 10 \\ x = 9 \end{cases}$.

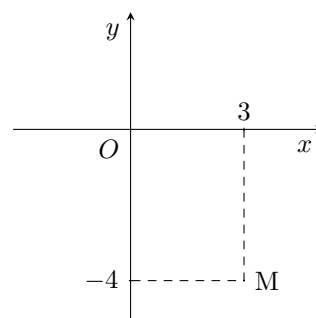
Câu 11. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$, $\int_2^5 f(x) dx = 5$ và $\int_1^5 g(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_1^2 (2f(x) - g(x)) dx$

- A. $I = -2$. B. $I = 10$. C. $I = 4$. D. $I = 8$.

Câu 12. Điểm M trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức z .

Khi đó số phức $w = 5\bar{z}$

- A. $w = -15 + 20i$. B. $w = -15 - 20i$.
C. $w = 15 + 20i$. D. $w = 15 - 20i$.



Câu 13. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x - z + 1 = 0$. Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

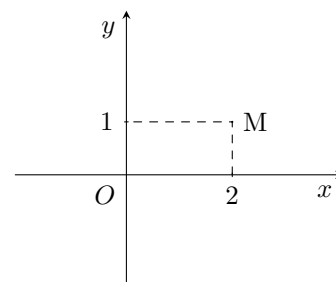
- A. $(3; 0; -1)$. B. $(3; -1; 1)$. C. $(3; -1; 0)$. D. $(-3; 1; 1)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba véc tơ $\vec{a}(1; 2; 3)$; $\vec{b}(2; 2; -1)$; $\vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{d}(-7; 0; -4)$. B. $\vec{d}(-7; 0; 4)$. C. $\vec{d}(7; 0; -4)$. D. $\vec{d}(7; 0; 4)$.

Câu 15. Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

- A. $1 - 2i$. B. $2 + i$. C. $1 + 2i$. D. $2 - i$.



Câu 16. Tìm đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3 - 2x}{x - 2}$

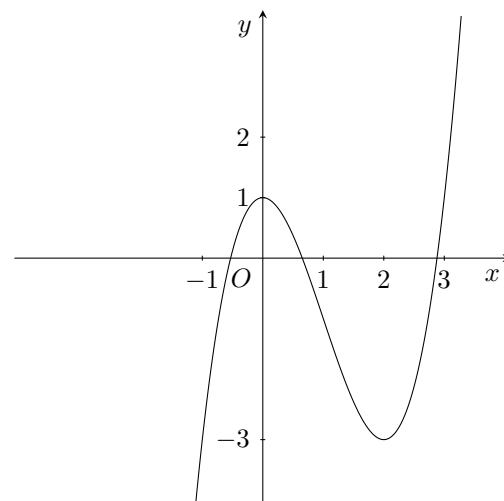
- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $y = -2$. D. $y = 3$.

Câu 17. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2 c^3)$

- A. $P = 13$. B. $P = 31$. C. $P = 30$. D. $P = 108$.

Câu 18. Đồ thị như hình vẽ là của hàm số

- A. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$. D. $y = 3x^2 + 2x + 1$.



Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vec tơ sau, đâu **không phải** là vec tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -6; -9)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; 4; 3)$.

Câu 20. Một tổ có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh trong đó có 2 học sinh nam?

- A. $C_4^2 + C_6^1$. B. $C_4^2 C_6^1$. C. $A_4^2 A_6^1$. D. $A_4^2 + A_6^1$.

Câu 21. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = 2AA' = a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

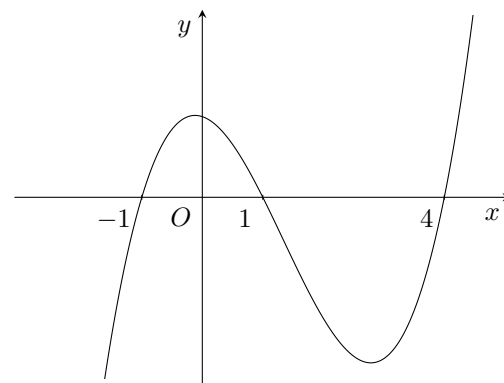
- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. a^3 .

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log_a(x^2 + 1)$ là

- A. $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$. B. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}$. C. $\frac{2x}{x^2 + 1}$. D. $\frac{\ln 2}{x^2 + 1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 4)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; +\infty)$.



Câu 24. Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a , tính diện tích toàn phần S của hình trụ đó

- A. $S = \frac{3}{2}\pi a^2$. B. $S = \frac{5}{4}\pi a^2$. C. $S = \pi a^2$. D. $S = 3\pi a^2$.

Câu 25. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 3$, $\int_0^5 f(x) dx = 10$. Tính tích phân $\int_3^5 2f(z) dz$

- A. $\int_3^5 2f(z) dz = -7$. B. $\int_3^5 2f(z) dz = 14$. C. $\int_3^5 2f(z) dz = 13$. D. $\int_3^5 2f(z) dz = 7$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_4 = 1$; $q = 3$. Tìm u_1

- A. $u_1 = \frac{1}{9}$. B. $u_1 = 9$. C. $u_1 = 27$. D. $u_1 = \frac{1}{27}$.

Câu 27. Biết $\int f(2x) dx = \sin^2 x + \ln x + C$. Tìm nguyên hàm của $\int f(x) dx$.

- A. $\int f(x) dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 2x + 2 \ln x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \ln x + C$. D. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 x + 2 \ln x + C$.

Câu 28. Trên đoạn $[-2; 1]$, hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$

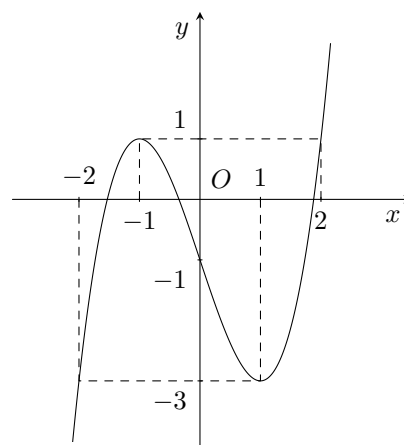
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 5$.
C. $y = -x^3 + x^2 - 2x - 1$. D. $y = -x^3 - 3x^2 + 4$.

Câu 30. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 9b^2$. B. $a = 9b$. C. $a = 6b$. D. $a = 9b^2$.

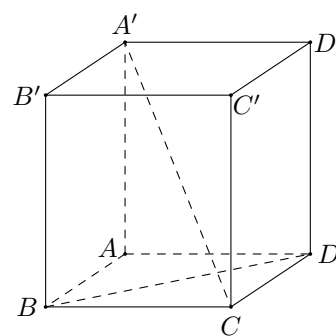
Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số là

- A. $y = 2$. B. $y = -1$. C. $y = -3$. D. $y = 1$.



Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết đáy $ABCD$ là hình vuông. Tính góc giữa $A'C$ và BD .

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .



Câu 33. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx = a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = \frac{3}{4}$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

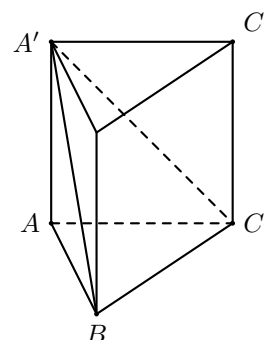
- A. $(P) : x + 5y + 8z - 16 = 0$. B. $(P) : x + 5y + 8z + 16 = 0$.
C. $(P) : x + 4y + 6z - 12 = 0$. D. $(P) : 2x + y - 6 = 0$.

Câu 35. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1-i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A. 6. B. -2. C. 2. D. -6.

Câu 36. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. D. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$.



Câu 37. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp số có ba chữ số khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số chẵn bằng

- A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{16}{81}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

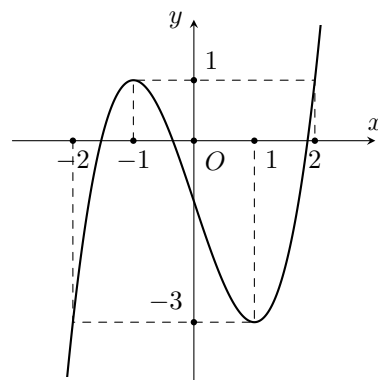
- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 39. Cho bất phương trình $(\log x + 1)(4 - \log x) > 0$. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình trên?

- A. 1000. B. 10001. C. 9998. D. 9999.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(f(x) - 1) = 0$ có tất cả bao nhiêu thực phân biệt?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.



Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{27}{8}$ và $f'(x) = 12 \sin 2x \cdot \cos^2 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 0$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. 0. B. $-\frac{87}{64}$. C. $-\frac{21}{8}$. D. $\frac{87}{64}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy $ABCD$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + 4az + b^2 + 2 = 0, (a, b \text{ là các tham số thực})$. Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng: $d_1 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}, d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3a, AC = 4a, AD = 5a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA . Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $V = \frac{120a^3}{27}$.

B. $V = \frac{10a^3}{4}$.

C. $V = \frac{80a^3}{7}$.

D. $V = \frac{20a^3}{27}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba có đồ thị hàm số như hình vẽ bên.

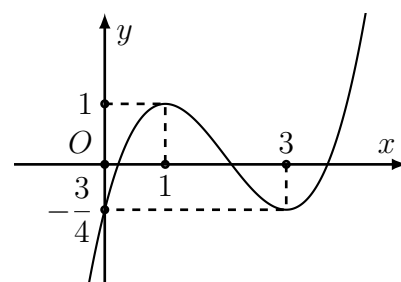
Hàm số $g(x) = \left| f(xf(x)) + \frac{3}{4} \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 15.

B. 14.

C. 12.

D. 13.



Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và hai điểm $A(1; 3; 2)$, $B(9; -3; 4)$. Gọi (P) , (Q) là hai mặt phẳng phân biệt cùng chứa AB và tiếp xúc với (S) tại M và N . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$ bằng

A. $\frac{\sqrt{129}}{2}$.

B. $\sqrt{51}$.

C. $\frac{\sqrt{4874}}{7}$.

D. $\sqrt{26}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [2; 2020]$ để tồn tại hai cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + y^3 = m$ và $\log_2 x \log_3 y = 1$?

A. 2019.

B. 2003.

C. 2004.

D. 2005.

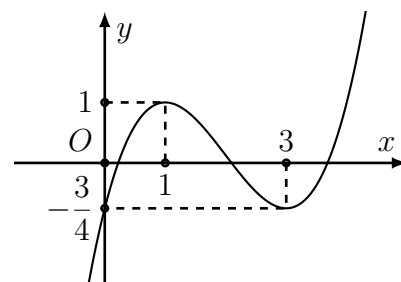
Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ thỏa mãn $a + b \leq 16$ để phương trình $f(ax^2 - 1) = \frac{1}{bx}$ có 7 nghiệm thực phân biệt?

A. 101.

B. 96.

C. 89.

D. 99.



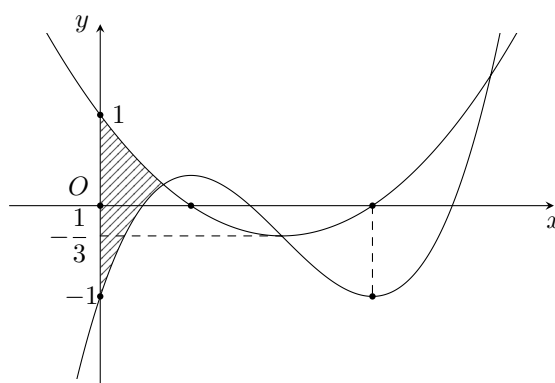
Câu 50. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d - 1$; $g(x) = mx^2 + nx + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f''(2) = 0$ và hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 7$. Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0; \frac{2}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{5}; 1\right)$.



BẢNG ĐÁP ÁN

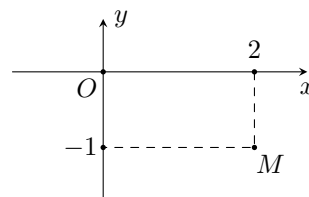
1. D	2. C	3. C	4. A	5. B	6. D	7. A	8. C	9. B	10. D
11. A	12. C	13. A	14. C	15. D	16. B	17. A	18. B	19. D	20. B
21. C	22. B	23. C	24. A	25. B	26. D	27. C	28. D	29. C	30. B
31. C	32. A	33. D	34. A	35. A	36. D	37. A	38. B	39. D	40. C
41. C	42. A	43. D	44. A	45. D	46. D	47. A	48. C	49. D	50. C

CHUYÊN ĐỀ 34. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 5

Câu 28.1. Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức z .

Tính mô-đun của z .

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = 1$.



Câu 28.2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$.

- A. $I(2; 0; -1)$, $R = 3$. B. $I(4; 0; -2)$, $R = 3$. C. $I(-2; 0; 1)$, $R = 1$. D. $I(2; 0; -1)$, $R = 1$.

Câu 28.3. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 + mx^3 - mx + 2019$ (m là tham số)?

- A. $A(-1; 2020)$. B. $C(1; 2019)$. C. $C(0; 2020)$. D. $A(2; 2020)$.

Câu 28.4. Khối cầu (S) có diện tích bằng 16π (đvdt). Tính thể tích khối cầu.

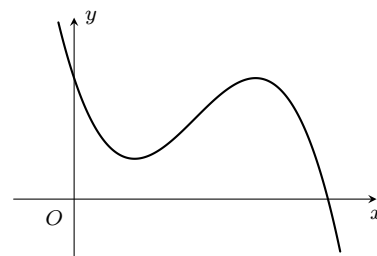
- A. $\frac{32\pi}{9}$ (đvdt). B. $\frac{32\pi}{3}$ (đvdt). C. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvdt). D. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}$ (đvdt).

Câu 28.5. Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \sin 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = 3 \sin 3x + C$. D. $\int f(x) dx = -3 \sin 3x + C$.

Câu 28.6. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.



Câu 28.7. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 28.8. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{1}{3}a^3$. B. $\frac{1}{2}a^3$. C. $\frac{1}{6}a^3$. D. $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 28.9. Tập xác định của hàm số $y = (2x - x^2)^{-x}$ là

- A. $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.
C. $[0; 2]$. D. $(0; 2)$.

Câu 28.10. Nghiệm của phương trình $\log_2(\log_4 x) = 1$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 16$. C. $x = 4$. D. $x = 2$.

Câu 28.11. Gọi f, g là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn điều kiện $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$

đồng thời $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

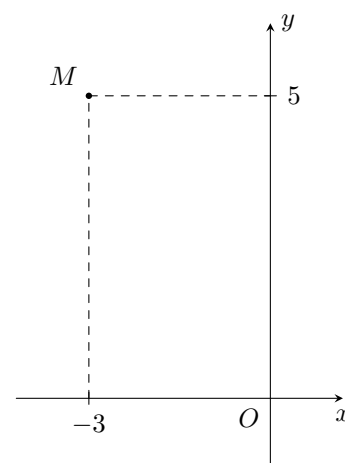
A. 9.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 28.12. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Khi đó số phức $w = 2z - 3 + 4i$ là

A. $w = 9 - 6i$.B. $w = 9 + 14i$.C. $w = -9 - 14i$.D. $w = -9 + 14i$.

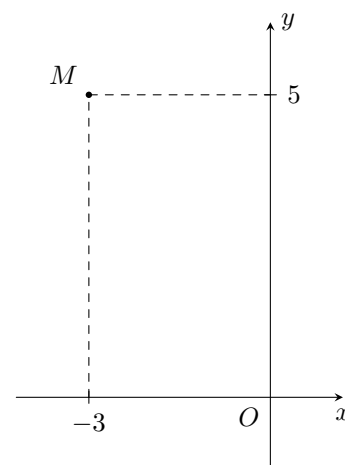
Câu 28.13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây **không phải** là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$

A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$.B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$.C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$.D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

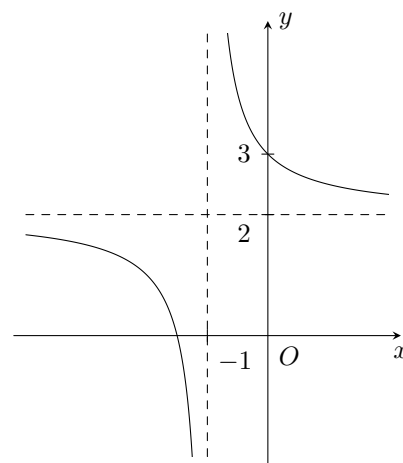
Câu 28.14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MA}$.

A. $M\left(-2; 3; \frac{7}{2}\right)$.B. $M(-2; 3; 7)$.C. $M(-4; 6; 7)$.D. $M\left(-2; -3; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 28.15. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z . Chọn kết luận đúng về số phức $\bar{z}$.

A. $\bar{z} = 3 + 5i$.B. $\bar{z} = -3 + 5i$.C. $\bar{z} = 3 - 5i$.D. $\bar{z} = -3 - 5i$.

Câu 28.16. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là

A. $x = -1$ và $y = 2$.B. $x = 1$ và $y = 2$.C. $x = -1$ và $y = -2$.D. $x = 1$ và $y = -2$.

Câu 28.17. Cho a và b là hai số thực thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A. 4.

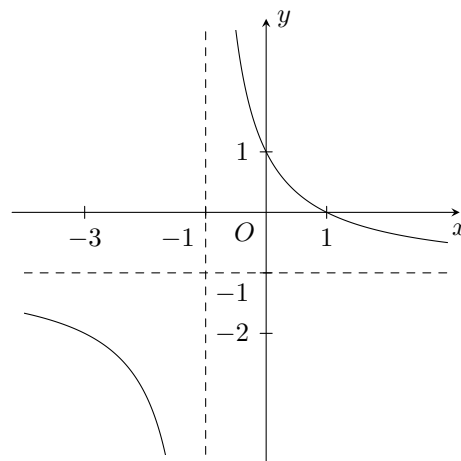
B. 5.

C. 2.

D. 32.

Câu 28.18. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A. $y = \frac{-x}{x+1}$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.
 C. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$. D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.



Câu 28.19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận véc-tơ $\vec{u} = (a; 2; b)$ làm véc-tơ chỉ phương. Tính $a + b$.

- A. -8 . B. 8 . C. 4 . D. -4 .

Câu 28.20. Tập hợp M có 12 phần tử. Số tập hợp gồm 2 phần tử của M là

- A. 12^2 . B. C_{12}^2 . C. A_{12}^{10} . D. A_{12}^2 .

Câu 28.21. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

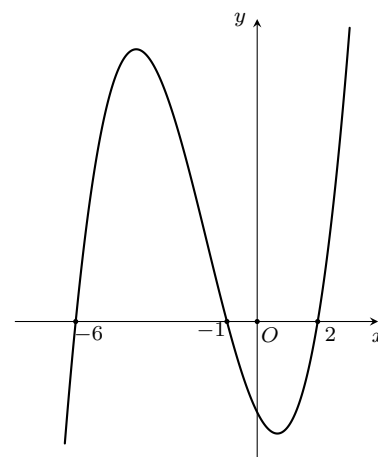
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28.22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{2017x}$

- A. $y' = 2017 \ln 3 \cdot 3^{2017x}$. B. $y' = 3^{2017}$.
 C. $y' = \frac{3^{2017}}{\ln 3}$. D. $y' = \ln 3 \cdot 3^{2017x}$.

Câu 28.23. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-\infty; -6)$. D. $(-3; 0)$.



Câu 28.24. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB .

- A. $12\pi a^2$. B. $12\pi a^2\sqrt{3}$. C. $6a^2\sqrt{3}$. D. $2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 28.25. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 21$;

$$\int_0^{10} g(x) dx = 16; \int_3^{10} [f(x) - g(x)] dx = 2. \text{ Tính } I = \int_0^3 [f(x) - g(x)] dx.$$

- A. $I = 3$. B. $I = 15$. C. $I = 11$. D. $I = 7$.

Câu 28.26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

- A. $u_1 = 2$. B. $u_1 = 3$. C. $u_1 = -3$. D. $u_1 = -2$.

Câu 28.27. Cho $\int f(4x) dx = x^2 + 3x + C$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(x+2) dx = \frac{x^2}{4} + 2x + C$. B. $\int f(x+2) dx = x^2 + 7x + C$.
C. $\int f(x+2) dx = \frac{x^2}{4} + 4x + C$. D. $\int f(x+2) dx = \frac{x^2}{2} + 4x + C$.

Câu 28.28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Câu 28.29. Hàm $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1$ đạt giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt tại x_1 và x_2 . Khi đó $x_1 + x_2$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 28.30. Hàm số nào sau đây **không** đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = x^5 + x^3 - 10$.

Câu 28.31. Cho $a, b > 0$ nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

- A. 2^9 . B. 2. C. 8. D. 2^{18} .

Câu 28.32. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 28.33. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f(0) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) = xe^{x^2}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^1 xf(x) dx$ bằng

- A. $\frac{e+1}{4}$. B. $\frac{e-1}{4}$. C. $\frac{e-1}{2}$. D. $\frac{e+1}{2}$.

Câu 28.34. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d .

- A. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$. B. $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$.
C. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$. D. $(P): 2x + y + 2z - 2 = 0$.

Câu 28.35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -1$.

Câu 28.36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a}{2}$. D. a .

Câu 28.37. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{20}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 28.38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z = 0$ và điểm $A(1; 2; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng (α) , (β) có phương trình là

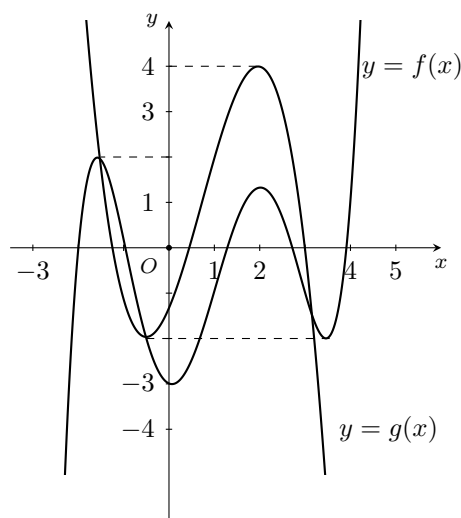
- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 28.39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $(3^{x^2-x} - 9)(2^{x^2} - m) \leq 0$ có đúng 5 nghiệm nguyên phân biệt?

- A. 65021. B. 65024. C. 65022. D. 65023.

Câu 28.40. Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị như hình. Khi đó tổng số nghiệm của hai phương trình $f(g(x)) = 0$ và $g(f(x)) = 0$ là

- A. 25. B. 22. C. 21. D. 26.



Câu 28.41. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{8}{3}$ và $f'(x) = 16 \cos 4x \cdot \sin^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{31}{18}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{64}{27}$. C. 0. D. $\frac{31}{8}$.

Câu 28.42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng a và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{8a^3}{9}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{4a^3}{9}$.

Câu 28.43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 28.44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $a: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$; $b: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d song song với (P) , cắt a và b lần lượt tại M và N mà $MN = \sqrt{2}$.

- A. $d: \frac{7x-1}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$. B. $d: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

C. $d: \frac{7x+4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}.$

D. $d: \frac{7x-4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}.$

Câu 28.45. Cho hàm số

$$f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + mx + n \quad (a, b, c, d, m, n \in \mathbb{R}).$$

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực tiểu của hàm số

$$g(x) = |f(x) - (1024a + 256b + 64c + 16d + 4m + n)|$$

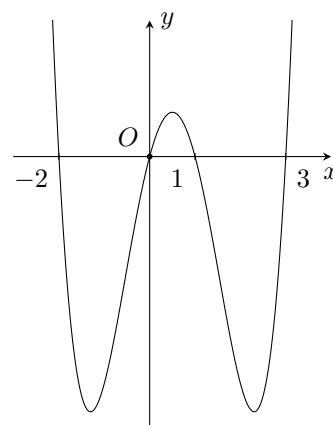
là

A. 4.

B. 3.

C. 7.

D. 9.



Câu 28.46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh bằng $4a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 45° . Gọi M là trung điểm AD , H, K lần lượt là hai điểm thay đổi thuộc miền trong tam giác SAB và SCD sao cho $HK \parallel (ABCD)$, $SHOK$ là tứ giác nội tiếp. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $M.SHOK$.

A. $4a^3$.

B. $\frac{4}{3}a^3$.

C. $\frac{16\sqrt{6}}{9}a^3$.

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 28.47. Cho hàm f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $3[f(x)]^2 = 2 \int_0^x [(f(t))^3 + (f'(t))^3] dt + 2x$ với mọi số thực x . Tích phân $\int_0^1 2021(f(x))^2 x dx$ nhận giá trị trong khoảng nào trong các khoảng sau?

A. (205; 206).

B. (199; 200).

C. (242; 243).

D. (201; 202).

Câu 28.48. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(a; b; 1)$, $B(b; 1; a)$, $C(1; a; b)$ (với $a, b \geq 0$), biết mặt phẳng (ABC) cùng với các mặt phẳng tọa độ tạo thành tứ diện có thể tích bằng 36. Tìm bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) đi qua 4 điểm $A, B, C, D(1; 2; 3)$.

A. $\sqrt{6}$.

B. 1.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 28.49. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện: $(z_1 + 2 - i)(\bar{z}_1 + 1 + 2i)$ là một số thực và $|z_2 - 1 - 3i| = |z_2 - 1 + i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 5 - 2i| + |z_2 - 5 - 2i|$ bằng:

A. 9.

B. $6 + 3\sqrt{2}$.

C. 10.

D. $1 + \sqrt{85}$.

Câu 28.50. Cho hai đồ thị $(C_1): y = \log_2 x$ và $(C_2): y = 2^x$. M, N lần lượt là hai điểm thay đổi trên (C_1) và (C_2) . Giá trị nhỏ nhất của MN thuộc

A. $(0; \frac{1}{2})$.

B. $(\frac{1}{2}; 1)$.

C. $(1; \frac{3}{2})$.

D. $(\frac{3}{2}; +\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

28.1.A	28.2.D	28.3.A	28.4.B	28.5.A	28.6.B	28.7.D	28.8.C	28.9.D	28.10B
28.11B	28.12D	28.13D	28.14A	28.15D	28.16A	28.17B	28.18B	28.19B	28.20B
28.21B	28.22A	28.23C	28.24D	28.25A	28.26D	28.27C	28.28B	28.29D	28.30C
28.31A	28.32A	28.33B	28.34C	28.35B	28.36B	28.37D	28.38B	28.39B	28.40B
28.41D	28.42A	28.43D	28.44D	28.45B	28.46B	28.47C	28.48C	28.49C	28.50C

CHUYÊN ĐỀ 35. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 6

Câu 1. Cho số phức $z = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$. Số phức liên hợp của z là

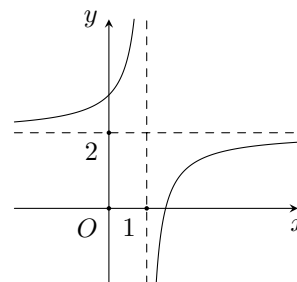
- A. $\bar{z} = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$. B. $\bar{z} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}i$. C. $\bar{z} = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$. D. $\bar{z} = -\sqrt{2} - \sqrt{3}i$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$ có đường kính bằng

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 32.

Câu 3. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-3}{x-2}$. D. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.



Câu 4. Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{2}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Câu 5. $\int x \, dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2}x^2 + C$. B. $x^2 + C$. C. $\frac{1}{2}x + C$. D. $x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình

x	$-\infty$		-5		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+1} > 3$ là

- A. $(-\infty; 1 + \log_5 3)$. B. $(-\infty; -1 + \log_5 3)$. C. $(-1 + \log_5 3; +\infty)$. D. $(\log_5 3; +\infty)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 20$ và chiều cao $h = 12$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 80. B. 240. C. 160. D. 120.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log(x-1)$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $[1; +\infty]$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $2^x = \frac{1}{8}$ là

- A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = \frac{1}{16}$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 11. Nếu $\int_2^5 f(x) \, dx = 4$ và $\int_5^2 g(x) \, dx = 5$ thì $\int_2^5 [2f(x) + g(x)] \, dx$ bằng

- A. 13. B. 3. C. -1. D. -3.

Câu 12. Cho số phức $z = 2 + 3i$, khi đó phần ảo của số phức $3\bar{z}$ bằng

- A. -9 . B. 9 . C. 6 . D. -6 .

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$. Véc-tơ nào sau đây không là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 0)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (-4; 2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (4; 2; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; 2)$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(3; -2; 3)$. B. $(3; 2; 3)$. C. $(3; 4; 3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 2i$ có điểm biểu diễn là điểm nào?

- A. $M(-2; 3)$. B. $N(3; -2)$. C. $P(3; 2)$. D. $Q(-3; -2)$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

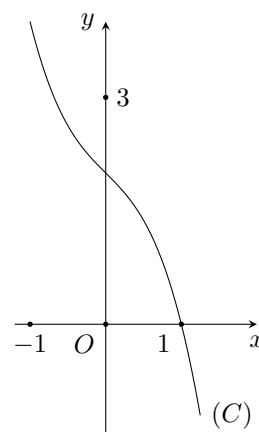
- A. $y = 2$. B. $y = 3$. C. $y = -1$. D. $y = -3$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\lg(10a^2)$ bằng

- A. $1 + \lg^2 a$. B. $2 \lg a - 1$. C. $2 \lg a + 1$. D. $\lg a - 2$.

Câu 18. Đường cong (C) trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = -x^3 - x + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x - 2$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 20. Một giá sách có 4 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn. Số cách chọn ra 3 quyển sách từ giá sách là

- A. $3!$. B. C_4^3 . C. C_5^3 . D. C_9^3 .

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $\frac{h}{4}$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{4}Bh$. D. $V = \frac{1}{12}Bh$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. B. $y' = 2^x \ln 2$. C. $y' = x \cdot 2^{x-1}$. D. $y' = 2^x$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		3		$+\infty$	
	$-\infty$		-5		

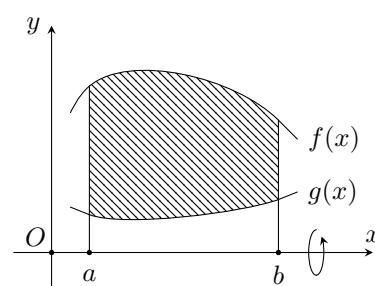
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-5; 3)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(1; 5)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ . Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{\text{tp}} = \pi r \ell + \pi r^2$. B. $S_{\text{tp}} = 2\pi r \ell + 2\pi r^2$. C. $S_{\text{tp}} = 2\pi r \ell + \pi r^2$. D. $S_{\text{tp}} = \pi r \ell + 2\pi r^2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây.



- A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
 B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
 C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.
 D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

Câu 26. Một tổ có 10 học sinh (6 nam và 4 nữ). Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh, tính xác suất sao cho 2 học sinh được chọn đều là nữ

- A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{4}{15}$.

Câu 27. Tìm họ nguyên hàm $\int x(3x+1) dx$.

- A. $\frac{3}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C$. B. $x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$. C. $x^3 + x^2 + C$. D. $3x^4 + \frac{1}{2}x^3 + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-1)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Câu 29. Trên đoạn $[-2; 0]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 4 \ln(1-x)$ bằng

- A. 0. B. -1. C. $1 - 4 \ln 2$. D. $4 - 4 \ln 3$.

Câu 30. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - (2m+3)x + 4$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

- A. 5. B. -3. C. 3. D. -5.

Câu 31. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3 \log a + 2 \log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^3 + b^2 = 1$. B. $3a + 2b = 10$. C. $a^3 b^2 = 10$. D. $a^3 + b^2 = 10$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 33. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{937}{12}$. B. $S = \frac{343}{12}$. C. $S = \frac{793}{4}$. D. $S = \frac{397}{4}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4; 3; 4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Tính $a - b + c$.

- A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn phương trình $(1+i)\bar{z} = 3-5i$. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z .

- A. $M(-1; 4)$. B. $M(-1; -4)$. C. $M(1; 4)$. D. $M(1; -4)$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB là tam giác đều và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ đường thẳng AD đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a}{4}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

- A. 77. B. 79. C. 76. D. 78.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d ?

- A. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$. B. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$.
C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$. D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-3}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (1; 20)$ để $\forall x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình: $\log_m x > \log_x m$?

- A. 18. B. 16. C. 17. D. 0.

Câu 40. Tìm giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2022; 2022]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2+x-m}$ có đúng hai tiệm cận.

- A. 2011. B. 2012. C. 2013. D. 2010.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^{2021} + 2022, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1011$. Giá trị của $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2023}$. B. $-\frac{1}{4046}$. C. $-\frac{2}{2023}$. D. $\frac{1}{2023}$.

Câu 42. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $BC = a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' , biết hai mặt phẳng (MBC) và $(MB'C')$ vuông góc với nhau, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. D. $\frac{a^3}{8}$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (1) (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(0; 20)$ để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$?

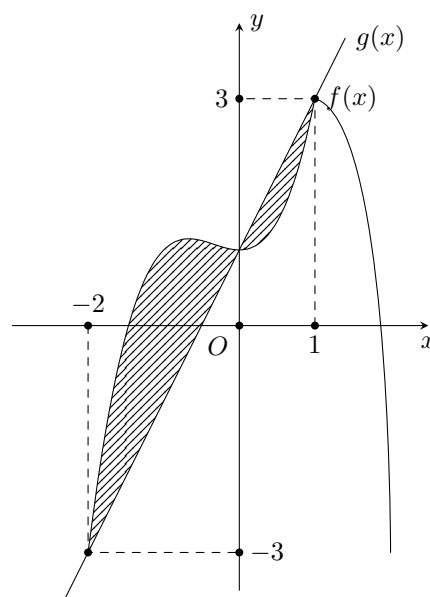
- A. 20. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

- A. $\sqrt{313} + 16$. B. $\sqrt{313}$. C. $\sqrt{313} + 8$. D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $(d): g(x) = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích miền tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)dx = \frac{19}{12}$. Tích phân $\int_{-1}^0 x \cdot f'(2x)dx$ bằng

- A. $-\frac{607}{348}$. B. $-\frac{20}{3}$. C. $-\frac{5}{3}$. D. $-\frac{5}{6}$.



Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$; đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{z-4}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P) . Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

- A. $3x - 2y + 2z - 10 = 0$. B. $2x + 3y - z - 4 = 0$.
C. $3x - y - z - 2 = 0$. D. $2x - 2y + z - 5 = 0$.

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq y \leq 2020$ và $\log_2(4y + 4) - x = 1 + 2^x - y$?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 2021.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 3)^2 + z^2 = 4$ và hai điểm $A(4; 3; 3), B(2; 1; 0)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A tiếp xúc với (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ B đến (P) lần lượt là m và n . Khi đó $T = m + n$ nằm trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(3; 4)$. C. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(2; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) = -3x^2 + 6x$. Biết $f(0) = -1$, giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x + 2) + 2022$ trên đoạn $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$ bằng

- A. $f\left(\frac{21}{16}\right) + 2022$. B. 2024. C. 2025. D. $f\left(\frac{3}{2}\right) + 2022$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. C	5. A	6. D	7. C	8. B	9. A	10. C
11. B	12. A	13. D	14. B	15. B	16. A	17. C	18. B	19. D	20. D
21. C	22. B	23. D	24. B	25. D	26. C	27. B	28. D	29. C	30. A
31. C	32. A	33. A	34. A	35. A	36. D	37. A	38. B	39. C	40. A
41. C	42. B	43. D	44. A	45. C	46. C	47. A	48. B	49. B	50. C

CHUYÊN ĐỀ 36. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 7

Câu 1. Môđun của số phức $z = 3 + i$ bằng

- A. 8. B. $\sqrt{10}$. C. 10. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 81. C. 9. D. 6.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 1$?

- A. $P(-1; -1)$. B. $N(-1; -2)$. C. $M(1; 0)$. D. $Q(-1; 1)$.

Câu 4. Diện tích S của hình cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 4\pi r^3$. B. $S = 2\pi r^3$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$ là

- A. $\int f(x) = \frac{8}{5}x^{\frac{8}{5}} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{5}{2}x^{\frac{1}{5}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 8$ là

- A. $(\log_2 6; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 6)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 42. B. 126. C. 14. D. 56.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{-6}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 4$. C. $x = 6$. D. $x = 7$.

Câu 11. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^2 g(x) dx = 2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. -5 . C. 1. D. 3.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $-2z$ bằng

- A. $6 - 2i$. B. $6 - 4i$. C. $3 - 4i$. D. $-6 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng Oxy , cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của z bằng

- A. 2. B. 3. C. -3. D. -2.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

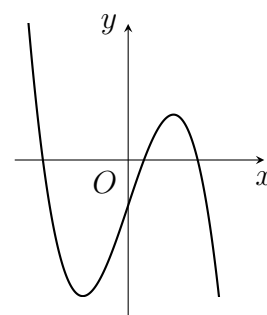
- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2(2a)$ bằng

- A. $2\log_2 a$. B. $\log_2 a + 1$. C. $\log_2 a - 1$. D. $\log_2 a - 2$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
C. $x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x - 1$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(2; 2; 3)$. B. $N(2; -2; -3)$. C. $M(1; 2; -3)$. D. $P(1; 2; 3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $P_n = (n+1)!$. B. $P_n = n$. C. $P_n = (n-1)!$. D. $P_n = n!$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{4}{3}Bh$. C. $V = 6Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. B. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. C. $y' = \frac{1}{3x}$. D. $y' = \frac{3}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	1	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 3)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường ℓ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

- A. $S_{xq} = 2\pi r\ell$. B. $S_{xq} = 4\pi r\ell$. C. $S_{xq} = 3\pi r\ell$. D. $S_{xq} = \pi r\ell$.

Câu 25. Nếu $\int f(x) dx = 3$ thì $\int 6f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 18. D. 2.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 7$ và công bội $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

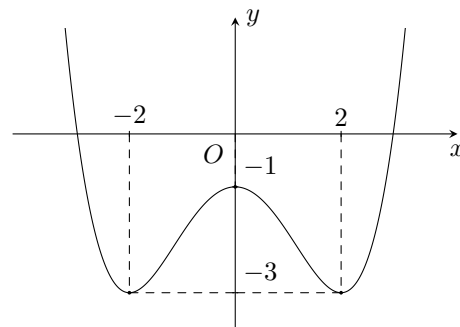
- A. 11. B. 3. C. $\frac{7}{3}$. D. 28.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 - \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x - \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = x + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 2.



Câu 29. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $\frac{14}{27}$. D. -7.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$. B. $y = -x^4 - x^2$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = -x^3 - x$.

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^3$. B. $a^4 = b$. C. $a = b^4$. D. $a^3 = b$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và AD bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 10$ và $\int_0^4 f(x) dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x) dx$ bằng

- A. -17. B. 17. C. 3. D. -3.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$, $d_2: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Xét sự tương đối của hai đường thẳng đã cho.

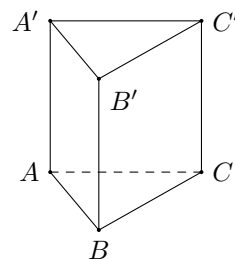
- A. Chéo nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i \cdot \bar{z} = 5 - 2i$. Phần ảo của z bằng

- A. 5. B. 2. C. -5. D. -2.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều và $AB = 4$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.



Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả cùng màu bằng

- A. $\frac{7}{40}$. B. $\frac{21}{40}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{19}{40}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 2; 3)$, $B(1; 3; 4)$ và $C(3; -1; 5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$. D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-4}{1}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21)](16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 17. B. 18. C. 16. D. Vô số.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	$+\infty$	

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x) - 1) = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(3) = 21$, $\int_0^3 f(x)dx = 9$. Tính

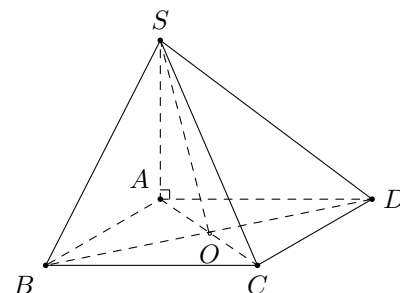
$$I = \int_0^1 x \cdot f'(3x) dx.$$

- A. $I = 15$. B. $I = 6$. C. $I = 12$. D. $I = 9$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$.

Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. a^3 .



Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 4az + b^2 + 2 = 0$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 44. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$ và mô-đun của số phức $z - \frac{1}{2} + 3i$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $\frac{a}{4} + b$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới h bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{71}{9}$. C. $\frac{71}{6}$. D. $\frac{64}{9}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 5 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 47. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A. $\frac{16\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. B. $8\sqrt{3}\pi a^2$. C. $\frac{8\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. D. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$?

A. Vô số. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 25. B. 26. C. 27. D. 28.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. D	4. C	5. C	6. B	7. C	8. A	9. B	10. D
11. C	12. D	13. C	14. A	15. B	16. D	17. B	18. D	19. D	20. D
21. A	22. A	23. D	24. B	25. C	26. D	27. C	28. A	29. A	30. D
31. D	32. C	33. C	34. C	35. A	36. D	37. D	38. D	39. B	40. B
41. B	42. C	43. C	44. D	45. B	46. D	47. D	48. C	49. D	50. C

CHUYÊN ĐỀ 37. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 8

Câu 1. Mô-đun của số phức $z = 2 + 2i$ bằng

- A. 8. B. $\sqrt{10}$. C. 10. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(1; -3; 0)$. B. $(-1; 3; 0)$. C. $(1; 3; 0)$. D. $(-1; -3; 0)$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 1$?

- A. $P(-1; -1)$. B. $N(-1; -2)$. C. $M(1; 0)$. D. $Q(-1; 1)$.

Câu 4. Diện tích S của hình cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 4\pi r^3$. B. $S = 2\pi r^3$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{8}{5}x^{\frac{8}{5}} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2}{5}x^{\frac{1}{5}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 5$ là

- A. $\left(0; \frac{32}{3}\right)$. B. $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(0; \frac{25}{3}\right)$. D. $\left(\frac{25}{3}; +\infty\right)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{3}{2}a^3$. D. a^3 .

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{-6}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 7$.

Câu 11. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$ bằng

- A. 12. B. 10. C. 4. D. 6.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó số phức $\bar{z}$ bằng

- A. $6 - 2i$. B. $3 + 2i$. C. $3 - 2i$. D. $-6 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(1; 0; 3)$. D. $(0; -2; 3)$.

Câu 15. Cho hai số phức $z = 3 + 4i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $7 + i$. B. $-2 - 5i$. C. $4 + 3i$. D. $2 + 5i$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

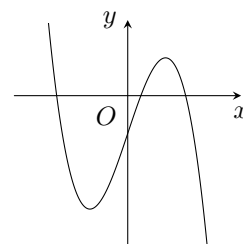
- A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $x = 3$. D. $y = -2$.

Câu 17. Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ ?

- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x - 1$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào sau đây ?

- A. $Q(2; 2; 3)$. B. $N(2; -2; -3)$. C. $M(1; 2; -3)$. D. $P(1; 2; 3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương thỏa $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng ?

- A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. C. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{4}{3}Bh$. C. $V = 6Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. B. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. C. $y' = \frac{1}{3x}$. D. $y' = \frac{3}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh là l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = 4\pi rl$. C. $S_{xq} = 3\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_2^5 6f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 18. D. 2.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

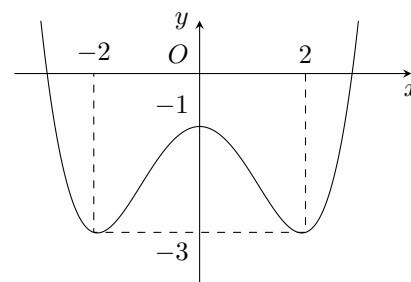
- A. 5. B. $\frac{2}{7}$. C. -5. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^4 - 3x + C$. B. $\int f(x) dx = x^4 + C$.
C. $\int f(x) dx = 4x^3 - 3x + C$. D. $\int f(x) dx = 12x^2 + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 2.



Câu 29. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = -4$. D. $x = -3$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

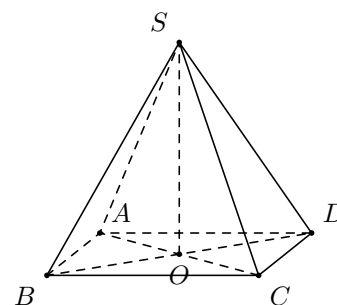
- A. $y = \frac{3x-1}{x+1}$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 4x$. D. $y = x^3 + x$.

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^3$. B. $a^4 = b$. C. $a = b^4$. D. $a^3 = b$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .



Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 10$ và $\int_0^4 f(x) dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x) dx$ bằng

- A. -17. B. 17. C. 3. D. -3.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

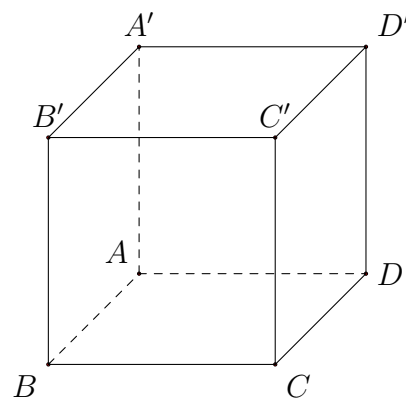
- A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. B. $2x + y + 3z - 7 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i \cdot \bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng

- A. $\sqrt{146}$. B. 12. C. $\sqrt{148}$. D. $\sqrt{142}$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.



Câu 37. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

- A. $\frac{10}{19}$. B. $\frac{5}{19}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{9}{19}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; -3; 5)$ làm véc-tơ chỉ phương là

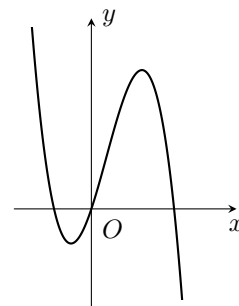
- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 27. B. 26. C. 28. D. Vô số.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.



Câu 41. Cho $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + 3x + 1) = x + 2$. Tính

$$I = \int_1^5 f(x) dx.$$

- A. $\frac{41}{4}$. B. $\frac{527}{3}$. C. $\frac{61}{6}$. D. $\frac{464}{3}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

- A. $\frac{7}{24}$. B. $\frac{7}{17}$. C. $\frac{1}{24}$. D. $\frac{17}{24}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

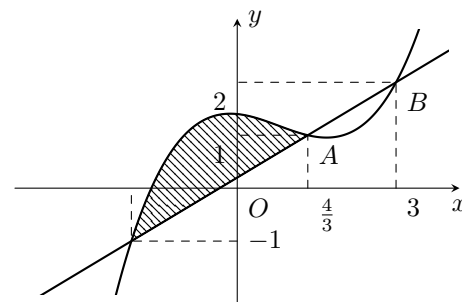
Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 45. Cho $f(x)$, $g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích hình S

(được tô đậm) bằng $\frac{250}{81}$. Tính $\int_0^2 f(x)dx$.

- A. $\frac{34}{15}$. B. $\frac{31}{15}$. C. $\frac{314}{125}$. D. $\frac{11}{15}$.



Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

- A. 9. B. 7. C. 8. D. 2019.

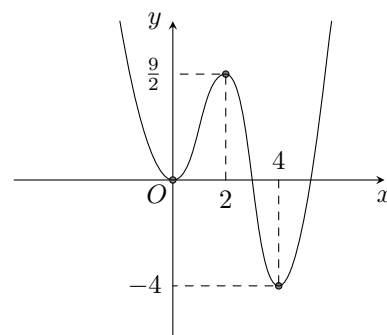
Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(9; 0; 0)$, $B(0; 6; 6)$, $C(0; 0; -16)$ và điểm M di động trên mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $S = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}| - 3MC|$.

- A. 39. B. 36. C. 30. D. 45.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(5 - 2x)$ như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9; 9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số

$y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 26. B. 25. C. 27. D. 24.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. C	5. C	6. D	7. B	8. B	9. B	10. D
11. D	12. B	13. D	14. D	15. D	16. A	17. D	18. D	19. D	20. B
21. A	22. A	23. C	24. B	25. C	26. A	27. A	28. C	29. A	30. D
31. D	32. B	33. C	34. D	35. A	36. C	37. C	38. D	39. A	40. D
41. A	42. D	43. A	44. A	45. A	46. A	47. C	48. B	49. D	50. A

CHUYÊN ĐỀ 38. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 9

Câu 1. Phần ảo của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. -1 . B. $-i$. C. 3 . D. 1 .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$ có bán kính bằng

- A. 25 . B. 5 . C. 9 . D. 6 .

Câu 3. Tọa độ giao điểm của đồ thị $y = x^4 + x^2 - 2$ với trục tung là

- A. $(2; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; -2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 4. Tính thể tích V của khối cầu bán kính bằng 2 .

- A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = 16\pi$. C. $V = \frac{16\pi}{3}$. D. $V = 32\pi$.

Câu 5. Trên khoảng $(1; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ là

- A. $\int f(x) dx = \ln|x+1| + C$. B. $\int f(x) dx = \ln(x-1) + C$.
C. $\int f(x) dx = \ln(1-x) + C$. D. $\int f(x) dx = -\ln(x-1) + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 . B. 2 . C. 4 . D. 5 .

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 1$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(0; 2)$.

Câu 8. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 12 . B. 24 . C. 14 . D. 16 .

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{-8}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log(x+5) = 2$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 95$. C. $x = e^2 - 5$. D. $x = 12$.

Câu 11. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 g(x) dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 5 . B. -5 . C. 1 . D. 3 .

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $|z|$ bằng

- A. 5 . B. 13 . C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{k}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}$ là
 A. $(1; -2; 0)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 0; 2)$. D. $(1; 0; -2)$.

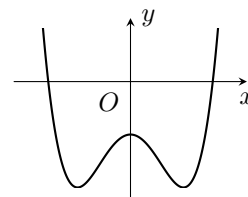
Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của $\bar{z}$ bằng
 A. 2. B. 3. C. -3. D. -2.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình
 A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương tùy ý, $\log_2^2 a^3$ bằng
 A. $3 \log_2^2 a$. B. $\log_2 a + 3$. C. $9 \log_2^2 a$. D. $9 \log_2 a$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
 C. $y = x^3 - x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. B. $\vec{c} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$. D. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$.

Câu 20. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

- A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{4}{3}Bh$. C. $V = 6Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x}$. D. $y' = \frac{e}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		1		$+\infty$	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -1 -1

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 3)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 24. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = 4\pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = 3\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 2$ thì $\int_5^2 3f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 3. C. -6. D. 2.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$. B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.
C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$. D. $e^x + 1 + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		3		0	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

- A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$. B. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.
C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$. D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -36. B. $-14\sqrt{7}$. C. $14\sqrt{7}$. D. -34.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

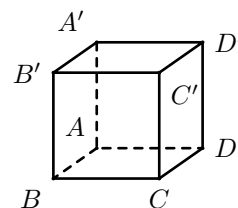
- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = -x^4 - x^2$. C. $y = -x^3 - 3x$. D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 31. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 31$. B. $P = 13$. C. $P = 30$. D. 108.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và $B'C$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .



Câu 33. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 3. C. $\frac{13}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(1; 2; 3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

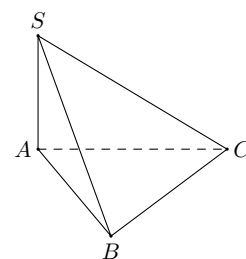
- A. $x + y + 2z - 3 = 0$. B. $x + y + 2z - 6 = 0$.
C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. D. $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 35. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = -1, y = -3$. B. $x = -1, y = -1$. C. $x = 1, y = -1$. D. $x = 1, y = -3$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



Câu 37. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{11}{23}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{265}{529}$. D. $\frac{12}{23}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 5 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua tâm của (S) và vuông góc với (α) là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

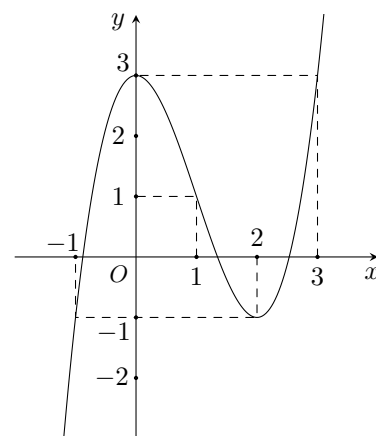
Câu 39. Bất phương trình $\log_4(x^2 - 3x) > \log_2(9 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. Vô số. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 40. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^4 - 2x^2)| = 2$ là

- A. 8. B. 9. C. 7. D. 10.



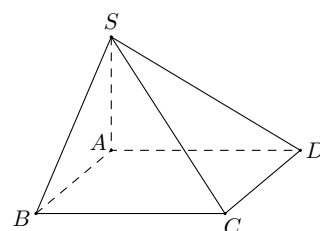
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ và $f'(x) = \cos x (6 \sin^2 x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

- A. $\frac{5}{3}$. B. $-\frac{5}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Biết SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBD) hợp với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.



Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $(z - 2 + i)(\bar{z} - 2 - i) = 25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2\bar{z} - 2 + 3i$ là đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính c . Giá trị của $a + b + c$ bằng

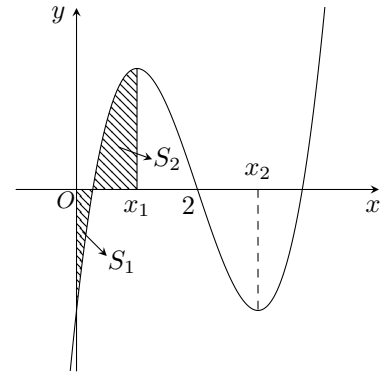
- A. 20. B. 10. C. 18. D. 17.

Câu 44. Cho các số phức $z_1 = -2+i$, $z_2 = 2+i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

- A. 8. B. 11. C. 7. D. 15.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 sao cho $x_2 - x_1 = 2$ và $f''(2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{3}{8}$.



Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$,

$d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Đường thẳng Δ qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{2}$.
C. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+4}{2}$. D. $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{2}$.

Câu 47. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π . C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π .

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \log_2 \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 4}}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $f((x+1)^4 - 4x - 5) + f(x^2 + 6m - m^2 - m^4) \geq 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

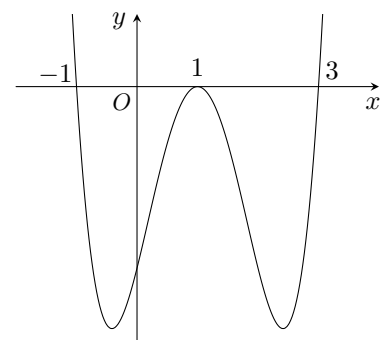
- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. Xét điểm M di động trên trục Ox , từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến (S) với A, B, C là các tiếp điểm. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. 1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x^3| + 1)$ là

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. A	5. B	6. B	7. D	8. A	9. B	10. B
11. A	12. D	13. D	14. D	15. C	16. D	17. C	18. A	19. A	20. C
21. D	22. C	23. B	24. D	25. C	26. A	27. B	28. D	29. B	30. C
31. B	32. D	33. A	34. A	35. A	36. D	37. A	38. A	39. D	40. A
41. D	42. A	43. D	44. A	45. A	46. D	47. A	48. A	49. A	50. A

CHUYÊN ĐỀ 39. PHÁT TRIỂN ĐỀ MINH HỌA 2022 – ĐỀ 10

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x + y - z + 2 = 0$.

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + y - z - 1 = 0$. D. $x + y - z - 3 = 0$.

Câu 2. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Tính $z_1 \cdot z_2$.

- A. $z_1 \cdot z_2 = 5 - 5i$. B. $z_1 \cdot z_2 = -1 - 5i$. C. $z_1 \cdot z_2 = -1 + 5i$. D. $z_1 \cdot z_2 = -5 + 5i$.

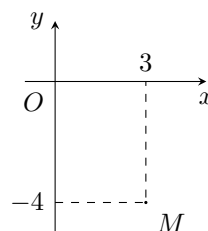
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -2; 4)$ và $B(3; 5; -2)$. Đường thẳng AB có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z+6}{4}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{7} = \frac{z+4}{-6}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-4}{-6}$. D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-7}{5} = \frac{z+6}{-2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng OA có phương trình là

- A. $x - 2y - 5z = 0$. B. $x - 2z - 10 = 0$. C. $x - 2z - 5 = 0$. D. $x - 2y - 5 = 0$.

Câu 5. Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức



- A. $z = 3 - 4i$. B. $z = -4 + 3i$. C. $z = -3 - 4i$. D. $z = 3 + 4i$.

Câu 6. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. 1.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$ là

- A. $I(-1, 2, -4), R = 5\sqrt{2}$. B. $I(1, -2, 4), R = 20$.
C. $I(1, -2, 4), R = 2\sqrt{5}$. D. $I(-1, 2, -4), R = 2\sqrt{5}$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} = 5-i$. Môđun số phức z bằng

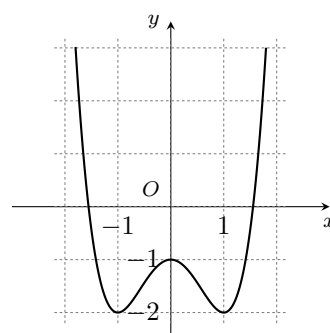
- A. 13. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 9. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 1. B. -2. C. 0. D. $-\frac{50}{27}$.

Câu 10. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trên khoảng

- A. $(-1; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

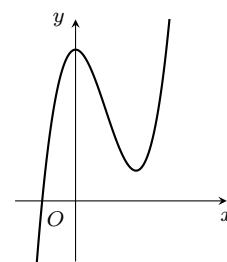


Câu 11. Cho khối lăng trụ có hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $4a^3$.

Câu 12. Đường cong trong hình bên là dạng đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 5$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x + 5$.



Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x + \frac{1}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$ là

- A. $-3\sin x + \frac{1}{x} + C$. B. $3\cos x + \frac{1}{x} + C$. C. $3\cos x + \ln x + C$. D. $3\sin x - \frac{1}{x} + C$.

Câu 14. Cho khối cầu bán kính $2R$. Thể tích khối cầu đó bằng

- A. $\frac{32}{3}\pi R^3$. B. $\frac{16}{3}\pi R^3$. C. $\frac{64}{3}\pi R^3$. D. $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$ và $B(1; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 18. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{22}$.

Câu 16. Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và thể tích bằng a^3 . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 12x + 36)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(6; +\infty)$. C. $[6; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{6\}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		$+\infty$		
	$-\infty$			-3			

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -3$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 19. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm, chiều cao 5cm. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

- A. 50cm^2 . B. 100cm^2 . C. $50\pi\text{cm}^2$. D. $100\pi\text{cm}^2$.

Câu 20. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1\text{m}$, $AA' = 3\text{m}$, $BC = 2\text{m}$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 3m^3 . B. 6m^3 . C. $3\sqrt{5}\text{m}^3$. D. $\sqrt{5}\text{m}^3$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$ là

- A. $\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $\frac{1}{2x+1}$. C. $\frac{2}{2x+1}$. D. $\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và khoảng $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\ln(2x^2 - x + 1) = 0$ là

- A. $\{0\}$. B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. C. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $\emptyset$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	-1	4	1

Mệnh đề nào sau đây đúng.

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. B. Hàm số có 3 cực trị.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. D. Giá trị cực tiểu của hàm số là -1 .

Câu 25. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = -2$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9^{2x+7}$ là

- A. $(-\infty, -4)$. B. $(-4, +\infty)$. C. $(-\infty, -5)$. D. $(-5, +\infty)$.

Câu 27. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 28. Một khối cầu ngoại tiếp khối lập phương. Tỷ số thể tích giữa khối cầu và khối lập phương là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{8}\pi$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{4}{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. D. $2\sqrt{6}a^3$.

Câu 30. Với a, b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln(a^2b^4)$ bằng

- A. $2\ln a + 4\ln b$. B. $2\ln|a| + 4\ln|b|$. C. $4\ln a + 2\ln b$. D. $4(\ln|a| + \ln|b|)$.

Câu 31. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc lẫn lãi? (Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra).

- A. 20 năm. B. 18 năm. C. 21 năm. D. 19 năm.

Câu 32. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- A. 2. B. 6. C. $\frac{17}{2}$. D. 4.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 4)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(2; 4; 5)$. B. $(2; -4; -5)$. C. $(2; 5; -4)$. D. $(-2; -5; 4)$.

Câu 34. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x+2}$ (C). Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là tọa độ giao điểm của (C) với các trục tọa độ. Khi đó ta có $x_A + x_B + y_A + y_B$ bằng

- A. 6. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(-2; 2; 5)$. B. $(-4; 8; -5)$. C. $(-4; 8; -3)$. D. $(-2; 8; -3)$.

Câu 36. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $(ABB'A')$ bằng 15, khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. 60. B. 45. C. 90. D. 30.

Câu 37. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. $(0; 1)$. B. $(-2; 0)$. C. $(1; 0)$. D. $(-1; 4)$.

Câu 38. Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA = 4$ cm, $SA = 5$ cm, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được một hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng bằng

- A. $16\pi\text{cm}^3$. B. $15\pi\text{cm}^3$. C. $\frac{80\pi}{3}\text{cm}^3$. D. $36\pi\text{cm}^3$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z - 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ trên mặt phẳng (α) có phương trình là

- A. $\frac{x+8}{3} = \frac{y-6}{5} = \frac{z+2}{4}$. B. $\frac{x+8}{3} = \frac{y-6}{-5} = \frac{z+2}{4}$.
C. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 40. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1; 1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2022}\right)$ bằng

- A. -2022. B. 2021. C. 2022. D. -2020.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

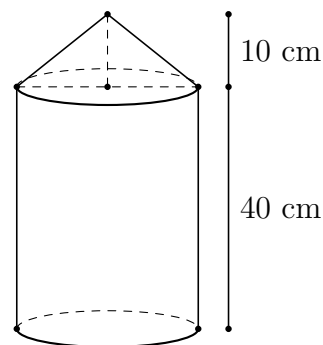
x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			3		2	
	$-\infty$			1		0
						$+\infty$

Hàm số $y = [f(x)]^3 - 3[f(x)]^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(1; 2)$. C. $(3; 4)$. D. $(2; 3)$.

Câu 42. Một cái cột có hình dạng như hình bên (gồm 1 khối nón và một khối trụ ghép lại). Chiều cao đo được ghi trên hình, chu vi đáy là 20 cm. Thể tích của cột bằng

- A. $\frac{52000}{\pi} (\text{cm}^3)$.
 B. $\frac{5000}{3\pi} (\text{cm}^3)$.
 C. $\frac{5000}{\pi} (\text{cm}^3)$.
 D. $\frac{13000}{3\pi} (\text{cm}^3)$.



Câu 43. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

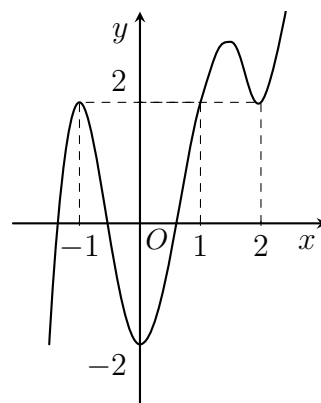
- A. $3 < f(5) < 4$.
 B. $11 < f(5) < 12$.
 C. $10 < f(5) < 11$.
 D. $4 < f(5) < 5$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Gọi G, E lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và SBC , N là trung điểm của BC . Thể tích khối chóp $AGEN$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$.
 B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{81}$.
 C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{54}$.
 D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{108}$.

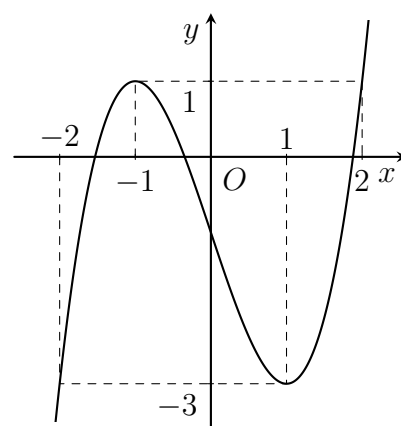
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x+1) - 4x - 3$ trên đoạn $\left[-1; \frac{1}{2}\right]$ bằng

- A. $f(0)$.
 B. $f(-1) + 1$.
 C. $f(1) - 3$.
 D. $f(2) - 5$.



Câu 46. Cho hàm số bậc ba $f = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(f(x) - m) = 0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt?

- A. 0.
 B. 1.
 C. 2.
 D. 3.



Câu 47. Tập nghiệm của bất phương trình $(4^x - 65 \cdot 2^x + 64)[2 - \log_3(x+3)] \geq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

- A. 2.
 B. 3.
 C. 4.
 D. Vô số.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; -2)$ và mặt phẳng $(P): (m^2 + 1)x - (m^2 - 1)y + 2mz + 4 = 0$. Biết rằng, khi tham số m thay đổi thì mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu cố định cùng đi qua A là $(S_1), (S_2)$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên (S_1) và (S_2) . Tìm giá trị lớn nhất của MN .

- A. $16\sqrt{2}$.
 B. $8 + 8\sqrt{2}$.
 C. $8\sqrt{2}$.
 D. $8 + 6\sqrt{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn $4b + 2c + d + 16 < 0$ và $9b - 3c + d > 54$. Hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

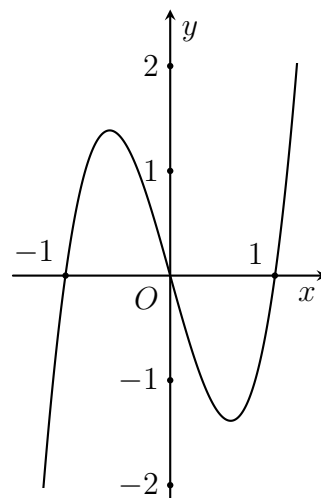
A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + a$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = g(x) = f(1 - 2x)f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.B. $(-\infty; 0)$.C. $(0; 2)$.D. $(3; +\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. C	4. C	5. A	6. A	7. C	8. C	9. C	10. A
11. D	12. B	13. D	14. A	15. B	16. A	17. D	18. C	19. D	20. B
21. D	22. A	23. B	24. C	25. C	26. B	27. D	28. A	29. C	30. B
31. D	32. D	33. D	34. D	35. C	36. B	37. C	38. A	39. C	40. D
41. C	42. D	43. C	44. D	45. C	46. B	47. C	48. B	49. C	50. D

CHUYÊN ĐỀ 40. ĐỀ THI THỬ SDG HƯNG YÊN

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z = (-1 + 2i) + 2(1 - 3i)$?

- A. $M(1; -4)$. B. $N(1; -1)$. C. $P(0; -1)$. D. $Q(0; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = 2x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + C$.

Câu 4. Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2)$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2) \ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2}$.
 C. $f'(x) = \frac{2x \ln 2}{x^2 - 2}$. D. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 - 2) \ln 2}$.

Câu 5. Nếu $\int_{-2}^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 f(x) dx = -2$ thì $\int_{-2}^1 f(x) dx$ bằng

- A. -7 . B. -10 . C. 7 . D. 3 .

Câu 6. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O , bán kính R . Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của khối nón bằng

- A. $\sqrt{h^2 + R^2}$. B. $2\sqrt{h^2 + R^2}$. C. $2\sqrt{h^2 - R^2}$. D. $\sqrt{h^2 - R^2}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Số hạng thứ tư bằng

- A. 12 . B. -24 . C. 24 . D. -12 .

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\sqrt{3}}$ là

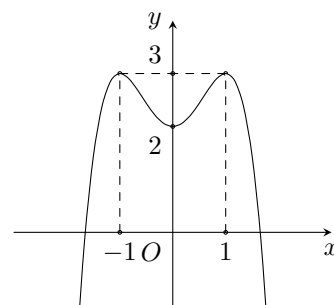
- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{3x+1} = 16$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

- A. $y = x^3 + 2x^2 + 2$. B. $y = -x^3 + 2x^2 + 2$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			3		-2	$+\infty$
	$-\infty$					

hàm số đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 12. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều có cạnh 6 cm. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. $36 \text{ (cm}^2\text{)}$. B. $18\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. C. $6\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. D. $36\pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 12 = 0$ bằng

- A. 12. B. 4. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 14. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ là

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{4}$. D. $\pi a^3 3$.

Câu 15. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh để bầu vào hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó từ 1 tổ có 10 học sinh?

- A. A_{10}^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^1 . D. 10^2 .

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 4; 5)$. Tọa độ véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A và B là

- A. $(2; 3; 3)$. B. $(-2; -2; 3)$. C. $(4; 5; 3)$. D. $(2; -3; -3)$.

Câu 17. Cho hình cầu bán kính R . Diện tích của mặt cầu tương ứng là

- A. $2\pi R^2$. B. $4\pi R^2$. C. $4R^2$. D. $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $y = -1$. D. $y = 2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$ và $\vec{b} = (2; -4; -2)$. Khi đó tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 8. B. 12. C. -8. D. -12.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 3i$ có tọa độ là

- A. $(2; -3)$. B. $(3; 2)$. C. $(-3; 2)$. D. $(2; 3)$.

Câu 21. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -7$. D. $m = 5$.

Câu 22. Cho tích phân $\int_{-1}^0 \sqrt[3]{1+x} dx$, với cách đặt $t = \sqrt[3]{1+x}$ thì tích phân đã cho bằng tích phân nào sau đây?

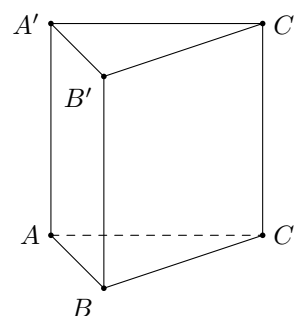
- A. $3 \int_{-1}^0 t^2 dt$. B. $3 \int_0^1 t^3 dt$. C. $3 \int_0^1 t^2 dt$. D. $\int_0^1 t^2 dt$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $z = 2z_1 + 3z_2 - z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $11 - 10i$. B. $10i$. C. $11 + 8i$. D. $-10i$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.



Câu 25. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 4x + 9) = 2$ là

- A. $\{0\}$. B. $\{4\}$. C. $\{0; 4\}$. D. $\{0; -4\}$.

Câu 26. Đội văn nghệ của lớp 12A gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm chọn hai học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Tính xác suất để hai học sinh được chọn gồm một nam và một nữ?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{11}{435}$. D. $\frac{2}{29}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 4) \geq 3$ là

- A. $S = (-\infty; 13]$. B. $S = [13; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 13)$. D. $S = (13; +\infty)$.

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $M = -5$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = 5$.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10; +\infty)$?

- A. 4. B. Vô số. C. 3. D. 5.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -6; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t \\ z = t \end{cases}$. Gọi H

là hình chiếu vuông góc của M lên d . Khi đó tọa độ điểm H là

- A. $H(1; 2; 1)$. B. $H(-8; 4; 3)$. C. $H(4; -4; 1)$. D. $H(1; -2; 3)$.

Câu 31. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x} + 1$ là

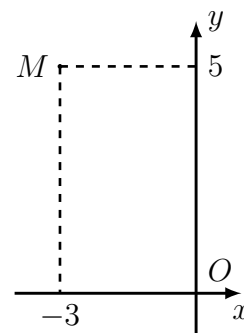
- A. $3e^{3x} + x + C$. B. $3e^{3x} + C$. C. $\frac{1}{3}e^{3x} + C$. D. $\frac{1}{3}e^{3x} + x + C$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = \frac{529}{49}$. B. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = \frac{529}{49}$.
C. $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 4)^2 = \frac{23}{7}$. D. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z - 4)^2 = \frac{23}{7}$.

Câu 33. Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức z . Chọn kết luận đúng về số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = -3 + 5i$. B. $\bar{z} = -3 - 5i$. C. $\bar{z} = 3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.



Câu 34. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^5}$ bằng

- A. a^{20} . B. $a^{\frac{4}{5}}$. C. a^5 . D. $a^{\frac{5}{4}}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$		5		1		5	

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

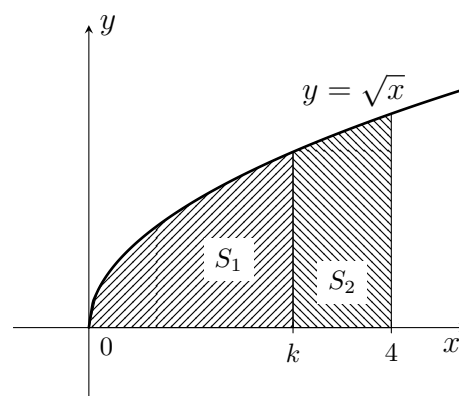
Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[0; 2]$ thỏa điều kiện $\int_0^2 [f(x) +$

$g(x)] dx = 10$ và $\int_0^2 [3f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_{2019}^{2021} f(2021 - x) dx + 3 \int_0^1 g(2x) dx$

- A. 7. B. 13. C. 5. D. 6.

Câu 37. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $x = k$, $(0 < k < 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ. Để $S_1 = 3S_2$ thì giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(3, 1; 3, 3)$. B. $(3, 3; 3, 5)$.
C. $(3, 8; 3, 9)$. D. $(3, 5; 3, 8)$.



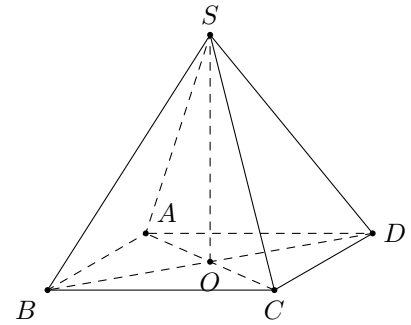
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm $O \perp (ABCD)$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và $BC = SB = a$ (tham khảo hình vẽ).

Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.



Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{2}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, $D(1; 2; -1)$ với a, b, c các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất, giá trị $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 15. D. 4.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$, biết $f'(x) = x^3 - 3x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ sao cho hàm số $y = f(2 - x) - (1 - m)x - 6$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 9.

Câu 42. Tập nghiệm S của bất phương trình $2\log_3(4x - 3) \leq \log_3(18x + 27)$ là

- A. $S = [3; +\infty)$. B. $S = \left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$. C. $S = \left[\frac{-3}{8}; 3\right]$. D. $S = \left(\frac{3}{4}; 3\right]$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x) + xf(x) = 2xe^{-x^2}$ và $f(0) = -2$. Tính giá trị $f(1)$.

- A. $f(1) = -e$. B. $f(1) = -\frac{2}{e}$. C. $f(1) = \frac{1}{e}$. D. $f(1) = \frac{2}{e}$.

Câu 44. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$.

- A. Đường tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.
B. Đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.
C. Đường tròn tâm $I(-1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.
D. Đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 45. Tổ 1 của một lớp học có 13 học sinh gồm 8 học sinh nam trong đó có bạn A và 5 học sinh nữ trong đó có bạn B được xếp ngẫu nhiên vào 13 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết học kỳ I. Tính xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời bạn A không ngồi cạnh bạn B ?

- A. $\frac{1}{1287}$. B. $\frac{4}{6435}$. C. $\frac{4}{6453}$. D. $\frac{1}{1278}$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết biểu thức $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ đạt giá trị lớn nhất khi phần thực của z bằng $\frac{a}{b}$, (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$). Khi đó $a + b$ bằng

- A. 9. B. 13. C. 15. D. 11.

Câu 47. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$; góc giữa AA' với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' , DD' cùng bằng 1. Góc giữa hai mặt phẳng $(BB'C'C)$ và $(C'CDD')$ bằng 60° . Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 48. Gọi tập X là tập hợp tất cả các số nguyên $m \in [-2021; 2021]$ sao cho đồ thị của hàm số $y = |x^3 - (2m + 1)x^2 + mx + m|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của tập X .

- A. 0. B. 4036. C. 1. D. -1.

Câu 49. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+1}(2x - 4y) = 1$. Tính $P = x \cdot y$ khi biểu thức $S = 4x + 3y - 5$ đạt giá trị lớn nhất

- A. $P = \frac{52}{25}$. B. $P = -\frac{13}{25}$. C. $P = \frac{13}{25}$. D. $P = -\frac{52}{25}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. C	4. D	5. C	6. A	7. B	8. C	9. C	10. C
11. C	12. B	13. B	14. C	15. A	16. A	17. B	18. D	19. A	20. A
21. D	22. B	23. D	24. D	25. C	26. B	27. B	28. C	29. A	30. C
31. D	32. A	33. B	34. D	35. D	36. B	37. B	37. D	38. C	39. C
40. B	41. B	42. D	43. B	44. D	45. B	46. C	47. A	48. C	49. D

CHUYÊN ĐỀ 41. ĐỀ THI THỬ SGD BÀ RỊA – VŨNG TÀU

Câu 1. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, trục Ox . Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{16\pi}{15}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 2. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

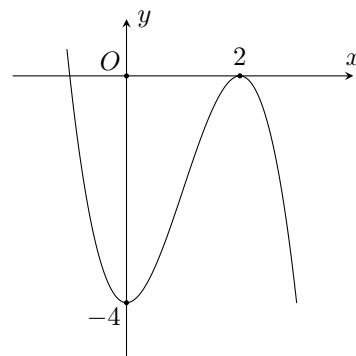
- A. Nếu $a \perp b$ thì $b \parallel (P)$. B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
C. Nếu $b \perp (P)$ thì $a \parallel b$. D. Nếu $b \subset (P)$ thì $b \perp a$.

Câu 3. Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $2a\sqrt{3}$. Khối lập phương đã cho có thể tích bằng

- A. 8. B. a^3 . C. $27a^3$. D. $8a^3$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.



Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$	3

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

- A. $\mathcal{D} = (-\infty, -3) \cup (2; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [-3; 2]$.
C. $\mathcal{D} = (-3; 2)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$.

Câu 7. Nghiệm thực của phương trình $\log_5 x = \log_5(x+6) - \log_5(x+2)$ là

- A. $x = -3$. B. $x = 2$. C. $x = -3; x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 8. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = e^x$. C. $y = (\sqrt{3})^x$. D. $y = \pi^x$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

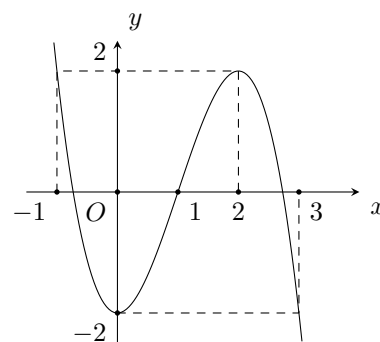
- A. $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; 3)$. B. $\vec{n}_{(P)} = (-2; 1; 3)$. C. $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -3)$. D. $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; 2)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 2)$.



Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; 2; 0)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Câu 13. Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1 + 2x)^n$ bằng 180. Tìm n .

- A. 10. B. 12. C. 8. D. 4.

Câu 14. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

- A. $D(3; -1)$. B. $I(-1; 0), J(3; 4)$. C. $A(4; 3), B(0; -1)$. D. $C(-1; 3)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2			1	3			$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 16. Cho $a = \log_5 2$; $b = \log_5 3$. Khi đó giá trị của $\log_5 72$ được tính theo a, b là

- A. $a^3 + b^2$. B. $6ab$. C. $3a + 2b$. D. $3a - 2b$.

Câu 17. Cho khối trụ, một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a . Thể tích khối trụ bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{4}$. C. πa^3 . D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bằng a , cạnh bên SA vuông với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = 4\pi a^3$. B. $V = \frac{16}{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{32}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 19. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và A, B là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

- A. $I(1; 0)$. B. $I(0; 1)$. C. $I(1; 1)$. D. $I(-1; 0)$.

Câu 20. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-11x+5} \leq 1$ bằng

- A. 10. B. 20. C. 8. D. 15.

Câu 21. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là

- A. Bh . B. πBh . C. $\frac{1}{3}Bh$. D. $\frac{1}{3}\pi Bh$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_3 = (1; 3; -2)$. B. $\vec{u}_4 = (-1; -3; 2)$. C. $\vec{u}_2 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$.

Câu 23. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = 2^n$. B. $u_n = \frac{1}{n}$. C. $u_n = 3n$. D. $u_n = 2^n + 1$.

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A. $y' = \frac{2}{x-1}$. B. $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$. C. $y' = \frac{1}{x-1}$. D. $y' = 2x - 2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -3)$ trên trục Oy là điểm nào sau đây?

- A. $B(2; 1; 0)$. B. $A(2; 0; 0)$. C. $C(0; 1; 0)$. D. $D(0; 0; -3)$.

Câu 26. Phần thực của số phức $z = -2 + 4i$ là

- A. 4. B. 2. C. -4. D. -2.

Câu 27. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $V = \frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $2\pi r^2 h$.

Câu 28. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = -7 - 7i$. B. $w = 3 + 3i$. C. $w = 7 - 3i$. D. $w = -3 - 3i$.

Câu 29. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Mô-đun của số phức z là

- A. 3. B. 9. C. $\sqrt{41}$. D. 1.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(3; 0; 2)$. Phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB là

- A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 24$. B. $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 6$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$. D. $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 24$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			5		1	$+\infty$
	$-\infty$					

Khi đó giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. -1. B. 3. C. 1. D. 5.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. $\min_{[0;2]} y = 0$. B. $\min_{[0;2]} y = 2$. C. $\min_{[0;2]} y = 1$. D. $\min_{[0;2]} y = 4$.

Câu 33. Nguyên hàm $\int (\sin 2x + \cos x) dx$ là

A. $\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$

B. $-\cos 2x + \sin x + C.$

C. $-\cos 2x - \sin x + C.$

D. $-\frac{1}{2} \cos 2x + \sin x + C.$

Câu 34. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 5$ và $\int_2^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 7.

C. -3.

D. 10.

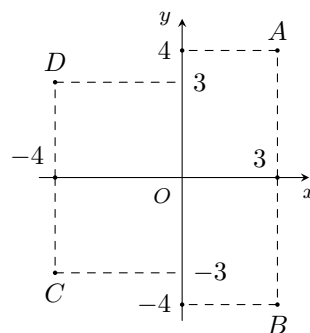
Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ, số phức $z = 3 - 4i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?

A. Điểm C .

B. Điểm B .

C. Điểm A .

D. Điểm D .



Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Câu 37. Cho đa giác đều 20 cạnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều. Xác suất để 3 đỉnh được lấy là 3 đỉnh của một tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của đa giác đều bằng

A. $\frac{3}{38}.$

B. $\frac{7}{57}.$

C. $\frac{7}{114}.$

D. $\frac{5}{114}.$

Câu 38. Cho phương trình $4^x - 9 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Khi đó, tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. 18.

B. 8.

C. 3.

D. 9.

Câu 39. Số điểm cực trị của hàm số $y = \ln(3x^4 - 8x^3 - 30x^2 + 72x + 12)$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 40. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8 (với m là tham số thực). Giá trị của m thỏa mãn điều kiện trên thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(0; 4).$

B. $(8; 10).$

C. $(4; 8).$

D. $(10; +\infty).$

Câu 41. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $y = 3 - x$ bằng

A. $\frac{7}{3}.$

B. $\frac{9}{2}.$

C. $\frac{13}{6}.$

D. 2.

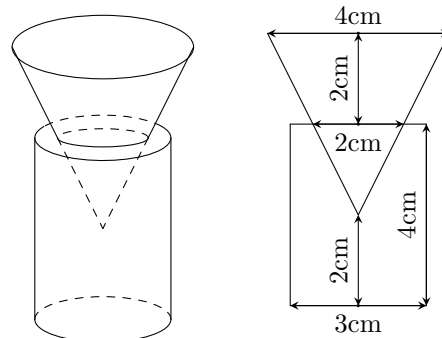
Câu 42. Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H), cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên. Tính thể tích của khối tròn xoay (H) (đơn vị cm^3)

A. $V_{(H)} = 17\pi.$

B. $V_{(H)} = 23\pi.$

C. $V_{(H)} = 13\pi.$

D. $V_{(H)} = \frac{41\pi}{3}.$



Câu 43. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 6. Khoảng cách từ trung điểm M của cạnh $B'C'$ đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy các góc 30° . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{a^3}{12}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 45. Giả sử $I = \int_{-1}^0 \frac{4x^2 + 5x - 1}{2x - 1} dx = a + b \ln 3$, với a, b là các số hữu tỷ. Khi đó giá trị của $M = a - 2b$ bằng

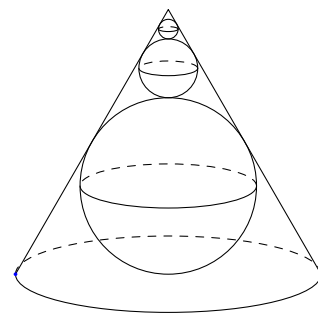
- A. $M = \frac{15}{2}$. B. $M = 0$. C. $M = 5$. D. $M = \frac{5}{2}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Mặt phẳng (α) qua A và song song với BD cắt SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Biết N là trung điểm của SC . Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

- A. $\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}$. C. $\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4}$. D. $\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}$.

Câu 47. Cho khối nón có góc ở đỉnh của thiết diện qua trục là $\frac{\pi}{3}$. Một khối cầu (S_1) nội tiếp trong khối nón. Gọi (S_2) là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với (S_1) ; (S_3) là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với (S_2) ; $\dots$; (S_n) là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với (S_{n-1}) . Gọi $V_1, V_2, \dots, V_n$ lần lượt là thể tích các khối cầu $S_1, S_2, \dots, S_n$ và V là thể tích khối nón. Tính giá trị của biểu thức $T = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{V_1 + V_2 + \dots + V_n}{V}$.

- A. $T = \frac{7}{9}$. B. $T = \frac{3}{5}$. C. $T = \frac{6}{13}$. D. $T = \frac{1}{2}$.



Câu 48. Cho x, y là 2 số thực dương thỏa mãn

$$(xy - 1) \cdot 3^{4-2y} + (x + 2y) \cdot 3^{x(1+3y)} = 0.$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3(x + y) = a\sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $a + b + c$ bằng

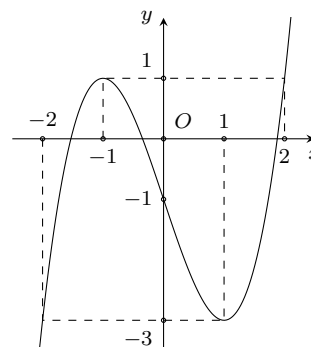
- A. 14. B. 16. C. 15. D. 17.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

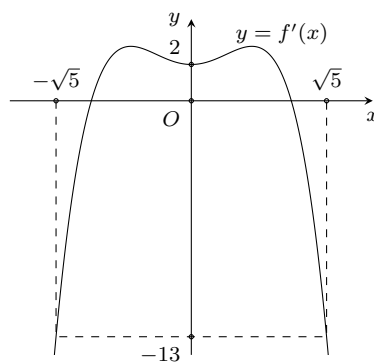
$$f(f(x) + m) + 1 = f(x) + m$$

có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $[-1; 1]$.

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.



Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$.



A. $m \geq \frac{2}{3}f(-\sqrt{5}) - 4\sqrt{5}$.

B. $m \geq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

C. $m \leq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

D. $m \leq \frac{2}{3}f(0) - 2\sqrt{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. B	5. B	6. C	7. B	8. A	9. D	10. C
11. D	12. B	13. A	14. B	15. D	16. C	17. B	18. D	19. A	20. D
21. A	22. D	23. A	24. A	25. C	26. D	27. B	28. D	29. C	30. C
31. C	32. B	33. D	34. A	35. B	36. C	37. B	38. C	39. A	40. B
41. C	42. D	43. D	44. D	45. C	46. D	47. C	48. B	49. A	50. B

CHUYÊN ĐỀ 42. ĐỀ THI THỬ SDG VĨNH PHÚC

Câu 1. Hình lăng trụ tam giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 9. B. 10. C. 12. D. 6.

Câu 2. Phương trình $\log_{\sqrt{3}} |x+1| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 2 nghiệm. B. 3 nghiệm. C. 1 nghiệm. D. Vô nghiệm.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1; 3; 2)$, $\vec{b} = (-3; -1; 2)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. 4. B. 3. C. 10. D. 2.

Câu 4. Tìm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$.

- A. $x - \ln(x+1) + C$. B. $x + \ln|x+1| + C$. C. $x + \ln(x+1) + C$. D. $x - \ln|x+1| + C$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là tập nào sau đây?

- A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = [0; 3]$.
C. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. D. $S = \emptyset$.

Câu 6. Tìm phần thực của số phức $z = 2 - 3i$.

- A. -2. B. 2. C. 3. D. -3.

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2021$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $S = \int_{-2}^4 |x^2 - 2021| dx$. B. $S = \int_{-2}^4 |x^2 - 2021| dx$.
C. $S = \int_{-2}^4 (x^2 - 2021) dx$. D. $S = \int_{-2}^4 (x^2 - 2021)^2 dx$.

Câu 8. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho D quay quanh trục Ox .

- A. $V = \frac{13\pi}{15}$. B. $V = \frac{16\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. D. $V = \frac{19\pi}{15}$.

Câu 9. Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$.

- A. $x_{CD} = \sqrt{2}$. B. $x_{CD} = -\sqrt{2}$. C. $x_{CD} = 0$. D. $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{9}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $3a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $y = 4x^2 - 2$ có đồ thị (P_1) và hàm số $y = 1 - x^2$ có đồ thị (P_2) . Tìm số giao điểm của hai đồ thị (P_1) và (P_2) .

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 12. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π . Tính bán kính đáy R của hình nón đó.

- A. $R = 8$. B. $R = 4$. C. $R = 2$. D. $R = 1$.

Câu 13. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Tính thể tích khối trụ đó.

- A. 8π . B. 32π . C. 16π . D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 14. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 15. Cho số thực a dương. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{1}{4}}\sqrt{a}$ ta được biểu thức nào sau đây?

- A. $a^{\frac{9}{4}}$. B. $a^{\frac{1}{2}}$. C. $a^{\frac{3}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{8}}$.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x$.

- A. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. B. $y = 3^x \ln 3$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{3^x}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$+\infty$	1

Trong các mệnh đề sau đây về hàm $y = f(x)$, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số có một điểm cực trị.

Câu 18. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $\max_{[0;2]} y = 0$. B. $\max_{[0;2]} y = 2$. C. $\max_{[0;2]} y = -2$. D. $\max_{[0;2]} y = 1$.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z = \bar{z}$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp tất cả các điểm biểu diễn cho số phức z là đường nào trong các đường sau đây?

- A. Đường thẳng $x = 0$. B. Đường thẳng $y = x$.
C. Đường thẳng $y = 0$. D. Đường thẳng $y = -x$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^{2021} f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^{1010} f(2x+1) dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 2$. C. $I = 1$. D. $I = 4$.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Đường thẳng (d) nhận vectơ $(1; 3; 2)$ là một vectơ chỉ phương.
B. Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1; -1; 1)$.
C. Đường thẳng (d) đi qua điểm $N(0; 1; 2)$.
D. Đường thẳng (d) nhận vectơ $(2; 3; 1)$ là một vectơ chỉ phương.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; 1)$ và có vectơ pháp tuyến $(0; 1; -2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $x - y + 2z - 2 = 0$. B. $y - 2z + 1 = 0$.
C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $y + 2z - 2 = 0$.

Câu 23. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục toạ độ Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $6x + 4y + 3z - 1 = 0$.
 B. $6x + 4y + 3z - 36 = 0$.
 C. $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.
 D. $6x + 4y + 3z + 12 = 0$.

Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 25. Tìm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + 2x$

- A. $e^x + x^2 + C$.
 B. $e^x + 2 + C$.
 C. $\frac{1}{x+1}e^{x+1} + x^2 + C$.
 D. $e^x + 2x^2 + C$.

Câu 26. Mặt phẳng $(A'BC')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 B. Hai khối chóp tam giác.
 C. Hai khối chóp tứ giác.
 D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Câu 27. Cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) , biết khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng a . Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi a$. Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

- A. $12\pi a^2$.
 B. $16\pi a^2$.
 C. $4\pi a^2$.
 D. $8\pi a^2$.

Câu 28. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) ?

- A. $I(1; -2; 2); R = 4$.
 B. $I(-1; 2; -2); R = \sqrt{34}$.
 C. $I(2; -4; 4); R = \sqrt{35}$.
 D. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}$.

Câu 29. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. $y = -3$.
 B. $y = -1$.
 C. $x = -3$.
 D. $x = 2$.

Câu 30. Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là tập hợp nào sau đây?

- A. $\mathbb{R}$.
 B. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.
 C. $(-2; 2)$.
 D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng ABC trùng với trung điểm cạnh AB , góc giữa AA' với mặt đáy của hình lăng trụ đã cho bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$.

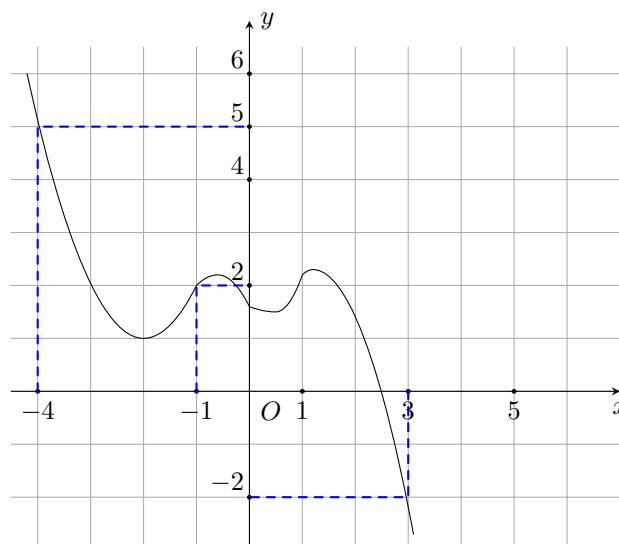
- A. $V = \frac{3a^3}{4}$.
 B. $V = \frac{a^3}{4}$.
 C. $V = \frac{a^3}{8}$.
 D. $V = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 32. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(2x - 4y + 3) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$ có dạng $5\sqrt{M} + m$, với $M, m \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $M + m$.

- A. $M + m = 4$.
 B. $M + m = 1$.
 C. $M + m = 11$.
 D. $M + m = -2$.

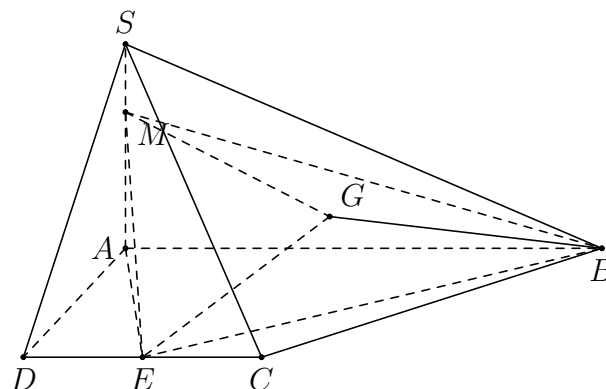
Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, biết $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4; 3]$ là m . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $m = g(-3)$. B. $m = g(-1)$.
C. $m = g(-4)$. D. $m = g(3)$.



Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết $AB = 4a$; $AD = CD = 2a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC , M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MS}$ và E là trung điểm của cạnh CD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối đa diện $MGABE$.

- A. $\frac{13a^3}{4}$. B. $\frac{27a^3}{8}$. C. $\frac{25a^3}{9}$. D. $\frac{10a^3}{3}$.



Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(2; 0; 0)$ và $B(0; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

- A. $4x + 3y + 5z - 8 = 0$. B. $2x + 3y + z - 4 = 0$.
C. $4x + 3y + 5z + 8 = 0$. D. $3x - 2y + 8z - 6 = 0$.

Câu 36. Cho mặt cầu (S) có bán kính không đổi R . Một hình chóp lục giác đều $S.ABCDEF$ nội tiếp mặt cầu (S) . Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối chóp $S.ABCDEF$.

- A. $V_{\max} = \frac{8\sqrt{3}R^3}{9}$. B. $V_{\max} = \frac{16\sqrt{3}R^3}{27}$. C. $V_{\max} = \frac{8\sqrt{3}R^3}{27}$. D. $V_{\max} = \frac{3\sqrt{3}R^3}{8}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 1; -2)$, $B(1; -5; 4)$, $C(5; -1; 0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc mặt phẳng Oxz sao cho $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = 10$ là một đường tròn tâm $H(a; 0; c)$, bán kính bằng r . Tính tổng $T = a + c + r$.

- A. 0. B. 10. C. 6. D. -3.

Câu 38. Tính diện tích toàn phần S của mặt nón (N) biết thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $2\sqrt{2}a$.

- A. $S = (2 + 2\sqrt{2})\pi a^2$. B. $S = (4 + 2\sqrt{2})\pi a^2$.
C. $S = (2 + 4\sqrt{2})\pi a^2$. D. $S = (4 + 4\sqrt{2})\pi a^2$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	+	0	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$.

A. 3.

B. 4.

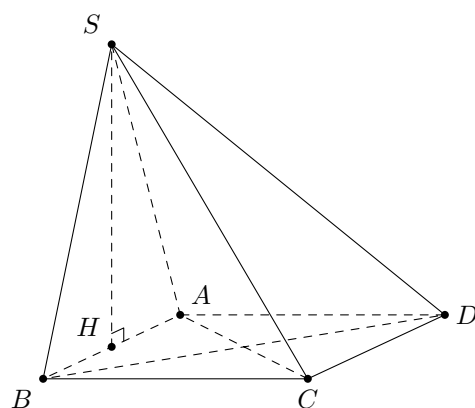
C. 1.

D. 2.

Câu 40. Cho đa giác đều 30 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong 30 đỉnh của đa giác đã cho. Tính xác suất để ba đỉnh đó tạo thành một tam giác có một góc bằng 120° .

A. $P = \frac{27}{406}$.B. $P = \frac{33}{406}$.C. $P = \frac{57}{406}$.D. $P = \frac{23}{406}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và $(SAB) \perp (ABCD)$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ A đến (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.D. $\frac{a}{2}$.

Câu 42. Số 2021^m (với m là số tự nhiên) viết trong hệ thập phân có 6678 chữ số. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $2010 < m < 2015$.B. $m < 2010$.C. $m > 2025$.D. $2015 < m < 2025$.

Câu 43. Biết phương trình $\log_2^2(x^2 + 1) - m \log_2(x^2 + 1) + 8 - m = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt. Hỏi m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(21; 28)$.B. $(15; 21)$.C. $(-10; 1)$.D. $(1; 9)$.

Câu 44. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + mx + 3} - x) = 3$. Hỏi m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m \in (0; 4)$.B. $m \in (8; 10)$.C. $m \in (-4; 0)$.D. $m \in (4; 8)$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \leq 0$.B. $m \geq 0$.C. $m \geq -9$.D. $m \geq 9$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x$$

với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 0$, tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f'(x) dx$.

A. $I = \frac{\pi}{4}$.B. $I = -\frac{\pi}{4}$.C. $I = \frac{1}{4}$.D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 47. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \log_5(2x^2 + 3x + 1)$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

A. $y = \frac{3x+1}{\ln 5}$.

B. $y = \frac{3x-2}{\ln 5}$.

C. $y = \frac{3x}{\ln 5}$.

D. $y = \frac{x}{2\ln 5}$.

Câu 48. Biết diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^{-x}$, $y = \frac{x}{3}$, $x = 0$ là $S = \frac{m}{3\ln 3} - \frac{n}{6}$. Tính tổng $m + n$.

A. $m + n = 4$.

B. $m + n = 2$.

C. $m + n = 1$.

D. $m + n = 3$.

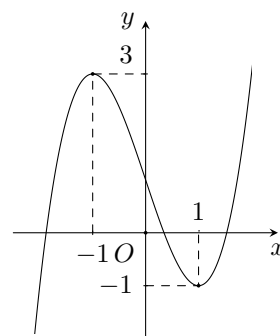
Câu 49. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x)$ là hàm số bậc ba, có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-10; 10]$ để đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2021$ có đúng một điểm cực trị?

A. 20.

B. 16.

C. 15.

D. 18.



Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để hàm số

$$y = x^3 - 3x^2 + mx + 24 \ln x$$

đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 2034.

B. 2032.

C. 2035.

D. 2033.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. D	5. A	6. B	7. B	8. B	9. C	10. A
11. A	12. C	13. B	14. A	15. C	16. B	17. A	18. B	19. C	20. B
21. D	22. C	23. C	24. D	25. A	26. A	27. B	28. D	29. C	30. C
31. B	32. B	33. B	34. D	35. A	36. B	37. C	38. A	39. A	40. A
41. C	42. D	43. D	44. D	45. D	46. D	47. C	48. D	49. D	50. A

CHUYÊN ĐỀ 43. ĐỀ THI THỬ SDG HẠ LONG

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(3; -1)$ là điểm biểu diễn số phức nào sau đây?

- A. $z = 1 - 3i$. B. $z = -3 + i$. C. $z = -1 + 3i$. D. $z = 3 - i$.

Câu 2. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 3. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 4. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$

- A. $I = \frac{7}{2}$. B. $I = \frac{17}{2}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 5. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 . B. $-3i$. C. 3 . D. $3i$.

Câu 6. Cho $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(0) = -1, f(1) = 3$. Tính $I = \int_0^1 f'(x)dx$

- A. $\int_0^1 f'(x)dx = -2$. B. $\int_0^1 f'(x)dx = 2$. C. $\int_0^1 f'(x)dx = -4$. D. $\int_0^1 f'(x)dx = 4$.

Câu 7. Cần phân công 3 bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

- A. 20. B. 10^3 . C. 210. D. 720.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 1)$ với mọi số thực x . Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 10. Cho hình nón có bán kính $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $\ell = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n}_2 = (2; -3; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; 0; -3)$. C. $\vec{n}_4 = (2; -3; 0)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(2; -1; 3)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; -1; 4)$. B. $(1; -1; 2)$. C. $(-1; -1; 2)$. D. $(-1; 1; -2)$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính mô-đun của z .

- A. $|z| = 16$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = \sqrt{17}$. D. $|z| = 17$.

Câu 14. Cho số thực dương a . Sau khi rút gọn, biểu thức $P = \sqrt[3]{a}\sqrt{a}$ có dạng

- A. $\sqrt{a}$. B. $\sqrt{a^3}$. C. a . D. $\sqrt[3]{a}$.

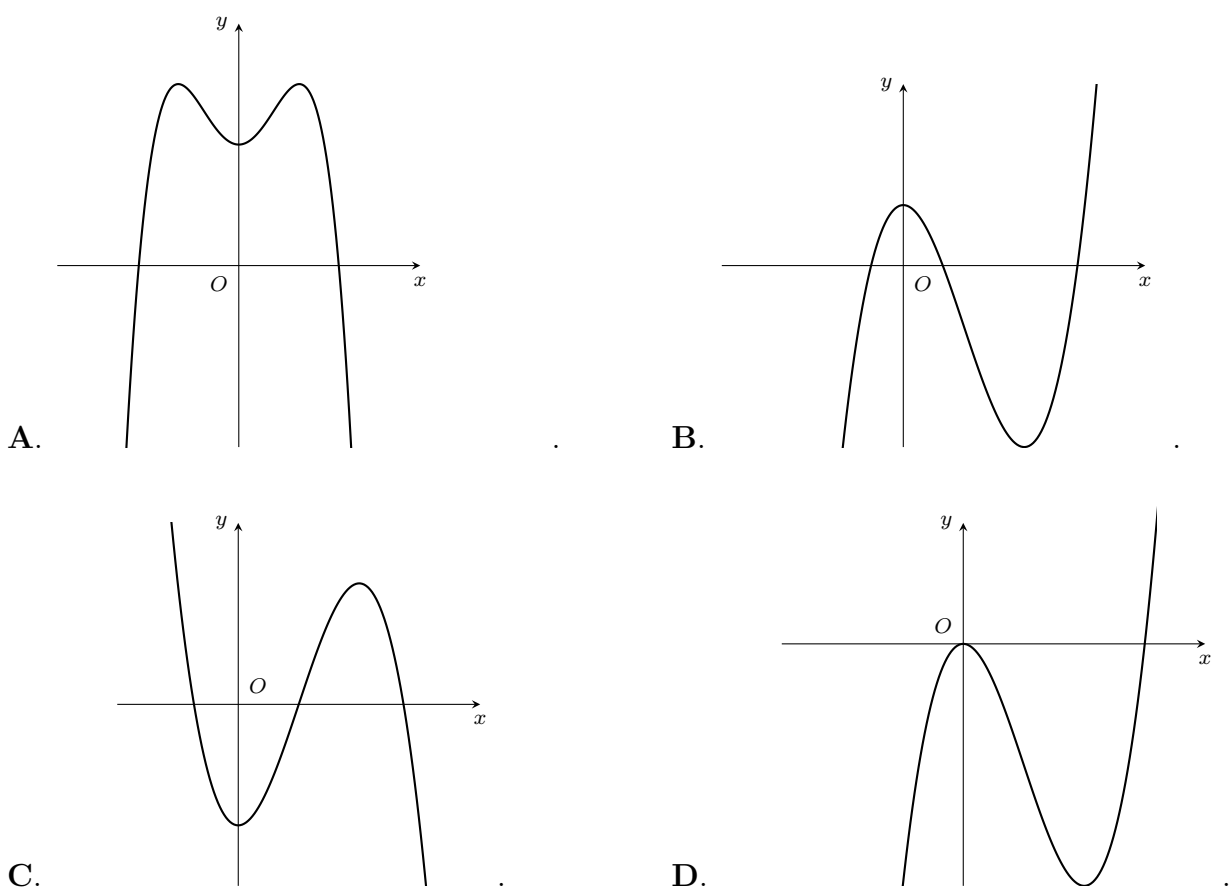
Câu 15. Với $x > -\frac{1}{2}$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x + 1)$ là

- A. $\frac{2 \ln 3}{(2x + 1)}$. B. $\frac{-1}{(2x + 1) \ln 3}$. C. $\frac{2}{(2x + 1) \ln 3}$. D. $\frac{1}{(2x + 1) \ln 3}$.

Câu 16. Trong một buổi hòa nhạc, có các ban nhạc của các trường đại học từ Huế, Đà Nẵng, Quy Nhơn, Nha Trang, Đà Lạt tham dự. Số cách xếp thứ tự biểu diễn của 5 ban nhạc để ban nhạc đến từ Nha Trang biểu diễn đầu tiên là

- A. 20. B. 24. C. 4. D. 120.

Câu 17. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị là



Câu 18. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

- A. $V = 6a^2$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 2a^2$.

Câu 19. Với mọi số thực $a \neq 0$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_3^2 a^2 = 4 \log_3^2 |a|$. B. $\log_3^2 a^2 = 2 \log_3^2 |a|$. C. $\log_3^2 a^2 = 4 \log_3^2 a$. D. $\log_3^2 a^2 = 2 \log_3^2 a$.

Câu 20. Cho một cấp số cộng có $u_1 = 1$; $d = 2$. Kết quả nào **đúng** trong các kết quả sau

- A. $u_5 = 4$. B. $u_5 = 2$. C. $u_5 = 9$. D. $u_5 = 13$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ dương?

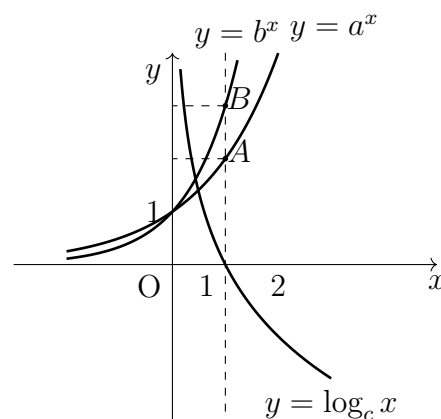
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(2; -1; 1)$, $R = 9$. B. $I(-2; 1; -1)$, $R = 3$.
C. $I(-2; 1; -1)$, $R = 9$. D. $I(2; -1; 1)$, $R = 3$.

Câu 23. Đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$ (a, b, c là ba số dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng mặt phẳng tọa độ (hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $c > a > b$. B. $b > a > c$.
C. $c > b > a$. D. $a > b > c$.



Câu 24. Tất cả giá trị của m sao cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A. $m \leq 2$. B. $m \geq 2$. C. $m < 2$. D. $m > 2$.

Câu 25. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; 4)$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = 2x - 3 \cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

- A. $F(x) = x^2 - 3 \sin x - \frac{\pi^2}{4}$. B. $F(x) = x^2 - 3 \sin x + \frac{\pi^2}{4}$.
C. $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 - \frac{\pi^2}{4}$. D. $F(x) = x^2 - 3 \sin x + 6 + \frac{x^1}{4}$.

Câu 27. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) + \log_9(x-5)^2 + \log_{\frac{1}{3}} 8 = 0$ bằng

- A. 6. B. $\sqrt{17} + \sqrt{33}$. C. 3. D. 9.

Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 2021$. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} + C$.
B. $\int f(x) dx = \frac{1}{9}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2021x + C$.

- C. $\int f(x) dx = \frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{x^2}{2} - 2021x + C.$
 D. $\int f(x) dx = \frac{1}{12}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - 2021x + C.$

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tọa độ điểm B thỏa mãn M là trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right).$ B. $B(5; 3; -7).$ C. $B(5; -3; -7).$ D. $B(-4; 9; 8).$

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{16 - x^2}$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. $2\sqrt{5}.$ B. 4. C. $2\sqrt{3}.$ D. 0.

Câu 32. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 6z_1 + 5z_2$.

- A. $\bar{z} = 48 - 37i.$ B. $\bar{z} = 51 - 40i.$ C. $\bar{z} = 51 + 40i.$ D. $\bar{z} = 48 + 37i.$

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	-
$f(x)$	-2	$+\infty$	-2	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 34. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-3; 0; 4)$, đi qua điểm $A(-3; 0; 0)$ có phương trình là

- A. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 16.$ B. $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 4)^2 = 16.$
 C. $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 4.$ D. $(x - 3)^2 + y^2 + (z + 4)^2 = 4.$

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của d và (P) , điểm M thuộc d thỏa mãn $IM = 9$. Tính khoảng cách từ M đến (P) .

- A. 8. B. $3\sqrt{2}.$ C. 1. D. $2\sqrt{5}.$

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \geq 0) \\ 2 \cos x - 3 & (x < 0) \end{cases}$. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(|2 \cos x - 1|) \sin x dx$.

- A. $-\frac{1}{3}.$ B. $\frac{1}{3}.$ C. 0. D. $-\frac{2}{3}.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD . Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' . Thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ là

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}.$ C. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}.$ D. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z - 3 + 3i| = |\bar{z} - 5 + i|$ và $\frac{z - 2i}{\bar{z} + i}$ là một số thực?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa hai đường thẳng SA và CM .

- A. $45^\circ.$ B. $30^\circ.$ C. $60^\circ.$ D. $90^\circ.$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Khi đó gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = 3$. B. $a + b = -3$. C. $a + b = 4$. D. $a + b = 2$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[0;3]} |x^2 - 2x + m| = 4$. Tổng giá trị các phần tử của tập S bằng

- A. 4. B. -2. C. -4. D. 2.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

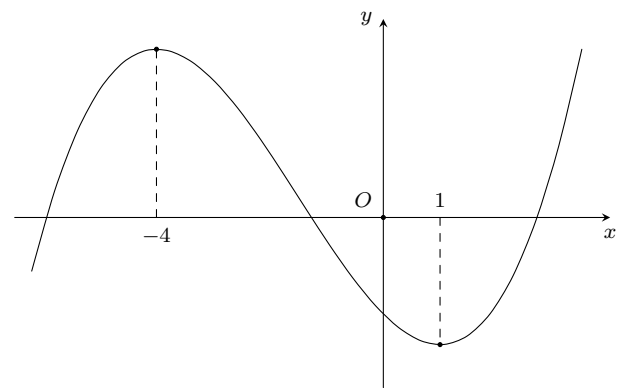
- A. $R = 2a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \sqrt{3}a$. D. $R = \frac{25a}{8}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số

$$g(x) = f(x^2 - 4|x|)$$

có bao nhiêu điểm cực trị?

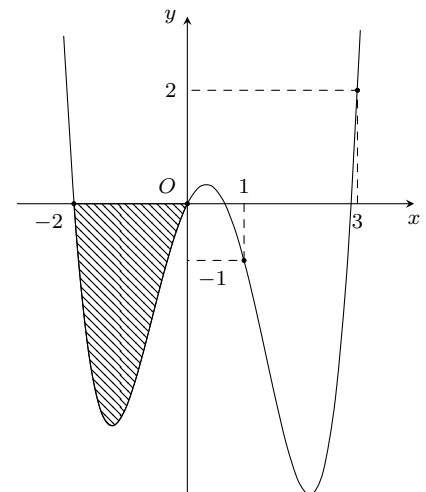
- A. 7. B. 9. C. 5. D. 11.



Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần được gạch sọc bằng 3. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_3^4 f(2x-8) dx.$$

- A. $T = \frac{9}{2}$. B. $T = 0$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = 6$.



Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho bất phương trình $5^{-\log_3 y} + 9x > \left(\frac{1}{125}\right)^x + \log_3 y^3$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 3$?

- A. 243. B. 19683. C. 242. D. 19682.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$, $B(-3; 1; 4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh S thuộc đường thẳng Δ và ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB . Khi $(\mathcal{N})$ có thể tích nhỏ nhất và S có tọa độ nguyên thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của $(\mathcal{N})$ có phương trình dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng

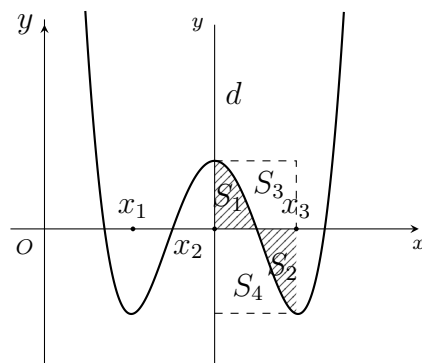
- A. 5. B. 1. C. -6. D. 3.

Câu 47. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $5|z_1 - i| = |z_1 + 1 - 3i| + 3|z_1 - 1 + i|$ và $|z_2 + i| = 5$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + z_2 - 2 - 4i|$ bằng

- A. $2 + \sqrt{13}$. B. $5 + 4\sqrt{5}$. C. $5 + 3\sqrt{5}$. D. 9.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_3 = x_1 + 2; f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x = x_2$ làm trục đối xứng. Gọi $S_1; S_2; S_3; S_4$ là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỷ số $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$ gần kết quả nào nhất?

- A. 0,71. B. 0,55. C. 0,65. D. 0,60.



Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi giá trị của y , bất phương trình $(\log_2 x + x - 1)(y - \log_2 x) > 0$ có nghiệm x và có không quá 20 nghiệm x nguyên?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 50. Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PD của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện $MNPQ$. Biết rằng $MN = 6$ dm và thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng 36 dm^3 . Tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

- A. $143,6 \text{ dm}^3$. B. $113,6 \text{ dm}^3$. C. $133,6 \text{ dm}^3$. D. $123,6 \text{ dm}^3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. B	5. A	6. D	7. A	8. A	9. C	10. C
11. B	12. B	13. C	14. A	15. C	16. A	17. B	19. A	20. C	21. D
22. D	23. B	24. C	25. A	26. C	27. D	28. B	29. D	30. C	31. C
32. A	33. C	34. A	35. A	36. D	37. B	38. A	39. C	40. A	41. B
42. D	43. A	44. A	46. B	47. B	48. D	49. B	50. C		

CHUYÊN ĐỀ 44. ĐỀ THI THỬ CHUYÊN ĐHSP HÀ NỘI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ABC với $A(1; -5; 4)$, $B(0; 2; -1)$ và $C(2; 9; 0)$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

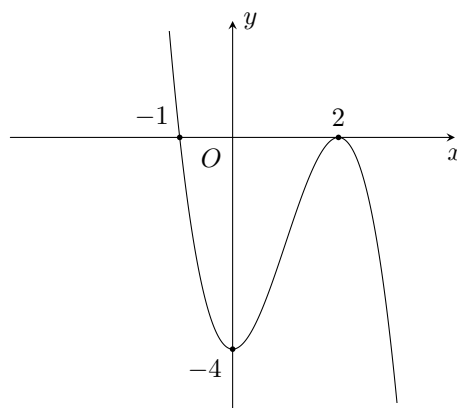
- A. 4. B. 12. C. $\frac{4}{3}$. D. 12.

Câu 2. Với a, x, y là các số thực dương tùy ý, $a > 1$, kết quả khi rút gọn $P = \frac{x^{\log_a y}}{y^{\log_a x}}$ là

- A. $P = 1$. B. $P = x$. C. $P = y$. D. $P = a$.

Câu 3. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. D. $y = -x^3 - 4$.



Câu 4. Tích phân $\int_{-1}^1 x^{2020} dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2021}$. B. $\frac{2}{2021}$. C. $\frac{2}{2020}$. D. 0.

Câu 5. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 1; -6)$ và $B(5; 3; -2)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 6 + t \\ y = 4 + t \\ z = 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -6 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 4 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$.

Câu 6. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $(2 - i)\bar{z} - 4 = 0$ có nghiệm là

- A. $z = \frac{7}{5} - \frac{3}{5}i$. B. $z = \frac{4}{5} - \frac{8}{5}i$. C. $z = \frac{8}{5} + \frac{4}{5}i$. D. $z = \frac{8}{5} - \frac{4}{5}i$.

Câu 7. Một hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng 49π . Khi đó chiều cao của hình nón bằng

- A. $7\sqrt{3}$. B. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$. C. $14\sqrt{3}$. D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$			3		$+\infty$
			-2			

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -2$. B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2; -1; 3)$ trên mặt phẳng Oyz là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(-2; 0; 0)$. C. $(0; -1; 3)$. D. $(-2; -1; 0)$.

Câu 10. Hệ số của x^4 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(3x - 2)^{11}$ là

- A. $-C_{11}^7 3^4 2^7$. B. $C_{11}^7 3^4 2^7$. C. $-C_{11}^7 3^7 2^4$. D. $-C_{11}^7 3^7 2^4$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^{2x} 7^x$ là

- A. $63^x \ln 63 + C$. B. $63^x + C$. C. $\frac{21^x}{\ln 21} + C$. D. $\frac{63^x}{\ln 63} + C$.

Câu 12. Với a là các số thực dương tùy ý, $\left(a^{-\sqrt{5}}\right)^{\sqrt{5}}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{a^5}$. C. a^5 . D. $a^{-2\sqrt{5}}$.

Câu 13. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Khi đó thể tích khối tứ diện $EBCD$ bằng

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{V}{5}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{2}$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $(4, 5)^{4x-5} = \left(\frac{2}{9}\right)^{-x-1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = \frac{4}{5}$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{5}{4}$.

Câu 15. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này là

- A. 35π (cm²). B. 70π (cm²). C. $\frac{35}{3}\pi$ (cm²). D. $\frac{70}{3}\pi$ (cm²).

Câu 16. Cho số phức $z = 9 - 5i$. Phần ảo của số phức z là

- A. 5. B. $5i$. C. -5 . D. $-5i$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Trong ba điểm có tọa độ lần lượt là $(0; 0; 0)$, $(1; 2; 3)$ và $(2; 0; 6)$ thì có bao nhiêu điểm nằm trên mặt cầu (S) ?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$	
		-2			-2			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-3; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 19. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. 360. B. 6. C. 720. D. 1.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = \frac{1}{3}$ là

- A. 27. B. $\sqrt[3]{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{27}$.

Câu 21. Một lớp học có 18 nam và 12 nữ. Số cách chọn hai bạn từ lớp học đó, trong đó có một nam và một nữ tham gia đội xung kích của nhà trường là

- A. 30. B. $C_{18}^2 \cdot C_{12}^2$. C. C_{20}^2 . D. 216.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log(\tan x)$ tại điểm $x = \frac{\pi}{3}$ bằng

- A. $\frac{4}{3 \ln 10}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{9 \ln 10}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3 \ln 10}$.

Câu 23. Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{4}}$ và $\log_b \left(\frac{4}{5}\right) > \log_b \left(\frac{5}{6}\right)$ thì

- A. $0 < a < 1, b > 1$. B. $0 < b < 1, a > 1$.
C. $a > 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Câu 24. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M(1; 2; 4)$, $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, và $C(0; 0; 4)$. Phương trình mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (ABC) và đi qua điểm M là

- A. $x + 2y + 4z - 21 = 0$. B. $x + 2y + 4z - 12 = 0$.
C. $4x + 2y + z - 12 = 0$. D. $4x + 2y + z - 21 = 0$.

Câu 25. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		—	—
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

- A. $y = \frac{2x - 7}{x - 2}$. B. $y = \frac{2x + 1}{x + 8}$. C. $y = \frac{2x + 1}{x - 2}$. D. $y = \frac{1 - 2x}{x - 2}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AC = 2a$, $BC = a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $6a^3$. B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = -3 + 4i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức zw có tọa độ là

- A. (6; 17). B. (-18; 17). C. (17; 6). D. (17; -18).

Câu 28. Nếu $\int_2^{2021} f(x)dx = 12$ và $\int_{2020}^{2021} f(x)dx = 2$ thì $\int_2^{2020} f(x)dx$ bằng

- A. -10. B. 10. C. 14. D. 24.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = xe^{x+1}$ trên đoạn $[-2; 4]$ là

- A. $4e^5$. B. $-2e$. C. $-\frac{2}{e}$. D. -1.

Câu 30. Họ nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{5 - 3x}$ là

- A. $\frac{2}{9}\sqrt{(5 - 3x)^3} + C$. B. $-\frac{2}{3}\sqrt{5 - 3x} + C$.
C. $-\frac{2}{9}\sqrt{(5 - 3x)^3} + C$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{5 - 3x} + C$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a$, $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Khoảng cách từ điểm G tới mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{2a}{9}$. C. $\frac{a}{6}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 32. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $\{-2; 2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2]$.

Câu 33. Một lớp 12 có hai tổ, mỗi tổ có 16 học sinh. Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông 2021, tổ 1 có 10 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên, 6 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội. Tổ 2 có 9 bạn đăng kí thi tổ hợp xã hội, 7 bạn đăng kí thi tổ hợp tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên ở mỗi tổ một bạn. Xác suất để cả hai bạn được chọn đều đăng kí cùng tổ hợp để dự thi tốt nghiệp là

- A. $\frac{33}{64}$. B. $\frac{124}{C_{32}^2}$. C. $\frac{31}{64}$. D. $\frac{124}{A_{32}^2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $(SAB) \perp (ABCD)$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB vuông tại S , $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$. Giá trị tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{51}}{17}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 35. Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + mx + 1}$ có duy nhất một đường tiệm cận?

- A. $m \in (-2; 2)$. B. $m \in [-2; 2]$. C. $m \in \{-2; 2\}$. D. $m \in (2; +\infty)$.

Câu 36. Mùa hè năm 2021, để chuẩn bị cho “Học kì quân đội” dành cho các bạn nhỏ, một đơn vị bộ đội chuẩn bị thực phẩm cho các bạn nhỏ, dự kiến đủ dùng trong 45 ngày (năng suất ăn của mỗi ngày là như nhau). Nhưng bắt đầu từ ngày thứ 11, do số lượng thành viên tham gia tăng lên, nên lượng tiêu thụ thực phẩm tăng lên 10% mỗi ngày (ngày sau tăng lên 10% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn đó đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

- A. 24. B. 25. C. 23. D. 26.

Vậy lượng thức ăn chỉ đủ dùng trong 25 ngày.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho với mỗi giá trị của m , bất phương trình

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 10$$

nhận đúng với mọi $x \in [0; 3]$.

- A. 13. B. 12. C. 252. D. 253.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	a	b	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			6	
		-5			$-\infty$

Đặt $h(x) = |m - f(x - 2)|$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số $y = h(x)$ có đúng 5 cực trị.

- A. Vô số. B. 12. C. 0. D. 5310.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x > 3 \\ ax - 3a + 7 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ (a là tham số thực). Nếu $\int_0^1 f(e^x + 1)e^x dx = e^2$ thì a bằng

A. $\frac{3e^2 + 4e - 6}{e - 1}$. B. $6e - 6$. C. $6e + 6$. D. $-6e + 6$.

Câu 40. Cho hình nón (T) đỉnh (S), có đáy là đường tròn (C_1) tâm O , bán kính bằng 2, chiều cao hình nón (T) bằng 2. Khi cắt hình nón (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I . Lấy hai điểm A và B lần lượt trên hai đường tròn (C_2) và (C_1) sao cho góc giữa $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{OB}$ là 60° . Thể tích của khối tứ diện $IAOB$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 5| + |z + 5| = 12$ là

- A. Một đường parabol. B. Một đường elip.
C. Một đường tròn. D. Một đường thẳng.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 5)$, $B(-1; 2; 7)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt (P) có phương trình $3x - 5y + z - 9 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng $MA^2 + MB^2$ là

- A. 12. B. $\frac{441}{35}$. C. $\frac{858}{35}$. D. $\frac{324}{35}$.

Câu 43. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{4}$. Đường thẳng d qua $M(-2; 0; 3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

- A. $d: \frac{x+2}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z-3}{-18}$. B. $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{9}$.
C. $d: \frac{x-2}{-2} = \frac{y}{6} = \frac{z+3}{18}$. D. $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{9}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn $z^2 = |z|^2 - 2\bar{z}$. Tổng phần thực của các số phức thuộc S bằng

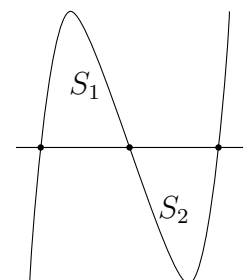
- A. 0. B. -2. C. 3. D. 2.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C . H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{HB} = -2\overrightarrow{HA}$ và $SH \perp (ABC)$, các mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc 45° . Biết $SB = a\sqrt{6}$, thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

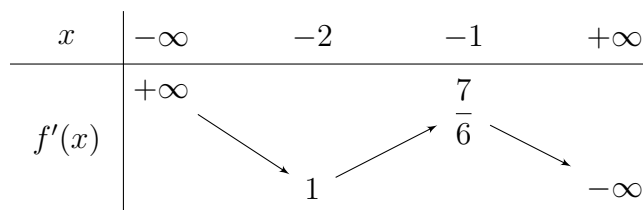
- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{9a^3}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 46. Gọi X là tập các giá trị của tham số m thỏa mãn đường thẳng (d): $y = -12m - 7$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4x - 1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 thỏa mãn $S_1 = S_2$ (xem hình vẽ). Tích các giá trị của các phần tử của X là

- A. 9. B. -9. C. 27. D. $-\frac{9}{2}$.



Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = \frac{1}{2021}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) + x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2| + 2|3 - \bar{z}|$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 14. B. 7. C. $\frac{45 + 3\sqrt{55}}{5}$. D. $\frac{15 + 5\sqrt{33}}{3}$.

Câu 49. Cho 2 số thực dương x, y thỏa mãn $\log_5 [(x + 2)(y + 1)]^{y+1} = 125 - (x - 1)(y + 1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 5y$ là

- A. $P_{\min} = 125$. B. $P_{\min} = 57$. C. $P_{\min} = 43$. D. $P_{\min} = 25$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1): (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 4$ và $(S_2): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$. Gọi M là điểm thay đổi, thuộc mặt cầu (S_2) sao cho tồn tại ba mặt phẳng đi qua M , đôi một vuông góc với nhau và lần lượt cắt mặt cầu (S_1) theo ba đường tròn. Giá trị lớn nhất của tổng chu vi ba đường tròn đó là

- A. 8π . B. $4\sqrt{6}\pi$. C. $2\sqrt{30}\pi$. D. 4π .

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. C	4. B	5. A	6. D	7. A	8. B	9. C	10. A
11. D	12. B	13. C	14. C	15. B	16. C	17. D	18. D	19. C	20. B
21. D	22. D	23. B	24. C	25. C	26. A	27. A	28. B	29. D	30. C
31. B	32. D	33. C	34. B	35. A	36. B	37. B	38. D	39. B	40. B
41. B	42. C	43. B	44. B	45. A	46. A	47. D	48. D	49. C	50. B