



ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ I - MÔN TOÁN 9

Năm học 2021 – 2022

A. PHẦN ĐẠI SỐ

I. LÝ THUYẾT:

Trả lời các câu hỏi ôn tập chương I(trang 39 – SGK), chương II (trang 59 – SGK).

II. BÀI TẬP: Ôn theo dạng sgk, sbt

Bài 1. Thực hiện phép tính:

a) $\sqrt{3} + \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - 5\sqrt{48}$

b) $(\sqrt{7} + 2\sqrt{14} - \sqrt{28})\sqrt{7} + 5\sqrt{8}$

c) $\left(\sqrt{\frac{8}{3}} - \sqrt{24} + \sqrt{\frac{50}{3}}\right) \cdot \sqrt{6}$

d) $2\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2) + (1 + 2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}$

e) $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

f) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

g) $\sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7}$

h) $\sqrt[3]{45 + 29\sqrt{2}} + \sqrt[3]{45 - 29\sqrt{2}}$

i) $\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{-8 + 5\sqrt{57 - 28\sqrt{2}}}}$;

j) $\sqrt{13 + 6\sqrt{4 + \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}}}$

k) $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021} + \sqrt{2022}}$

l) $\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3} + 3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{25x} - \sqrt{9x} = 8$

b) $\sqrt{3x} - 2\sqrt{12x} + 7\sqrt{27x} = 60$

c) $\sqrt{9x+9} - \frac{2}{3}\sqrt{4x+4} + \sqrt{16x+16} - 34 = 0$

d) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3$

e) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

f) $x - \sqrt{x} - 6 = 0$

g) $\sqrt{3x-5} = 3 + \sqrt{x-2}$

h) $\sqrt{25x^2 - 4} = 2\sqrt{5x-2}$

i*) $4x^2 + 3x + 3 - 4x\sqrt{x+3} - 2\sqrt{2x-1} = 0$;

j) $2x - 8\sqrt{2x-3} + 9 = 0$

k*) $\sqrt{x-2} + \sqrt{y+2000} + \sqrt{z-2001} = \frac{1}{2}(x+y+z)$ l*) $x+y+z+23 = 4\sqrt{x-1} + 6\sqrt{y-2} + 8\sqrt{z-3}$

m*) $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$

n*) $x^2 + x - 9 = \sqrt{(x^2 - 8)(x - 2)} + \sqrt{x^2 - 8} + \sqrt{x - 2}$

p*) $\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x} = \sqrt{x^2 - 8x + 24}$

Bài 3. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của A khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$

c) Tìm giá trị của x khi $A = \frac{1}{3}$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức A.

Bài 4: Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+9\sqrt{x}}{x-9}$ và $B = \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25}$ (với $x \geq 0, x \neq 9, x \neq 25$)

a) Rút gọn biểu thức A và B.

b) Biết $M = \frac{A}{B}$. Hãy so sánh M với 1.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Bài 5: Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x-\sqrt{x}+3}{x\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{x+2}{x+\sqrt{x}+1}$ ($x \geq 0, x \neq 1$)

a) Tính giá trị của B tại $x = \left(1 - \frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right) \cdot \left(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} - 1\right)$

b) Rút gọn biểu thức A

c) Cho $M = \frac{A}{1-B}$. Tìm x để $M \leq 1$.

Bài 6: Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3-11\sqrt{x}}{9-x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ ($x \geq 0, x \neq 9$)

a) Tính giá trị của B tại $x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} - \frac{2}{\sqrt{2}+1}$

b) Rút gọn biểu thức A

c) Tìm số nguyên x để $M = AB$ nhận giá trị nguyên

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức M.

Bài 7: Cho 2 biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ và $Q = \frac{6}{x-3\sqrt{x}}$ (với $x \geq 0, x \neq 9$).

1) Rút gọn P

2) Biết $A = \frac{Q}{P}$. Tìm x để $A = \frac{2\sqrt{x}+1}{2}$

3) So sánh A và A^2

Bài 8: Cho 2 biểu thức $A = \frac{7\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} - \frac{36}{x-9}$.

a) Rút gọn B

b) Tìm x để $A = B$

c) Tìm x để B nhận giá trị là số nguyên dương

Bài 9: Cho biểu thức $A = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ ($x > 0, x \neq 25$)

a) Tính giá trị của A khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

b) Rút gọn B

c) Tìm m để phương trình $A - B = m$ có nghiệm

Bài 10. Cho hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + 3$ với $m \neq 2$ là tham số.

a) Tìm m để hàm số đồng biến? nghịch biến?

b) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm A(1; 2).

c) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x$.

d) Vẽ đồ thị với m tìm được ở câu c. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị vừa vẽ với đường thẳng $y = 2x + 1$.

e) Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của m.

f) Tìm m để khoảng cách từ O đến đường thẳng (d) bằng 1.

Bài 11. Cho hai đường thẳng $(d_1): y = \frac{1}{2}x + 2$ và $(d_2): y = -x + 2$.

- a) Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy.
- b) Gọi A và B lần lượt là giao điểm của (d_1) và (d_2) với trục Ox, C là giao điểm của (d_1) và (d_2) . Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC.

Bài 12. Cho hàm số bậc nhất $y = (m+1)x + 2m - 1$ ($m \neq -1$ là tham số) có đồ thị là đường thẳng (d) .

- a) Tìm m để (d) đi qua gốc tọa độ.
- b) Tìm m để (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
- c) Tìm m để (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 .
- d) Gọi (d_1) và (d_2) là đồ thị hàm số tương ứng với giá trị m tìm được ở câu b và câu c. Tìm tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) .

Bài 13. Xác định hàm số $y = ax + b$ (a khác 0), biết rằng hàm số có đồ thị thỏa mãn các điều kiện sau:

- a) Đi qua điểm $A\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{2}\right)$ và song song với đường thẳng $y = 2x + 3$.
- b) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 và đi qua điểm $B(1; 2)$.
- c) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và đi qua điểm $C(-2; -1)$.
- d) Đi qua hai điểm $M(1; 2)$ và $N(3; 6)$.

Bài 14. Cho đường thẳng $(d): y = (m^2 + 1)x + m - 2$, với m là tham số

- a) Khi $m = 1$ tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng (d) và hai trục tọa độ.
- b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 2x - 3$
- c) Tìm các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Bài 15. Cho hàm số $y = (m+1)x + 3$ (với $m \neq -1$) có đồ thị là đường thẳng (d) .

- a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$
- b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với $y = -2x + 1$
- c) Tìm m để đường thẳng d cắt hai trục tọa độ Ox, Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 9

Bài 16. Cho hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$ (1) ($m \neq 1$)

- a) Xác định m để hàm số (1) song song với $y = -x + 1$
- b) Xác định m để đường thẳng $(d_1) y = 1 - 3x$; $(d_2) y = -0,5x - 1,5$ và đồ thị hàm số (1) đồng quy tại một điểm.

Bài 17. Cho đường thẳng $d: (2m-5)x + y - 1 + m = 0$ ($m \neq \frac{5}{2}$). Tìm m sao cho khoảng cách từ O đến d là lớn nhất

Bài 18. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} a) \begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases} & b) \begin{cases} 7x - 2y = 1 \\ 3x + y = 6 \end{cases} & c) \begin{cases} (x-1)(y-2) - (x+1)(y-3) = 4 \\ (x-3)(y+1) - (x-3)(y-5) = 18 \end{cases} \\ d) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ x + 20 = 2(y - 20) \end{cases} & e) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{8} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \end{cases} & g) \begin{cases} 4\sqrt{x+3} - 9\sqrt{y+1} = 2 \\ 5\sqrt{x+3} + 3\sqrt{y+1} = 31 \end{cases} \end{array}$$

Bài 19. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 5(1) \\ mx + y = 4(2) \end{cases}$$

- a) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất mà x và y trái dấu.
- b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất mà $x = |y|$.

B. HÌNH HỌC

I. LÝ THUYẾT

Trả lời các câu hỏi ôn tập chương I(trang 91 – SGK), chương II (trang 126 – SGK).

II. BÀI TẬP

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

- | | |
|--|---|
| a) $\sin 30^\circ - 2 \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$ | e) $\tan 35^\circ . \tan 40^\circ . \tan 45^\circ . \tan 50^\circ . \tan 55^\circ$ |
| b) $\tan 40^\circ . \cot 40^\circ + \frac{\sin 50^\circ}{\cos 40^\circ}$ | f) $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$ |
| c) $\cot 44^\circ . \cot 45^\circ . \cot 46^\circ$ | g) $\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ + \tan 17^\circ - \cot 73^\circ$ |
| d) $(1 + \tan^2 25^\circ) . \sin^2 65^\circ$ | h) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$. |

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$:

- Giải tam giác vuông ABC.
- Kẻ AH vuông góc với BC. Tính AH, HB, HC?
- Phân giác của góc A cắt BC tại D. Tính BD, DC.
- Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của D trên các cạnh AB, AC. Tứ giác AMDN là hình gì? Tính diện tích của tứ giác AMDN?

Bài 3. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, kẻ tiếp tuyến Ax. Qua điểm C tùy ý nằm trên nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax tại M, tia BC cắt Ax tại N.

- Chứng minh OM vuông góc với AC.
- Chứng minh 4 điểm M, A, O, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh M trung điểm của AN.
- Kẻ CH vuông góc AB, BM cắt CH ở K. Chứng minh K là trung điểm của CH.
- Gọi I là trực tâm của $\triangle MAC$. Khi C di chuyển trên nửa đường tròn (O) thì I di chuyển trên đường nào? Vì sao?

Bài 4. Từ một điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R), kẻ tiếp tuyến AB với (O) (B là tiếp điểm). Đường thẳng qua B và vuông góc với OA tại H cắt (O) tại C. Vẽ đường kính BD của (O).

- Chứng minh $\triangle BCD$ vuông
- Chứng minh AC là tiếp tuyến của (O).
- Chứng minh $DC . AO = 2R^2$
- Biết $OA = 2R$. Tính diện tích $\triangle BCD$ theo R.

Bài 5. Cho đường tròn (O;R) và điểm M nằm ngoài (O) sao cho $OM = 2R$. Qua M dựng hai tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là các tiếp điểm). Trên cung nhỏ AB của (O) lấy điểm N. Tiếp tuyến tại N cắt AM, BM thứ tự tại C và D.

- Chứng minh 4 điểm O, A, B, M cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $MC + CN = MD + DN$.
- Biết $R = 3\text{cm}$. Tính độ dài AB và số đo góc COD.
- Tính chu vi tam giác MCD theo R..
- Gọi AE và BF là các đường kính của (O), H là hình chiếu của O trên ME. Chứng minh rằng các đường thẳng EF, MA, HO đồng quy.

Bài 6. Cho nửa đường tròn tâm (O) đường kính BC. Kẻ tiếp tuyến Bx của nửa đường tròn (O). Trên tia đối của tia CB lấy điểm A. Kẻ tiếp tuyến AE với nửa đường tròn, tia AE cắt Bx tại D (Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa nửa đường tròn (O)). Gọi H là giao điểm của BE với DO; K là giao điểm thứ hai của DC với nửa đường tròn (O).

- Chứng minh $DO \parallel EC$.
- Chứng minh: $AO . AB = AE . AD$.
- Chứng minh $\widehat{DHK} = \widehat{DCO}$

- d) Đường trung trực của đoạn thẳng BC cắt EC tại N. Chứng minh ODNC là hình bình hành.
 e) Biết BN cắt DO tại I, DE cắt ON tại M và DN cắt OE tại J. Chứng minh I, M, J thẳng hàng.

Bài 7. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, kẻ tiếp tuyến Ax, By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A, B) kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn cắt Ax và By theo thứ tự ở C, D.

a) Chứng minh $\widehat{COD} = 90^\circ$; $CD = AC + BD$

b) Chứng minh rằng $AC \cdot BD$ và $\frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OD^2}$ là các đại lượng không đổi.

c) Chứng minh đường tròn đường kính CD tiếp xúc với AB.

d) Gọi N là giao điểm của AD với BC, H là giao điểm của MN với AB. Chứng minh $MN \parallel AC \parallel BD$.

e) Chứng minh $MH = NH$.

f) Xác định vị trí của M trên nửa đường tròn để diện tích tứ giác ACDB nhỏ nhất.

Bài 8. Cho đường tròn (O;R) đường kính BC và điểm M di chuyển trên đường tròn (M khác C, B). Gọi A là điểm đối xứng với B qua M. Kẻ AN vuông góc với BC; MK vuông góc AC. Gọi H là giao điểm của AN với MC.

a) Chứng minh 4 điểm B, M, H, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác ABC cân.

c) Chứng minh MK là tiếp tuyến của đường tròn (O;R).

d) Cho $R = 5\text{cm}$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính MK?

e) Khi M di chuyển trên đường tròn (O; R) thì điểm A di chuyển trên đường nào? Vì sao?

Bài 9. Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Bán kính OC vuông góc với AB. Lấy điểm E thuộc OC, nối AE cắt nửa đường tròn tại M. Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt OC tại D.

a) Chứng minh 4 điểm B, M, E, O thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác DME cân.

c) Gọi F là giao điểm của BM và CO. Chứng minh tích $BM \cdot BF$ không đổi.

d) Tìm vị trí của E để $MA = 2MB$.

Bài 10: Cho đường tròn (O), đường kính AB. Lấy điểm C bất kì thuộc bán kính OA (C không trùng A, O). Kẻ dây DE vuông góc với OA tại C. Gọi I là điểm đối xứng với A qua C.

a) Tứ giác ADIE là hình gì?

b) Tia EI cắt DB tại K. Chứng minh K thuộc đường tròn tâm O' có đường kính IB và $O'K \parallel OD$

c) Chứng minh CK là tiếp tuyến của (O')

d) Gọi M là hình chiếu của I trên AD. Chứng minh: $\frac{AD}{IK} + \frac{BD}{IM} \geq 4$

Bài 11: Cho đoạn thẳng AB, điểm C nằm giữa A và B. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ AB, vẽ các nửa đường tròn đường kính theo thứ tự AB, AC. Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn đường kính AB tại D. DA, DB cắt các nửa đường tròn đường kính AC, CB theo thứ tự tại M, N.

a) Tứ giác DMCN là hình gì?

b) Chứng minh $DM \cdot DA = DN \cdot DB$

c) Chứng minh MN là tiếp tuyến chung của các đường tròn đường kính AC, CB.

d) Điểm C ở vị trí nào trên AB thì MN có độ dài lớn nhất?

Bài 12. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc với đường tròn (O) ở B, tiếp xúc với đường tròn (O') tại C. Qua A kẻ đường vuông góc OO' cắt BC tại D.

a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông

b) $\triangle DOO'$ là tam giác gì? Vì sao?

c) Chứng minh BC tiếp xúc với đường tròn đường kính OO' .

d) Cho biết $OA = 10\text{cm}$, $O'A = 4\text{cm}$. Tính độ dài BC.

Bài 13. Cho đường tròn tâm O đường kính AB và một điểm C di động trên đoạn AB. Vẽ đường tròn tâm I đường kính AC và đường tròn tâm K đường kính BC. Tia Cx vuông góc với AB tại C, cắt (O) tại M.

Đoạn thẳng MA cắt đường tròn (I) tại E và đoạn thẳng MB cắt đường tròn (K) tại F.

- Chứng minh tứ giác MECF là hình chữ nhật và EF là tiếp tuyến chung của đường tròn tâm (I) và (K).
- Cho $AB = 4\text{cm}$, xác định điểm C trên AB để diện tích tứ giác IEFK lớn nhất
- Khi C khác O, đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật MECF cắt đường tròn (O) tại P (P khác M), đường thẳng PM cắt đường thẳng AB tại N. Chứng minh tam giác MPF đồng dạng với tam giác MBN.
- Chứng minh 3 điểm N, E, F thẳng hàng

Bài 14. Cho đường tròn tâm O. Từ điểm A ở ngoài (O), vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

- Chứng minh bốn điểm A, B, O, C thuộc 1 đường tròn.
- Kẻ đường kính BD. Chứng minh DC song song với OA.
- Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BD, đường thẳng này cắt tia DC tại E. Đường thẳng AE cắt OC tại I, đường thẳng OE cắt AC tại G. Chứng minh IG là trung trực của OA.

Bài 15. Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Điểm C tùy ý thuộc đường tròn sao cho $AC > CB$ (C khác A và B). Kẻ CH vuông góc với AB tại H, kẻ OI vuông góc với AC tại I.

- Chứng minh 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn.
- Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O; R), tia OI cắt Ax tại M, chứng minh $OI \cdot OM = R^2$. Tính độ dài OI biết $OM = 2R$ và $R = 6\text{cm}$.
- Gọi giao điểm của BM và CH là K. Chứng minh tam giác AMO đồng dạng với tam giác HCB và $KC = KB$
- Xác định vị trí điểm C để chu vi tam giác OHC đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo R

C. MỘT SỐ BÀI THAM KHẢO:

Bài 1. Tìm GTNN của biểu thức $A = x^2 + 4y^2 + 2xy - 4x + 2y + 2016$.

Bài 2. Tìm GTLN của biểu thức $B = \frac{2012}{x^2 - 4x + 2016}$

Bài 3. Tìm GTLN, GTNN của $C = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$.

Bài 4. Cho x, y các số dương thỏa mãn $x + y + xy = 8$. Tìm GTNN của biểu thức $D = x^2 + y^2$.

Bài 5. Cho x, y > 0, $x + y = 1$. Tìm GTNN của $M = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$

Bài 6. Cho $a, b \geq 0, a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$N = a\sqrt{9b(4a+5b)} + b\sqrt{9a(4b+5a)}$$