

I. Phạm vi ôn tập

*Đại số: Toàn bộ chương I.

*Hình học: Toàn bộ chương I.

II. Kiến thức trọng tâm

(1) Căn thức bậc hai và hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$.

(2) Các phép toán:

+) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$; $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{abc}$; với $a, b, c \geq 0$.

+) $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$; $a \geq 0, b > 0$.

(3) Biến đổi căn thức

+) $\sqrt{f(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) \geq 0$; $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow f(x) > 0$;

+) $x^2 = a, (a \geq 0) \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{a}$; $\sqrt{x} = a, (a \geq 0) \Leftrightarrow x = a^2$

+) Cho $a, b \geq 0$, ta có: $a > b \Leftrightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$

(4) Trục căn thức: Các biểu thức liên hợp của mẫu số.

(5) Căn bậc ba: $x^3 = a \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{a}$.

(5) Hệ thức lượng trong tam giác vuông.

(6) Tỷ số lượng giác của góc nhọn.

(7) Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông. Giải tam giác vuông.

III. Các dạng bài tập tham khảo

A. Trắc nghiệm

Câu 1. Tìm x để biểu thức sau có nghĩa $P = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$.

A. $x > 1$

B. $x \geq 1$

C. $x < 1$

D. $x > 0$

Câu 2. Số 81 có căn bậc hai số học là :

A. 9

B. -9

C. 81

D. -81

Câu 3. Biểu thức $(2\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot (2\sqrt{5} - \sqrt{2})$ bằng :

A. 22

B. 18

C. $4\sqrt{5}$.

D. 8.

Câu 4. Giá trị biểu thức $\frac{2}{3+2\sqrt{2}} + \frac{2}{3-2\sqrt{2}}$ bằng:

A. $-8\sqrt{2}$

B. $8\sqrt{2}$

C. 12

D. -12

Câu 5. Giá trị biểu thức $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ bằng:

A. $-2\sqrt{3}$

B. 4

C. 0

D. $\frac{1}{2}$

Câu 6. Biểu thức $\sqrt{a^2}$ bằng

A. a

B. -a

C. $\pm a$

D. $|a|$.

Câu 7. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2} = 2$ là :

A. $x = 2$

B. $x = -2$

C. $x = 1$

D. $x = \pm 2$.

Câu 8. Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-1}$ được kết quả là :

- A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. 2 .

Câu 9. Nếu $\sqrt{9x} - \sqrt{4x} = 3$ thì x bằng :

- A. 3 B. $\frac{9}{5}$ C. 9 D. -3 .

Câu 10. Điều kiện xác định của biểu thức $M = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}-2}$ là :

- A. $x > 0$ B. $x \geq 0$ và $x \neq 4$ C. $x > 4$ D. $x \neq 4$

Câu 11. Các căn bậc hai của 10 là

- A. $\sqrt{10}$. B. ± 5 . C. $\pm\sqrt{10}$. D. 5.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $\sqrt{x+2}$ xác định?

- A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \leq -2$ D. $x \geq -2$

Câu 13. Rút gọn biểu thức $\sqrt{(3-\sqrt{2})^2}$ được kết quả là

- A. $\sqrt{2}-3$ B. $3-\sqrt{2}$ C. $-3-\sqrt{2}$ D. $3+\sqrt{2}$

Câu 14. Biểu thức $\sqrt{9+16}$ có giá trị là

- A. 5 B. -5. C. 25 D. 12

Câu 15. $\sqrt{25x} - \sqrt{16x} = 1$ khi x bằng

- A. 1 B. 3 C. 9 D. 4

Câu 16. Giá trị của x để $\sqrt{4x-20} + 3\sqrt{\frac{x-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$ là:

- A. $x=5$ B. $x=9$ C. $x=6$ D. $x=4$.

Câu 17. Với $x > 0$ và $x \neq 1$ thì giá trị biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-1}$ là:

- A. x B. $-\sqrt{x}$ C. $\sqrt{x}$ D. $x-1$

Câu 18. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$ được kết quả là :

- A. $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ B. $\frac{3\sqrt{x}+12}{\sqrt{x}+2}$ C. $\frac{3}{\sqrt{x}+2}$ D. $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

Câu 19. Rút gọn biểu thức: $\left(\frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} \right) \cdot \frac{(1-x)^2}{2}$ được kết quả là :

- A. $\sqrt{x}+x$ B. $\sqrt{x}-x$ C. $\sqrt{x}$ D. $x-\sqrt{x}$

Câu 20. Cho tam giác DEF có góc $D = 90^\circ$, $DE = 6$ cm, $DF = 8$ cm

a) EF bằng: A. 14 cm B. 10 cm C. 100 cm

b) Góc E bằng: A. $53^\circ 8'$ B. $36^\circ 52'$ C. $72^\circ 12'$

Câu 21. Cho tam giác MNP có góc $M = 90^\circ$, góc $N = 30^\circ$, $MP = 5$ cm

a) PN bằng: A. 2,5 cm B. 7 cm C. 10 cm

b) Kẻ đường cao MH, hình chiếu PH bằng :

A. 2,5 cm B. 5 cm C. 3 cm

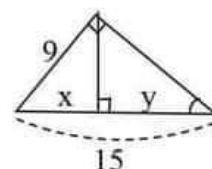
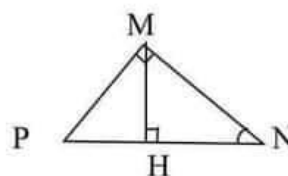
Câu 22. Ở hình bên ta có:

A) $x = 9,6$ và $y = 5,4$

B) $x = 5,4$ và $y = 10$

C) $x = 10$ và $y = 5$

D) $x = 5,4$ và $y = 9,6$

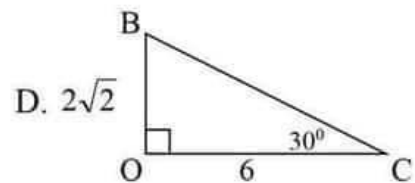


Câu 23. Giá trị của biểu thức: $\cos^2 20^\circ + \cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ + \cos^2 70^\circ$ bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

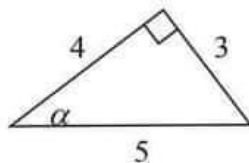
Câu 24. Trong hình bên độ dài OB bằng:

- A. $2\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$



- D. $2\sqrt{2}$

Câu 25. Cho tam giác vuông như hình vẽ bên.



- a, A. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{4}{3}$ D. $\cos \alpha = \frac{5}{3}$

- b, A. $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ B. $\tan \alpha = \frac{4}{5}$ C. $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ D. $\tan \alpha = \frac{5}{3}$

B. Tự luận

1) Tính giá trị của biểu thức

a) $A = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \frac{3}{\sqrt{3}};$

b) $B = (\sqrt{12} + \sqrt{27} - 12\sqrt{3}) : \sqrt{3};$

c) $C = \frac{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}{1 - \sqrt{3}}$

d) $D = (3\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + \sqrt{15})\sqrt{3} - 2\sqrt{5};$

e) $E = \left(\frac{\sqrt{15} - \sqrt{20}}{2 - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}.$

f) $F = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

2) Cho $-1 < x < 1$. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \frac{\sqrt{(x-1)^2}}{x^2 - 1} + \frac{\sqrt{(x+1)^2}}{(x+1)^2};$

b) $B = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \cdot (2x-2) + (\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})^2.$

3) Tìm x, biết:

a) $(\sqrt{x} + 2)(3 - 2\sqrt{x}) = 5 - 2x;$

b) $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 0;$

c) $\sqrt{x^2 - 9} = 2\sqrt{x - 3};$

d) $\sqrt{(2x-5)^2} = 5 - 2x;$

e) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4;$

f) $\sqrt{3x} - 2\sqrt{12x} + \frac{1}{2}\sqrt{27x} = -4.$

4) Cho $P = \left(1 - \frac{\sqrt{x} + 4x}{4x-1}\right) : \left(\frac{1-2x}{1-4x} + \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1} - 1\right)$

a) Rút gọn P;

b) Tìm x để $P - P^2 > 0$;

c) Tìm x để $P > \frac{1}{4}$.

5) Cho $P = \left(\frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right) \left(\frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right)$.

a) Rút gọn P;

b) Tìm x để $P=3$.

6) Cho $P = \left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}\right) \cdot \frac{4\sqrt{x}}{3}$ với $x \geq 0$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để $P = \frac{8}{9}$

c) Tìm GTLN, GTNN của P.

7) Cho $P = \left(\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1\right) : \left(\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}\right)$

a) Rút gọn P;

b) Tìm x để $P > 0$.

8) Cho $P = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right)$

a) Rút gọn P; b) Tính P với $x = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$ c) So sánh P với $\frac{1}{2}$.

9) Cho $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Tính A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm x để $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$.

10) Cho $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$, với $x \geq 0; x \neq 9$.

a) Tính A khi $x=25$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm các giá trị nguyên của x để B nguyên. d) Tìm x để $P = A.B$ nguyên.

11) Cho $a, b, c \neq 0$ và $a+b+c=0$. C/m: $\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}} = \left|\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right|$.

12) Cho $(x+\sqrt{x^2+1})(y+\sqrt{y^2+1})=1$. C/m: $x+y=0$.

13) Tìm GTNN của các biểu thức sau:

a) $P = x - \sqrt{x} + 1$; $E = x + \sqrt{x} + 1$; b) $P = \sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}+1}$; c) $P = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}+4}$.

14) a) Tìm x, biết: $x^3 + x^2 + x = \frac{-1}{3}$. b) Tính $x = \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$.

15) Cho tam giác ABC vuông tại A. Đặt $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Kẻ đường cao AH của tam giác ABC. Tính tỉ số BH/CH theo a, b, c.

16) Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Biết $BH=6$, $CH=7$. Tính AB, AC.

17) Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$; $\hat{B} = 40^\circ$; $AB = 10cm$.

a) Tính đường cao BH và cạnh BC; b) Tính diện tích tam giác ABC.

18) Cho tam giác ABC vuông tại A.

a) Biết $\cos C = \frac{5}{13}$. Tính $\sin C$, $\cos B$ và $\tan C$; b) Biết $\tan B = \frac{1}{5}$. Tính $E = \frac{\sin B - 3 \cos B}{2 \sin B + 3 \cos B}$.

19) Cho tam giác ABC có $AB=10$, $AC=24$, $BC=26$

a) C/m: Tam giác ABC vuông và tính góc B, góc C;

b) Gọi AD là đường phân giác của tam giác ABC. Tính DB, DC;

c) Từ D kẻ DE, DF lần lượt vuông góc với AB, AC. Tứ giác AEDF là hình gì? Tính chu vi và diện tích của tứ giác đó.

20) Cho tam giác ABC vuông tại A, góc B bằng 30° , $BC=20$.

a) Tính AB, AC;

b) Từ A kẻ AM, AN vuông góc với phân giác trong và ngoài của góc C. Chứng minh $MN \parallel BC$ và $MN=AC$;

c) C/m: A, M, C, N cùng cách đều 1 điểm;

d) Tính diện tích tam giác MAB.

21) Cho tam giác ABC có góc A nhọn. C/m: $S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$.

22) Giải $\triangle ABC$ biết $\hat{B} = 45^\circ$; $\hat{C} = 75^\circ$; $BC = 10cm$.

23) Cho góc nhọn xOy, trên tia Ox lấy 2 điểm A, A'; trên tia Oy lấy 2 điểm B, B' sao cho các điểm lấy không trùng với O. Chứng minh: $\frac{S(\triangle OAB)}{S(\triangle OA'B')} = \frac{OA \cdot OB}{OA' \cdot OB'}$.

24) Cho hình thang vuông ABCD, vuông tại A, B. Biết $AB=AD=a$, $BC=2a$. Tính $\sin \widehat{BCD}$.

25) Cho tam giác ABC vuông cân tại A, đường trung tuyến BM. Gọi D là hình chiếu của C trên BM, H là hình chiếu của D trên AC. Chứng minh: $AH=3HD$.

26*) Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O và không vuông góc với nhau. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác AOB và COD. Gọi G và I lần lượt là trọng tâm của các tam giác BOC và AOD.

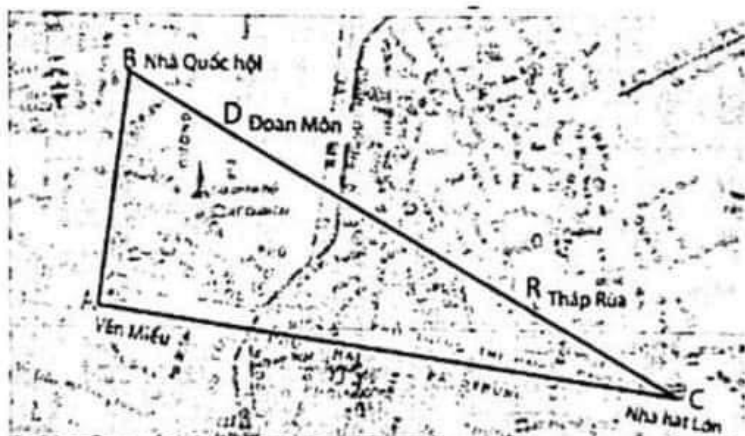
a) Gọi E là trọng tâm của tam giác AOB và F là giao điểm của AH và DK. Chứng minh các tam giác IEG và HFK đồng dạng với nhau.

b) Chứng minh IG vuông góc với HK.

27) Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 500km/h. Đường bay kên tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 6 phút kể từ lúc cất cánh, máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng?

28) Ở Hà Nội có một tam giác vuông đặc sắc với đỉnh A (phía Đông) là vị trí Văn Miếu, đỉnh B (phía Bắc) là Nhà Quốc hội, đỉnh C (phía Tây) là Nhà hát Lớn, trong đó $\hat{A} = 90^\circ$ và

$\hat{B} = 72^\circ$. Con đường thẳng từ Văn Miếu đến Nhà hát Lớn qua các phố Nguyễn Thái Học, Tràng Thi, Hàng Khay, Tràng Tiền dài khoảng 2,3 km. Hỏi độ dài đoạn đường thẳng từ Văn Miếu đến Nhà Quốc hội là bao nhiêu ki-lô-mét? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



29) Tìm x , biết: $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x^2 - 6x + 11$.

30) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$.

CMR: $\frac{\sqrt{1+a^3+b^3}}{ab} + \frac{\sqrt{1+b^3+c^3}}{bc} + \frac{\sqrt{1+c^3+a^3}}{ca} \geq 3\sqrt{3}$.

-----Hết-----