

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 8

TRƯỜNG THCS LÝ THÁI TỔ

Năm học: 2017 – 2018

LÝ THUYẾT: (Nội dung trọng tâm)

I. ĐẠI SỐ:

Biến đổi các biểu thức hữu tỉ, giá trị của phân thức.

Phương trình bậc nhất một ẩn, phương trình đưa về dạng $ax + b = 0$

Phương pháp giải phương trình tích, phương trình chứa ẩn ở mẫu.

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, phép nhân.

Định nghĩa bất phương trình bậc nhất một ẩn và cách giải.

Cách giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối.

II. HÌNH HỌC

Định lý Ta – lét (thuận và đảo), hệ quả của định lý Ta-lét.

Tính chất đường phân giác của tam giác.

Các trường hợp đồng dạng của tam giác (c-c-c, c-g-c, g-g).

Các trường hợp đồng dạng của tam giác vuông.

BÀI TẬP: (Bài tập minh họa)

ĐẠI SỐ

Bài 1:

Giải các phương trình sau:

$$a) 2x - 13 = -15 - 3(x - 4)$$

$$b) \frac{x+17}{5} - \frac{3x-7}{4} = -2$$

$$c) \frac{2x-5}{6} + \frac{x+2}{4} = \frac{5-2x}{3} - \frac{6-7x}{4} - x$$

$$d) \frac{x-1}{59} + \frac{x-2}{58} + \frac{x-3}{57} = \frac{x-4}{56} + \frac{x-5}{55} + \frac{x-6}{54}$$

$$e) x^2 - 4 - 3(x - 2) = 0$$

$$f) 2x(x + 3) - x - 3 = 0$$

$$g) 3x^3 - 48x = 0$$

$$h) (3x - 2)^2 - (x + 3)^2 = 0$$

$$i) x^3 + 9x^2 + 27x + 27 = 0$$

$$k) x^2 - 9 = 2x + 6$$

$$l) x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$m) x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$n) 7x^2 - 4x = 11$$

$$o) x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$p^*) x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$q^*) x(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 24$$

Bài 2:

Giải các phương trình sau:

$$a) \frac{10}{(x+5)(x-1)} + \frac{3}{1-x} = \frac{5}{x+5}$$

$$c) \frac{7x-3}{x-x^3} = \frac{1}{x-1} - \frac{5}{x(x-1)}$$

$$e) \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1} = \frac{3x^2}{x^3-1}$$

$$g) \frac{x-2}{x+2} + \frac{3}{2-x} = \frac{2(x-11)}{x^2-4}$$

$$i) \frac{15}{x^2+x-12} + \frac{2}{x-3} = \frac{1}{x+4}$$

$$l) \frac{1}{3-x} + \frac{14}{x^2-9} = \frac{x-4}{3+x} + \frac{7}{x+3}$$

$$b) \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{x-4} = \frac{2}{(x-2)(4-x)}$$

$$d) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

$$f) \frac{1}{2-x} + 1 = \frac{1}{x+2} - \frac{6-x}{3x^2-12}$$

$$h^*) x^2 - 6x - 2 + \frac{14}{x^2-6x+7} = 0$$

$$k) \frac{3}{x-2} + \frac{3}{x-3} - \frac{1}{x^2-5x+6} = 3$$

$$m) \frac{x-1}{3-x} - \frac{2-9x}{x^2-x-6} = 1 - \frac{2x}{x+2}$$

Hướng dẫn giải

$$a) \frac{10}{(x+5)(x-1)} + \frac{3}{1-x} = \frac{5}{x+5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{(x+5)(x-1)} - \frac{3(x+5)}{(x-1)(x+5)} = \frac{5(x-1)}{(x+5)(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow 10 - 3(x+5) = 5(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 10 - 3x - 15 = 5x - 5$$

$$\Leftrightarrow 8x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$b) \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{x-4} = \frac{2}{(x-2)(4-x)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x-2} + \frac{x+3}{x-4} + \frac{2}{(x-2)(x-4)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-4)}{(x-2)(x-4)} + \frac{(x+3)(x-2)}{(x-2)(x-4)} + \frac{2}{(x-2)(x-4)} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 + x^2 + x - 6 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}c) \frac{7x-3}{x-x^3} &= \frac{1}{x-1} - \frac{5}{x(x-1)} \\ \Leftrightarrow \frac{7x-3}{x(1-x^2)} &= \frac{1}{x-1} - \frac{5}{x(x-1)} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{5}{x(x-1)} + \frac{7x-3}{x(x-1)(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{x(x-1)(x+1)} - \frac{5(x+1)}{x(x-1)(x+1)} + \frac{7x-3}{x(x-1)(x+1)} &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 5x - 5 + 7x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 3x - 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3 - \sqrt{41}}{2} \\ x = \frac{-3 + \sqrt{41}}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} &= \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\ \Leftrightarrow \frac{x+3}{(x+2)(x+3)} + \frac{x+2}{(x+2)(x+3)} &= \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\ \Leftrightarrow x+3+x+2 &= 1 \\ \Leftrightarrow 2x &= -4 \\ \Leftrightarrow x &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}e) \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1} &= \frac{3x^2}{x^3-1} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2+x+1} &= \frac{3x^2}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ \Leftrightarrow \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{2(x-1)}{(x^2+x+1)(x-1)} &= \frac{3x^2}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ \Leftrightarrow x^2+x+1+2x-2 &= 3x^2 \\ \Leftrightarrow 2x^2-3x+1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f) \frac{1}{2-x} + 1 &= \frac{1}{x+2} - \frac{6-x}{3x^2-12} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{2-x} + 1 &= \frac{1}{x+2} - \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} \\
 \Leftrightarrow \frac{1}{x+2} - \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} + \frac{1}{x-2} - 1 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{3(x-2)(x+2)} - \frac{6-x}{3(x-2)(x+2)} + \frac{3(x+2)}{3(x-2)(x+2)} - \frac{3(x-2)(x+2)}{3(x-2)(x+2)} &= 0 \\
 \Leftrightarrow 3x-6-6+x+3x+6-3x^2+12 &= 0 \\
 \Leftrightarrow 3x^2-7x-6 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ x = 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g) \frac{x-2}{x+2} + \frac{3}{2-x} &= \frac{2(x-11)}{x^2-4} \text{ (dk xd: } x \neq \pm 2) \\
 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x+2} - \frac{3}{x-2} &= \frac{2x-22}{(x-2)(x+2)} \\
 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{3(x+2)}{(x-2)(x+2)} &= \frac{2x-22}{(x-2)(x+2)} \\
 \Leftrightarrow (x-2)(x-2) - 3(x+2) &= 2x-22 \\
 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 3(x+2) - 2x + 22 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 3x - 6 - 2x + 22 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 20 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5x + 20 &= 0 \\
 \Leftrightarrow x(x-4) - 5(x-4) &= 0 \\
 \Leftrightarrow (x-4)(x-5) &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4(tm) \\ x=5(tm) \end{cases} \\
 \Rightarrow S = \{4; 5\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h) x^2 - 6x - 2 + \frac{14}{x^2 - 6x + 7} &= 0 \\
 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 + \frac{14}{x^2 - 6x + 7} - 9 &= 0 \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } x^2 - 6x + 7 = t (t \neq 0)$$

$$(1) \Leftrightarrow t + \frac{14}{t} - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 14 - 9t = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 9t + 14 = 0$$

$$\Delta = (-9)^2 - 4.1.14 = 25 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{9+5}{2} = 7(tm) \\ t_2 = \frac{9-5}{2} = 2(tm) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 7 \\ x^2 - 6x + 7 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x = 0 \\ x^2 - 6x + 5 = 0 \end{cases}$$

$$TH1: x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x(x-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} TH2: x^2 - 6x + 5 = 0 &\Leftrightarrow x^2 - 5x - x + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x-5) - (x-5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x-5 = 0 \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S = \{0; 1; 5; 6\}$$

$$\begin{aligned} i) \frac{15}{x^2 + x - 12} + \frac{2}{x-3} &= \frac{1}{x+4} (dkxd : x \neq \{-4; 3\}) \\ \Leftrightarrow \frac{15}{(x-3)(x+4)} + \frac{2(x+4)}{(x-3)(x+4)} &= \frac{1 \cdot (x-3)}{(x+4)(x-3)} \\ \Leftrightarrow 15 + 2(x+4) &= (x-3) \\ \Leftrightarrow 15 + 2x + 8 &= x - 3 \\ \Leftrightarrow 15 + 2x + 8 - x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -26(tmdk) \\ \Rightarrow S &= \{-26\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{k)} & \frac{3}{x-2} + \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x^2-5x+6} = 3 \text{ (dkxd : } x \neq \{2; 3\}) \\ \Leftrightarrow & \frac{3(x-3)}{(x-2)(x-3)} + \frac{2(x-2)}{(x-3)(x-2)} - \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{3(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)} \\ \Leftrightarrow & 3(x-3) + 2(x-2) - 1 = 3(x-2)(x-3) \\ \Leftrightarrow & 3x - 9 + 2x - 4 - 1 = 3(x^2 - 5x + 6) \\ \Leftrightarrow & 3x - 9 + 2x - 4 - 1 - 3x^2 + 15x - 18 = 0 \\ \Leftrightarrow & -3x^2 + 20x - 32 = 0 \\ \Delta' &= 10^2 - (-3) \cdot (-32) = 100 - 96 = 4 \\ \Rightarrow & \sqrt{\Delta'} = \sqrt{4} = 2 \\ \Rightarrow & \begin{cases} x_1 = \frac{-10-2}{-3} = 4 \text{ (tmdk)} \\ x_2 = \frac{-10+2}{-3} = \frac{8}{3} \text{ (tmdk)} \end{cases} \\ \Rightarrow & S = \left\{ \frac{8}{3}; 4 \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{l)} & \frac{1}{3-x} + \frac{14}{x^2-9} = \frac{x-4}{3+x} + \frac{7}{x+3} \text{ (dkxd : } x \neq \pm 3) \\ \Leftrightarrow & \frac{-1}{x-3} + \frac{14}{(x-3)(x+3)} = \frac{x-4+7}{3+x} \\ \Leftrightarrow & \frac{-1(x+3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{14}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)} \\ \Leftrightarrow & -x - 3 + 14 = x^2 - 9 \\ \Leftrightarrow & x^2 + x - 20 = 0 \\ \Delta &= 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20) = 81 \\ \Rightarrow & \sqrt{\Delta} = \sqrt{81} = 9 \\ \Rightarrow & \begin{cases} x_1 = \frac{-1-9}{2} = -5 \text{ (tmdk)} \\ x_2 = \frac{-1+9}{2} = 4 \text{ (tmdk)} \end{cases} \\ \Rightarrow & S = \{-5; 4\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m) \frac{x-1}{3-x} - \frac{2-9x}{x^2-x-6} &= 1 - \frac{2x}{x+2} \text{ (dkxd : } x \neq \{-2; 3\}) \\ \Leftrightarrow \frac{-x+1}{x-3} - \frac{2-9x}{(x-3)(x+2)} &= 1 - \frac{2x}{x+2} \\ \Leftrightarrow \frac{(-x+1)(x+2)}{(x-3)(x+2)} - \frac{2-9x}{(x-3)(x+2)} &= \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+2)} - \frac{2x(x-3)}{(x+2)(x-3)} \\ \Leftrightarrow (-x+1)(x+2) - (2-9x) &= (x-3)(x+2) - 2x(x-3) \\ \Leftrightarrow -x^2 - x + 2 - 2 + 9x &= x^2 - x - 6 - 2x^2 + 6x \\ \Leftrightarrow -x^2 + 8x &= -x^2 + 5x - 6 \\ \Leftrightarrow 3x &= -6 \\ \Leftrightarrow x &= -2 (l) \\ \Rightarrow S &= \emptyset \end{aligned}$$

Bài 3:

Giải các phương trình sau:

$$a) 3 - |3x| = 5x - 2$$

$$b) 5x - |-2x| = 14 - 6x$$

$$c) 3 + |x - 2| = -12 - 3x$$

$$d) 2x - |3 - x| = 11 - 2x$$

$$e) |2x - 6| = 2x - 6$$

$$f) |x + 3| = -x - 3$$

$$g) |x^2 - 9| = x^2 - 9$$

$$h) |x^2 - 5x + 6| = 5x - x^2 - 6$$

Hướng dẫn giải

$$a) 3 - |3x| = 5x - 2$$

$$\Leftrightarrow |3x| = 5 - 5x$$

$$|3x| = 5 - 5x \Leftrightarrow 3x = 5 - 5x \text{ khi } x \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{8} \text{ (thỏa mãn } x \geq 0)$$

$$|3x| = 5 - 5x \Leftrightarrow -3x = 5 - 5x \text{ khi } x < 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \text{ (không thỏa } x < 0)$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{5}{8} \right\}.$$

$$\text{b) } 5x - |-2x| = 14 - 6x \Leftrightarrow |-2x| = 11x - 14$$

$$|-2x| = 11x - 14 \Leftrightarrow -2x = 11x - 14 \text{ khi } x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{3} \text{ (không thỏa } x \leq 0)$$

$$|-2x| = 11x - 14 \Leftrightarrow 2x = 11x - 14 \text{ khi } x > 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{9} \text{ (thỏa)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{14}{9} \right\}.$$

$$\text{c) } 3 + |x - 2| = -12 - 3x \Leftrightarrow |x - 2| = -15 - 3x$$

$$|x - 2| = -15 - 3x \Leftrightarrow x - 2 = -15 - 3x \text{ khi } x \geq 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-13}{4} \text{ (không thỏa)}$$

$$|x - 2| = -15 - 3x \Leftrightarrow x - 2 = 15 + 3x \text{ khi } x < 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-17}{2} \text{ (thỏa)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{-17}{2} \right\}.$$

$$\text{d) } 2x - |3 - x| = 11 - 2x \Leftrightarrow |3 - x| = 4x - 11$$

$$|3 - x| = 4x - 11 \Leftrightarrow 3 - x = 4x - 11 \text{ khi } x \leq 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{5} \text{ (thỏa)}$$

$$|3 - x| = 4x - 11 \Leftrightarrow 3 - x = -4x + 11 \text{ khi } x > 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{3} \text{ (không thỏa)}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{14}{5} \right\}.$$

$$\text{e) } |2x - 6| = 2x - 6$$

$$|2x - 6| = 2x - 6 \Leftrightarrow 2x - 6 = 2x - 6 \text{ khi } x \geq 3$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0 \text{ (thỏa mãn với mọi } x \geq 3)$$

$$|2x - 6| = 2x - 6 \Leftrightarrow 2x - 6 = -2x + 6 \text{ khi } x < 3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ (không thỏa)}$$

$$\text{Vậy } S = \{x | x \geq 3\}.$$

$$\text{f) } |x + 3| = -x - 3$$

$$|x + 3| = -x - 3 \Leftrightarrow x + 3 = -x - 3 \text{ khi } x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \text{ (thỏa)}$$

$$|x + 3| = -x - 3 \Leftrightarrow x + 3 = x + 3 \text{ khi } x < -3$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0 \text{ (thỏa mãn với mọi } x < -3)$$

$$\text{Vậy } S = \{x | x \leq -3\}.$$

$$\text{g) } |x^2 - 9| = x^2 - 9$$

$$|x^2 - 9| = x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 - 9 = x^2 - 9 \text{ khi } x \geq 3; x \leq -3$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0 \text{ (thỏa mãn với mọi } x \geq 3; x \leq -3)$$

$$|x^2 - 9| = x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 - 9 = -x^2 + 9 \text{ khi } -3 < x < 3$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 3 \text{ (không thỏa)}$$

$$\text{Vậy } S = \{x | x \geq 3; x \leq -3\}.$$

$$\text{h) } |x^2 - 5x + 6| = 5x - x^2 - 6$$

$$|x^2 - 5x + 6| = 5x - x^2 - 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 5x - x^2 - 6 \text{ khi } x \leq 2; x \geq 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases} \text{ (thỏa)}$$

$$|x^2 - 5x + 6| = 5x - x^2 - 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = -5x + x^2 + 6 \text{ khi } 2 < x < 3$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0 \text{ (thỏa mãn với mọi } 2 < x < 3)$$

$$\text{Vậy } S = \{x | 2 \leq x \leq 3\}.$$

Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình (Bài 4 – Bài 16)

Bài 4:

Một người đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30km/h. Lúc về người đó đi với vận tốc 24km/h nên thời gian về lâu hơn thời gian đi là 30 phút. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn giải

	v	S	t
A → B	30	x	x/30
B → A	24	x	x/24

$$\frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{1}{2}$$

Gọi quãng đường AB là x (km) $x > 0$

Thời gian từ A đến B là $\frac{x}{30}$ (h)

Thời gian đi từ B đến A là $\frac{x}{24}$ (h)

Vì thời gian về lâu hơn thời gian đi là 30 phút = $\frac{1}{2}$ (h) nên ta có phương trình.

$$\frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 5x - 4x = 60 \Leftrightarrow x = 60 \text{ (TM)}$$

Vậy quãng đường AB dài 60km.

Bài 5:

Một ô tô tải xuất phát đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Sau đó 20 phút một ô tô con cũng xuất phát từ A theo đuổi kịp xe tải với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 10km/h. Ô tô con đuổi kịp xe tải tại B. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn giải

	v	S	t
Xe tải	50	x	$x/50$
Xe con	60	x	$x/60$

$$\frac{x}{50} - \frac{x}{60} = \frac{1}{3}$$

Gọi chiều dài quãng đường AB là x(km) $x > 0$

Thời gian xe tải đi hết quãng đường AB là $\frac{x}{50}$ (h)

Thời gian xe con đi hết quãng đường AB là $\frac{x}{60}(h)$

Vì xe ô tô con xuất phát sau xe tải 20 phút = $\frac{1}{3}(h)$ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{50} - \frac{x}{60} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 6x - 5x = 100 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (TM)}$$

Vậy quãng đường AB dài 100 km

Bài 6:

Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 50km/h. Đi được 24 phút thì gặp đường xấu nên trên quãng đường còn lại vận tốc giảm còn 40km/h, vì vậy đến nơi chậm 18 phút. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn giải

	v	S	t
Dự định	50	x	$x/50$
Thực tế	50	20	$2/5h$
	40	$x - 20$	$\frac{x - 20}{40}$

Gọi quãng đường AB là x (km) $x > 20$

Thời gian xe tải đi hết quãng đường AB theo dự định là $\frac{x}{50}(h)$

24 phút = $\frac{2}{5}(h)$ Xe tải đi được quãng đường là: $\frac{2}{5}.50 = 20(km)$

Quãng đường còn lại là: $x - 20$ (km)

Thời gian đi hết quãng đường còn lại là: $\frac{x - 20}{40}(h)$

Xe đến B chậm 18 phút = $\frac{3}{10}(h)$ nên ta có phương trình.

$$\frac{x}{50} + \frac{3}{10} = \frac{2}{5} + \frac{x-20}{40} \Leftrightarrow \frac{3}{10} - \frac{2}{5} = \frac{x-20}{40} - \frac{x}{50} \Leftrightarrow \frac{-1}{10} = \frac{5x-4x-100}{200}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{10} = \frac{x-100}{200} \Leftrightarrow -20 = x - 100$$

$$\Leftrightarrow x = 80 \text{ (TM)}$$

Vậy quãng đường AB dài 80 km.

Bài 7:

Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc 48km/h. Sau khi đi được 1 giờ với vận tốc đó, ô tô bị hỏng phải dừng lại mất 10 phút. Do đó để đến B đúng thời hạn đã định, ô tô phải tăng thêm vận tốc 6km/h. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn giải

	S(km)	V(km/h)	T(h)
Kế hoạch	x	48	$\frac{x}{48}$
Thực Tế	48	48	1
	x - 48	48+6	$\frac{x-48}{48+6}$

Gọi quãng đường AB là x(km) ($x > 48$).

Thời gian ô tô dự định đi từ A đến B là: $\frac{x}{48}$ (h)

Thực tế khi ô tô đi được 1 h với vận tốc ấy thì ô tô bị hỏng phải dừng lại sửa mất 10 phút ($= \frac{1}{6}$ h) Nên để đến B đúng thời gian quy định ô tô phải tăng vận tốc lên 6km nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{48} = 1 + \frac{1}{6} + \frac{x-48}{48+6}$$

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow \frac{x}{48} &= 1 + \frac{1}{6} + \frac{x-48}{54} \\ \Leftrightarrow \frac{9x}{432} &= \frac{432+72+8.(x-48)}{432} \\ \Rightarrow 9x &= 504 + 8x - 384 \\ \Leftrightarrow 9x - 8x &= 120 \\ \Leftrightarrow x &= 120(tm)\end{aligned}$$

Vậy quãng đường AB dài 120 km.

Bài 8:

Một đội máy cày dự định cày 44 ha mỗi ngày. Khi thực hiện, mỗi ngày cày 57 ha. Vì vậy không những đã cày xong trước thời hạn 1 ngày mà còn cày thêm được 8 ha nữa. Tính diện tích ruộng mà đội phải cày theo kế hoạch.

Hướng dẫn giải

	Diện tích ruộng(ha)	Năng suất 1 ngày(ha)	Thời gian(ngày)
Dự định	44x	44	x
Thực tế	57(x - 1)	57	x - 1

Gọi thời gian đội máy cày cày xong số diện tích thửa ruộng theo dự định là: x(ngày)(x>1).

Số diện tích thửa ruộng đội máy cày dự định làm là: 44x(ha).

Thực tế đội máy cày làm trong số ngày là: x - 1 (ngày).

Số diện tích thửa ruộng máy cày thực tế làm là: 57(x - 1) (ha).

Theo đề bài đội máy cày không những hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày mà còn cày thêm được 8 ha nữa nên ta có phương trình:

$$44x + 8 = 57.(x - 1) \Leftrightarrow 44x + 8 = 57x - 57 \Leftrightarrow 57x - 44x = 8 + 57 \Leftrightarrow 13x = 65 \Leftrightarrow x = 5$$

(tmđk)

Vậy thời gian độ máy cày cày xong số diện tích thửa ruộng theo dự định là: 5 ngày.

Diện tích ruộng đội máy cày dự định làm là: $44.5 = 220$ (ha).

Bài 9:

Hai công nhân cùng làm một loại sản phẩm. Mỗi ngày, người thứ 2 làm được nhiều hơn người thứ nhất 5 sản phẩm. Họ cùng làm trong 8 ngày thì người thứ nhất nghỉ, người thứ hai làm tiếp 2 ngày nữa, cuối cùng cả hai người làm được 410 sản phẩm. Hỏi mỗi ngày, mỗi người làm được bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn giải

	Sản phẩm	Năng suất 1 ngày	Thời gian
Người thứ nhất	$8x$	x	8
Người thứ hai	$(8+2).(x + 5)$	$x + 5$	$8 + 2$

Gọi số sản phẩm người thứ nhất làm trong 1 ngày là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Thì số sản phẩm người thứ hai làm trong 1 ngày là: $x + 5$ (sản phẩm).

Trong 8 ngày người thứ nhất làm được số sản phẩm là: $8x$ (sản phẩm)

Người thứ 2 làm thêm 2 ngày nữa nên người thứ 2 làm trong: $8+2 = 10$ ngày

Người thứ 2 làm được số sản phẩm là: $10(x + 5)$ (sản phẩm)

Theo đề bài cả 2 người làm được 410 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$8x + 10.(x + 5) = 410 \Leftrightarrow 8x + 10x + 50 = 410 \Leftrightarrow 18x = 360 \Leftrightarrow x = 20 \text{ (tmđk)}.$$

Vậy người thứ nhất làm được 20 sản phẩm trng 1 ngày.

Trong 1 ngày người thứ hai làm được: $20 + 5 = 25$ sản phẩm

Bài 10:

Một tàu đánh cá dự định trung bình mỗi ngày đánh bắt được 3 tấn cá. Nhưng thực tế đã đánh bắt thêm 0,8 tấn cá/ngày nên chẳng những hoàn thành kế hoạch sớm hơn 2 ngày mà còn đánh bắt vượt mức 2 tấn cá. Hỏi số tấn cá đánh bắt theo kế hoạch là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải

Gọi số tấn cá phải đánh bắt theo kế hoạch là x (tấn) ($x > 0$)

Thời gian tàu đánh bắt cá theo kế hoạch là: $\frac{x}{3}$ (ngày)

Số tấn cá thực tế mỗi ngày tàu đánh bắt được là: $3 + 0,8 = 3,8$ (tấn)

Số tấn cá thực tế là: $x + 2$ (tấn)

Thời gian thực tế là: $\frac{x+2}{3,8}$ (ngày)

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} - \frac{x+2}{3,8} &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{3,8x - 3(x+2)}{11,4} &= \frac{22,8}{11,4}\end{aligned}$$

Theo đề bài ta có phương trình: $\Leftrightarrow 3,8x - 3x - 6 = 22,8$

$$\Leftrightarrow 0,8x = 28,8$$

$$\Leftrightarrow x = 36(t / m)$$

Vậy số tấn cá phải đánh bắt theo kế hoạch là: 36 tấn

Bài 11:

Một ca nô chạy trên một khúc sông từ A đến B. Biết rằng khi xuôi dòng từ A đến B ca nô chạy mất 8 giờ, khi ngược dòng từ B về A mất 10 giờ. Tính khoảng cách AB, biết vận tốc của dòng nước là 2km/h.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc riêng của ca nô là x (km/h) ($x > 2$)

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là: $x + 2$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là: $x - 2$ (km/h)

Quãng đường ca nô đi xuôi dòng là: $8(x + 2)$ (km/h)

Quãng đường ca nô đi ngược dòng là $10.(x - 2)$ (km/h)

Theo đề bài ta có PT: $10(x - 2) = 8 \cdot (x + 2) \Leftrightarrow 10x - 20 = 8x + 18$

$$\Leftrightarrow 2x = 38 \Leftrightarrow x = 19 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 19 (km/h)

Bài 12:

Một ca nô xuôi dòng một khúc sông dài 50km, rồi ngược dòng khúc sông ấy dài 32km thì hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc của dòng nước biết vận tốc thực của ca nô là 18km/h.

Hướng dẫn giải

Gọi vận tốc của dòng nước là x (km/h) ($0 < x < 18$)

Vận tốc của ca nô khi xuôi dòng là: $18 + x$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi ngược dòng là: $18 - x$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng 50 km là: $\frac{50}{18+x} (h)$

Thời gian ca nô ngược dòng 32 km là: $\frac{32}{18-x} (h)$

Đổi 4h 30 phút = $\frac{9}{2}$ (h)

Ta có PT: $\frac{50}{18+x} + \frac{32}{18-x} = \frac{9}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{2 \cdot 50(18-x) + 2 \cdot 32(18+x)}{2(18-x)(18+x)} = \frac{9(18-x)(18+x)}{2(18-x)(18+x)}$$

$$\Rightarrow 1800 - 100x + 1152 + 64x = 2916 - 9x^2$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 36x + 36 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (t / m)}$$

Vậy vận tốc của dòng nước là 2 km/h

Bài 13:

Theo kế hoạch hai tổ phải đúc được 110 lưỡi cày. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ I đã vượt mức 14% kế hoạch, tổ II vượt mức 10% kế hoạch, do đó cả hai tổ đã đúc được 123 lưỡi cày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi tổ phải đúc bao nhiêu lưỡi cày?

Bài 14:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng 5m. Nếu giảm chiều rộng đi 4m và giảm chiều dài đi 5m thì diện tích mảnh đất giảm đi $180 m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

Bài 15:

Một số tự nhiên có hai chữ số. Chữ số hàng đơn vị gấp hai lần chữ số hàng chục. Nếu viết thêm chữ số 1 xen giữa hai chữ số ấy thì được một số mới lớn hơn số ban đầu là 370. Tìm số ban đầu.

Bài 16:

Năm nay, tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi Mai. Mai tính rằng 13 năm nữa thì tuổi mẹ chỉ còn gấp 2 lần tuổi Mai. Hỏi năm nay Mai bao nhiêu tuổi?

Bài 17: Cho $B = \frac{1}{2x-2} - \frac{1}{2x+2} + \frac{x}{1-x^2}$

Tìm điều kiện của x để biểu thức B được xác định.

Rút gọn B.

Tính giá trị của B khi $|x-2|=1$

Bài 18: Cho $C = \frac{3x^2 - x + 2}{x^2 + 2x - 3} - \frac{x}{1-x} - \frac{x-1}{x+3}$

Tìm điều kiện của x để biểu thức C được xác định.

Rút gọn C.

Tính giá trị của C khi $x^2 - 9 = 0$

Tìm giá trị nguyên của x để C nhận giá trị nguyên.

Bài 19:

$$\text{Cho } D = \left(\frac{x^2 - 2}{x^2 - x} - \frac{2}{x} + \frac{3}{1 - x} \right) : \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 1}$$

a) Tìm điều kiện của x để biểu thức D được xác định.

b) Rút gọn D

Hướng dẫn giải

$$\text{a) Điều kiện xác định } \begin{cases} x^2 - x \neq 0 \\ x \neq 0 \\ 1 - x \neq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \{0; \pm 1\}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{x^2 - 2}{x^2 - x} - \frac{2}{x} + \frac{3}{1 - x} \right) : \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 1} = \left(\frac{x^2 - 2}{x(x - 1)} - \frac{2}{x} - \frac{3}{x - 1} \right) \cdot \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 5)^2} \\ &= \frac{x^2 - 2 - 2(x - 1) - 3x}{x(x - 1)} \cdot \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 5)^2} = \frac{(x^2 - 5x)(x + 1)}{x(x - 5)^2} = \frac{x(x - 5)(x + 1)}{x(x - 5)^2} = \frac{x + 1}{x - 5} \end{aligned}$$

Bài 20: Giải các bất phương trình sau:

a) $3 - 2(x - 3) < 2x - 11$

b) $2(x - 3) - 4(x + 2) \leq -12 - 3(x - 1)$

c) $5x - 11 \geq 13 - 3x$

d) $3x(x - 2) - 2x(x + 3) \geq x(x + 2) - 13$

e) $(x - 2)(x + 2) - (x - 3)^2 > 2 - 3(x + 1)$

f) $(x - 3)^2 - (x - 2)(x + 1) \leq 2x - 15$

g) $2x + x(x - 3) \leq (x - 5)^2 - 4x$

h) $x + 1 - \frac{x - 3}{4} > \frac{x + 1}{4} - \frac{x - 2}{3}$

Hướng dẫn giải

a) $3 - 2(x - 3) < 2x - 11 \Leftrightarrow 4x - 20 > 0 \Leftrightarrow x > 5$

b) $2(x - 3) - 4(x + 2) \leq -12 - 3(x - 1) \Leftrightarrow -2x - 14 \leq -9 - 3x \Leftrightarrow x \leq 5$

c) $5x - 11 \geq 13 - 3x \Leftrightarrow 8x \geq 24 \Leftrightarrow x \geq 3$

d) $3x(x - 2) - 2x(x + 3) \geq x(x + 2) - 13$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 2x^2 - 6x \geq x^2 + 2x - 13$$

$$\Leftrightarrow 14x - 13 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{14}$$

e)

$$(x - 2)(x + 2) - (x - 3)^2 > 2 - 3(x + 1) \Leftrightarrow x^2 - 4 - x^2 + 6x - 9 > 2 - 3x - 3 \Leftrightarrow 9x > 12 \Leftrightarrow x > \frac{4}{3}$$

f)

$$(x - 3)^2 - (x - 2)(x + 1) \leq 2x - 15 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 - x^2 + x + 2 \leq 2x - 15 \Leftrightarrow -7x \leq -26 \Leftrightarrow x \geq \frac{26}{7}$$

g) $2x + x(x - 3) \leq (x - 5)^2 - 4x \Leftrightarrow 2x + x^2 - 3x \leq x^2 - 10x + 25 - 4x \Leftrightarrow 13x \leq 25 \Leftrightarrow x \leq \frac{25}{13}$

h) $x + 1 - \frac{x - 3}{4} > \frac{x + 1}{4} - \frac{x - 2}{3} \Leftrightarrow 12x + 12 - 3x + 9 > 3x + 3 - 4x + 8 \Leftrightarrow 10x > -10 \Leftrightarrow x > -1$

Bài 21*:

Tìm GTNN của biểu thức:

a) $A = 2x^2 - 8x + 10$

b) $B = x(x + 1)(x^2 + x - 4)$

Hướng dẫn giải

a)

$$\text{Ta có: } A = 2x^2 - 8x + 10 = 2(x^2 - 4x + 4) + 2 = 2(x - 2)^2 + 2$$

$$\text{Vì } (x - 2)^2 \geq 0 \text{ với } \forall x \text{ nên } A \geq 2 \text{ với } \forall x.$$

$$A = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy: min $A = 2$ khi và chỉ khi $x = 2$.

$$\text{b) Ta có: } B = x(x + 1)(x^2 + x - 4) = (x^2 + x)(x^2 + x - 4)$$

Đặt $x^2 + x = y$ thì:

$$B = y(y - 4) = y^2 - 4y = y^2 - 4y + 4 - 4 = (y - 2)^2 - 4$$

$$\text{Vì } (y - 2)^2 \geq 0 \text{ với } \forall y \text{ nên } B \geq -4 \text{ với } \forall y.$$

$$B = -4 \Leftrightarrow y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy min $B = -4$ khi và chỉ khi $x = 1$ hoặc $x = -2$.

Bài 22*:

Cho hai số x, y thỏa mãn điều kiện: $3x + y = 1$.

Tìm GTNN của biểu thức: $M = 3x^2 + y^2$

Tìm GTLN của biểu thức: $N = xy$

Hướng dẫn giải

$$\text{Từ } 3x + y = 1 \Rightarrow y = 1 - 3x$$

Thay $y = 1 - 3x$ vào $M = 3x^2 + y^2$ ta có:

$$M = 3x^2 + (1 - 3x)^2 = 3x^2 + 1 - 6x + 9x^2 = 12x^2 - 6x + 1 = 3(4x^2 - 2x) + 1$$

$$M = 3\left(4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{3}{4} + 1 = 3\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \geq \frac{1}{4}$$

$$M = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 1 - 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } \min M = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{4}.$$

Thay $y = 1 - 3x$ vào $N = xy$ ta có:

$$N = x(1 - 3x) = x - 3x^2 = \frac{1}{12} - 3\left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{36}\right) = \frac{1}{12} - 3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 \leq \frac{1}{12}$$

$$N = \frac{1}{12} \Leftrightarrow x - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow y = 1 - 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } \max M = \frac{1}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}; y = \frac{1}{2}.$$

Bài 23*:

Tìm GTLN và GTNN của biểu thức: $P = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2}$

Hướng dẫn giải

Tìm GTLN của P :

Ta có:

$$P = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2} = \frac{2x^2 + 4 - x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2} = \frac{2(x^2 + 2) - (x - 1)^2}{x^2 + 2} = 2 - \frac{(x - 1)^2}{x^2 + 2} \leq 2$$

$$P = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy: $\max P = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Tìm GTNN của P:

Ta có:

$$P = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2} = \frac{2(x^2 + 2x + 3)}{2(x^2 + 2)} = \frac{2x^2 + 4x + 6}{2(x^2 + 2)} = \frac{(x^2 + 4x + 4) + (x^2 + 2)}{2(x^2 + 2)}$$

$$P = \frac{(x + 2)^2}{2(x^2 + 2)} + \frac{1}{2} \geq \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy: $\min P = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -2$.

HÌNH HỌC

Bài 1:

Cho tam giác ABC, trọng tâm G. Qua G kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC ở L.

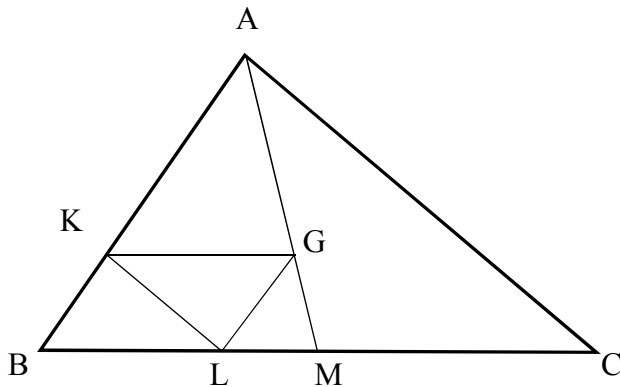
Từ L kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB ở K.

Tính $\frac{BL}{BC}$

Tứ giác BKGL là hình gì? Vì sao?

Tìm điều kiện của tam giác ABC để BKGL là hình thoi? Hình vuông?

Hướng dẫn giải



a) Tính $\frac{BL}{BC}$

Gọi M là trung điểm của BC.

Do $GL \parallel AB$ (GT) $\Rightarrow \frac{BL}{BM} = \frac{AG}{AM}$ (đl Ta lét) Mà $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$ (Tính chất trọng tâm của tam giác) $\Rightarrow \frac{BL}{BM} = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{BL}{\frac{1}{2}BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BL}{BC} = \frac{1}{3} \text{ Vậy } \frac{BL}{BC} = \frac{1}{3}$$

b) Vì $KL \parallel AC$ (GT) $\Rightarrow \frac{BK}{BA} = \frac{BL}{BC} = \frac{1}{3}$ (Đl Ta lét) mà $\frac{GM}{MA} = \frac{1}{3}$ (Tính chất trọng tâm của tam giác)

$$\Rightarrow \frac{BK}{BA} = \frac{GM}{MA} \Rightarrow KG \parallel BM \text{ (ĐL Ta lét đảo)}$$

Mặt khác $GL \parallel KB$ (do $GL \parallel AB$) suy ra tứ giác BKGL là hình bình hành.

c) * Để hình bình hành BKGL là hình thoi thì cần $BK = BL$ mà $\frac{BK}{BA} = \frac{BL}{BC}$

nên suy ra $BA = BC$ hay ΔABC cân tại B

Vậy để BKGL là hình thoi thì ΔABC cân tại B

* Để hình bình hành BKGL là hình vuông thì cần $BK = BL$ và góc B vuông suy ra ΔABC vuông cân tại B.

Bài 2:

Cho hình thang ABCD có hai đáy AB và CD, $AB = 4\text{cm}$, $CD = 9\text{cm}$, $BD = 6\text{cm}$.

Chứng minh tam giác ABD đồng dạng với tam giác BDC.

Biết góc $ABD = 45^\circ$, tính góc ABC.

Hướng dẫn giải

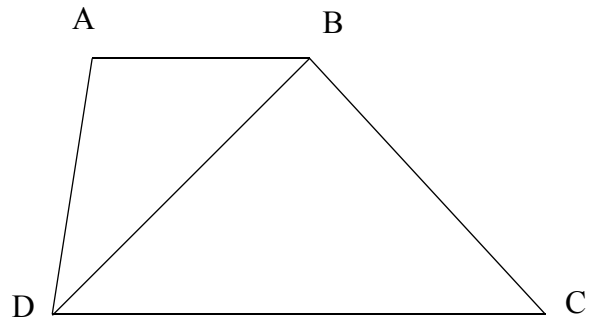
a)

Ta có: $\frac{AB}{BD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Suy ra $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}$ Xét ΔABD và ΔBDC

có $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}$ và $\angle ABD = \angle BDC$ (so le trong)



Do đó: ΔABD đồng dạng với ΔBDC (c. g. c)

b)

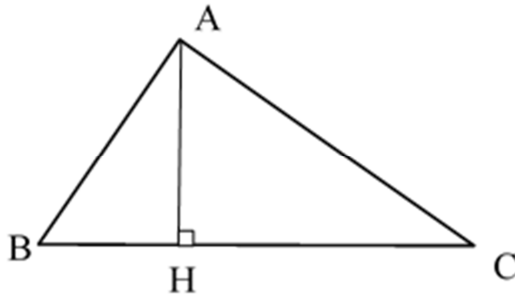
Bài 3:

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Chứng minh:

a) $AH^2 = BH \cdot CH$

b) Biết $BH = 4\text{cm}$, $BC = 13\text{ cm}$. Tính AH.

Hướng dẫn giải



a) Xét $\triangle HAB$ và $\triangle HCA$ có: $\angle AHB = \angle CHA = 90^\circ$

$\angle HAB = \angle HCA$ (cùng phụ với góc B)

Do đó $\triangle HAB$ đồng dạng với $\triangle HCA$ (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{HA}{HC} = \frac{HB}{HA} \Rightarrow AH^2 = HB \cdot HC$$

b) TT chứng minh được $\triangle HAB$ đồng dạng với $\triangle ACB$

$$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{HB}{AB} \Rightarrow AB^2 = HB \cdot BC = 4 \cdot 13 = 52$$

Áp dụng định lý Pi ta go trong $\triangle HAB$ vuông ở H có

$$AB^2 = HB^2 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = AB^2 - HB^2 = 52 - 16 = 36$$

Suy ra $AH = 6\text{cm}$.

Bài 4:

Cho tam giác ABC, phân giác AD của góc A. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của B và C trên tia AD. Chứng minh:

a) $\triangle ABE \sim \triangle ACF$; $\triangle BDE \sim \triangle CDF$

b) $AE \cdot DF = AF \cdot DE$

Hướng dẫn giải

a) * Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ACF$ có:

$$\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$$

$$\angle BAE = \angle CAF \text{ (vì AD là phân giác của góc A)}$$

$$\text{Do đó } \triangle ABE \cong \triangle ACF \text{ (g.g)}$$

* Xét $\triangle BDE$ và $\triangle CDF$, có:

$$\angle BED = \angle CFD = 90^\circ$$

$$\angle BDE = \angle CDF \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\text{Do đó } \triangle BDE \cong \triangle CDF \text{ (g.g)}$$

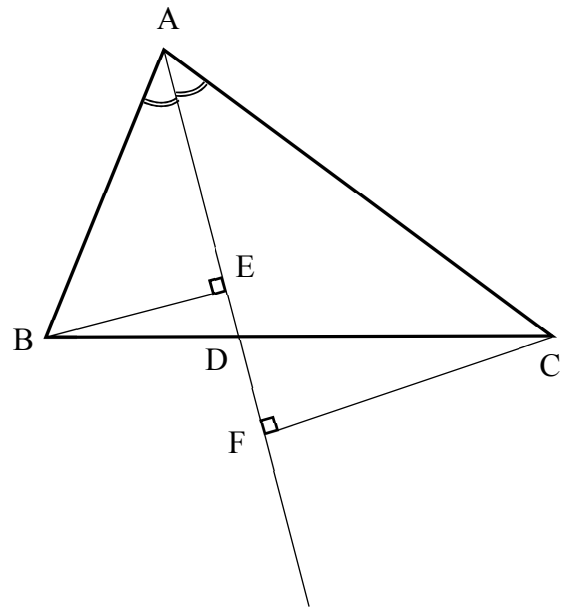
b) Vì $\triangle ABE \cong \triangle ACF$ (câu a) suy ra:

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \text{ mà } \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} \text{ (tính chất đường phân giác)}$$

$$\text{Do đó } \frac{AE}{AF} = \frac{DB}{DC} \quad (1)$$

$$\text{Vì } \triangle BDE \cong \triangle CDF \text{ (câu a) suy ra: } \frac{DE}{DF} = \frac{DB}{DC} \text{ (các cạnh tương ứng)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{AE}{AF} = \frac{DE}{DF} \Rightarrow AE \cdot DF = AF \cdot DE \text{ (đpcm)}$$



Bài 5:

Cho tam giác ABC, trung tuyến AM. Tia phân giác của góc AMB cắt AB tại D, tia phân giác của góc AMC cắt AC tại E.

a) Chứng minh: $ED \parallel BC$

b) ED cắt AM tại I. Chứng minh I là trung điểm của DE.

Bài 6:

Cho tam giác ABC, đường cao BH và CK cắt nhau tại I. Chứng minh:

- a) $IH.IB = IK.IC$
- b) $AK.AB = AH.AC$
- c) $\triangle AKH \sim \triangle ACB$
- d) Biết $\hat{A} = 60^\circ, S_{\triangle ABC} = 120cm^2$. Tính $S_{\triangle AKB}$

Bài 7:

Cho hình thang ABCD (AB//CD), AB = 4cm, DC = 9cm. Biết góc BCD bằng góc ADB.

Chứng minh:

a) $BD^2 = AB.CD$

b. Tính BD

Hướng dẫn giải

a) Chứng minh: $BD^2 = AB.CD$

Xét $\triangle BDA$ và $\triangle DCB$ có:

$$\widehat{ABD} = \widehat{BDC} \text{ (so le trong)}$$

$$\widehat{ADB} = \widehat{BCD} \text{ (gt)}$$

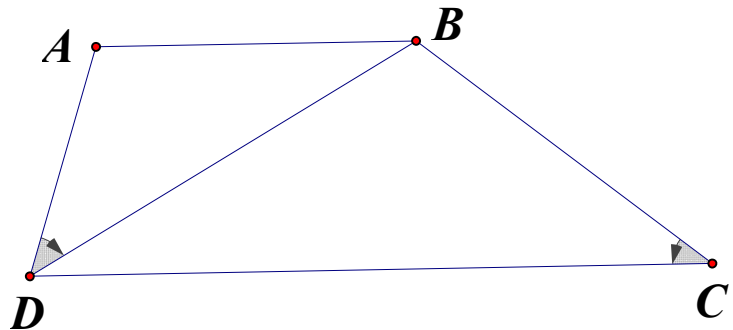
$$\Rightarrow \triangle BDA \sim \triangle DCB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{BD} \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow BD^2 = AB.DC \text{ (đpcm)}$$

b) Tính BD?

Thay AB = 4cm, DC = 9cm vào $BD^2 = AB.DC$ (cmt) ta có:



$$BD^2 = 4.9 = 36 \Rightarrow BD = 6 \text{ cm.}$$

Bài 8:

Cho góc xOy nhọn. Trên tia Ox lấy điểm A và B sao cho OA = 10cm, OB = 12cm.
Trên tia Oy lấy hai điểm C và D sao cho OC = 6cm, OD = 2cm.

- a) Chứng minh: Tam giác OAD đồng dạng với tam giác OCB.
b) Gọi I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh: IA.ID = IB.IC

Hướng dẫn giải

- a) Chứng minh $\triangle OAD \sim \triangle OCB$

Ta có:

$$\frac{OA}{OC} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}; \frac{OD}{OB} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$$

Xét $\triangle OAD$ và $\triangle OCB$, có:

$\widehat{O}$ chung

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle OAD \sim \triangle OCB \text{ (c.g.c)}$$

- b) Gọi I là giao điểm của AD và BC. Chứng minh IA.ID = IB.IC

$$\triangle OAD \sim \triangle OCB \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{B} \text{ (hai cạnh tương ứng)} \text{ Xét } \triangle IAB \text{ và } \triangle IDC \text{ có:}$$

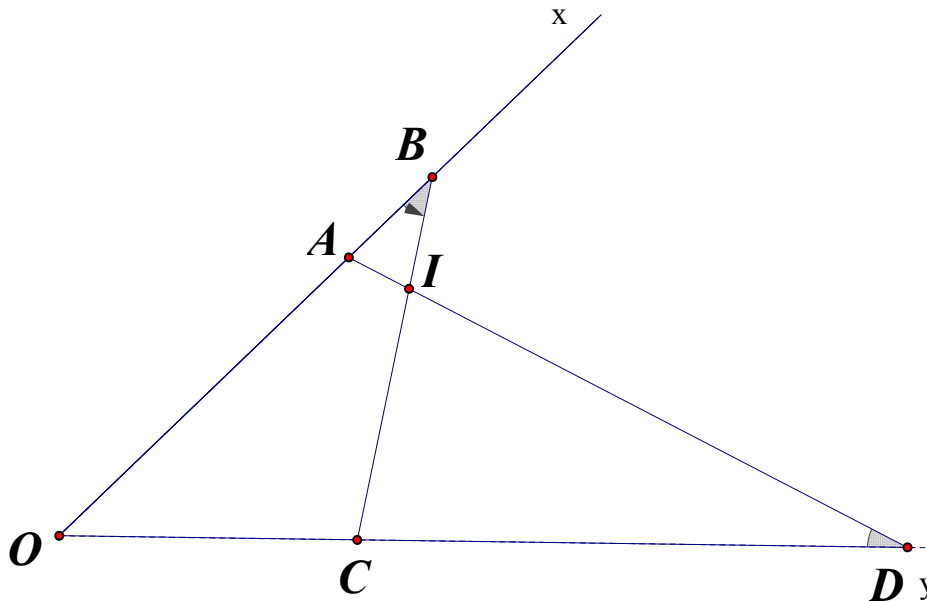
$$\widehat{AIB} = \widehat{CID} \text{ (đối đỉnh)}$$

$$\widehat{B} = \widehat{D} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta IAB \sim \Delta ICD \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{IB}{ID} \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow IA.ID = IB.IC$$



Bài 9:

Cho tam giác ABC có $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$.

- Tam giác ABC là tam giác gì? Vì sao?
- Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $BD = 4\text{cm}$. Từ D kẻ $DE \parallel BC$ (E thuộc AC). Tính DE, EC.
- Tìm vị trí điểm D trên cạnh AB sao cho $BD + EC = DE$.

Bài 10:

Cho tam giác ABC có $AB = 4,8\text{cm}$, $AC = 6,4\text{cm}$, $BC = 3,6\text{cm}$. Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = 2,4\text{cm}$; trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AD = 3,2\text{cm}$.

- Chứng minh: Tam giác ABC đồng dạng với tam giác ADE

b) Tính DE.

c) Gọi F là giao điểm của CB và ED. Chứng minh: $FD.FE = FB.FC$.