

Phần I – LÝ THUYẾT

1. TỈ LỆ THỨC VÀ ĐẠI LƯỢNG TỈ LỆ

- Tỉ lệ thức ; tính chất của dãy tỉ số bằng nhau
- Đại lượng tỉ lệ thuận, đại lượng tỉ lệ nghịch

2. BIỂU THỨC ĐẠI SỐ VÀ ĐA THỨC MỘT BIẾN

- Các phép cộng, trừ, nhân, chia đa thức một biến
- Nghiệm của đa thức một biến

3. XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

- Biến cố
- Biến cố đồng khả năng ; xác suất của biến cố

4. QUAN HỆ GIỮA CÁC YẾU TỐ TRONG MỘT TAM GIÁC

- Quan hệ giữa cạnh và góc đối diện trong một tam giác
- Quan hệ giữa đường vuông góc và đường xiên
- Quan hệ giữa ba cạnh trong tam giác
- Sự đồng quy của ba đường trung tuyến, ba đường phân giác, ba đường cao, ba đường trung trực trong một tam giác.

Phần II – BÀI TẬP

I. ĐẠI SỐ

Bài 1. Cho hai đa thức:

$$P(x) = -x(3x - 4) - x^3 + x^2 + 3x^4 - 1 \quad \text{và} \quad Q(x) = 3x^4 - 2x + x^2(x - 1) - 1 - 2x^3$$

- Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tìm bậc, hệ số tự do và hệ số cao nhất của $P(x)$.
- Tính $N(x) = P(x) + Q(x)$ và $M(x) = P(x) - Q(x)$.
- Tìm nghiệm của đa thức $M(x)$.

Bài 2. Cho hai đa thức

$$P(x) = 2x^2 - 3x^3 + x^2 + 3x^3 - x - 1 - 3x \quad \text{và} \quad Q(x) = -3x^2 + 2x^3 - x - 2x^3 - 3x - 2$$

- Thu gọn và sắp xếp hai đa thức $P(x)$, $Q(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính $F(x) = Q(x) - 3x.P(x)$ và $G(x) = P(x) - Q(x)$.
- Tính $F(-2)$, $Q(3)$.
- Tính $G(x) \cdot (6x^2 - 1)$.

Bài 3. Cho hai đa thức

$$A(x) = 10x^2 - 3x^3 + 6x - 6x^2 + 8x^2 - 2x^3 \quad \text{và} \quad B(x) = 3x(x + 1) - 2(4 - x^2)$$

- Thu gọn và sắp xếp hai đa thức $A(x)$, $B(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tìm bậc, hệ số tự do và hệ số cao nhất của $A(x)$.
- Tính $A(1) + B(-1)$.
- Tính $C(x) = A(x) : 2x$.
- Tìm nghiệm của đa thức $B(x)$.

Bài 4. Cho 2 đa thức:

$$M(x) = 2x^4 - 3x^3 - x + 7x^3 - 5x + 1$$

$$N(x) = -2x^3 - 2x^2 + 3x^4 + 5x - 2x^4 - 6 + x + 3x^2$$

- Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tìm đa thức $Q(x)$ biết: $Q(x) = M(x) - 2N(x)$.
- Tìm x để $Q(x) = 8x^3 - 14x + 15$.
- Tìm đa thức $B(x)$ biết: $xN(x) - B(x) = M(x)$.
- Tìm dư khi chia $B(x)$ cho $(x^2 - x + 1)$.

Bài 5. Cho đa thức: $C(x) = 5x^2 + 3x^4 - 3x^2 - x - x^4 - 12x^3 + 16x^2 + 3$

- Tìm đa thức $D(x)$ biết: $(x - 3).D(x) = C(x)$.
- Xác định bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $D(x)$.
- Tính $D(-0,5)$.
- Tìm đa thức $E(x) = C(x) - (1 - x)D(x)$.

Bài 6. Cho đa thức: $P(x) = -2 - 2x^4 - x - 5x^3 + 10x - 17x^2 + \frac{1}{2}x^3 - 5 + x^3$.

- Thu gọn đa thức trên rồi sắp xếp theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Xác định bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của đa thức $P(x)$. Tính $P(-2)$.
- Tìm đa thức $Q(x)$ sao cho $Q(x) - P(x) = 2x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 19x - 1$.
- Tìm đa thức dư trong phép chia $P(x) : (2 - x)$.
- Tìm nghiệm đa thức $A(x) = Q(x) + (8 + 31x)$.

Bài 7. Ba lớp 7A, 7B, 7C được giao nhiệm vụ trồng 120 cây để phủ xanh đồi trọc. Tính số cây trồng được của mỗi lớp, biết số cây trồng được của ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ với 7, 8, 9.

Bài 8. Số học sinh của ba lớp 7A, 7B, 7C tương ứng tỉ lệ với 21; 20; 22. Tính số học sinh của mỗi, biết rằng lớp 7C có nhiều hơn lớp 7A là 2 học sinh.

Bài 9. Một khu đất hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tỉ lệ với 8 và 5. Diện tích khu đất đó bằng $360m^2$. Tính chiều dài và chiều rộng của khu đất.

Bài 10. Cho biết 30 người thợ xây xong một ngôi nhà hết 90 ngày. Hỏi 15 người thợ xây ngôi nhà đó hết bao nhiêu ngày? (Giả sử năng suất làm việc của mỗi người thợ là như nhau).

Bài 11. Ba lớp 7A, 7B, 7C được phân công lao động với khối lượng công việc như nhau. Lớp 7A, 7B, 7C lần lượt hoàn thành công việc trong 3 giờ, 4 giờ, 5 giờ. Tính số học sinh của mỗi lớp, biết rằng tổng số học sinh của ba lớp là 94 học sinh. (Giả sử năng suất lao động của mỗi học sinh là như nhau.)

Bài 12. Một xe ô tô chạy từ A đến B gồm ba chặng đường bằng nhau. Vận tốc trên mỗi chặng lần lượt là 72 km/h, 60 km/h, 40 km/h. Biết tổng thời gian xe chạy từ A đến B hết 4 giờ. Tính thời gian ô tô chạy trên từng chặng và tính quãng đường AB.

Bài 13. Ba đội máy cày làm việc trên 3 cánh đồng có diện tích bằng nhau. Đội I hoàn thành công việc trong 4 ngày, đội II trong 6 ngày, đội III trong 5 ngày. Biết rằng đội III có ít hơn đội I ba máy. Hỏi mỗi đội có bao nhiêu máy? (Giả thiết năng suất mỗi máy như nhau và mỗi ngày làm cùng một thời gian).

Bài 14. Bạn Nam gieo đồng thời 2 con xúc xắc. Xét các biến cố sau:

Biến cố A: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 1".

Biến cố B: "Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc nhỏ hơn 36".

Biến cố C: "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc chia hết cho 3".

Trong các biến cố trên, biến cố nào là biến cố chắc chắn? Biến cố không thể? Biến cố ngẫu nhiên?



Bài 15. Từ các chữ số 3; 6; 9 người ta thành lập các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Xét ba biến cố sau:

Biến cố A: "Số tạo thành là một số chẵn".

Biến cố B: "Số tạo thành chia hết cho 5".

Biến cố C: "Số tạo thành chia hết cho 3".

Trong các biến cố trên, biến cố nào là biến cố chắc chắn? Biến cố không thể? Biến cố ngẫu nhiên?

Bài 16. Bạn An lấy 5 viên từ trong hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 1 viên bi vàng. Trong các biến cố dưới đây, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

Biến cố A: "Có ít nhất 1 viên bi xanh"

Biến cố B: "Có ít nhất 1 viên bi đỏ"

Biến cố C: "Có ít nhất 1 viên bi vàng"

Biến cố D: "5 viên bi lấy ra cùng màu"

Biến cố E: "5 viên bi lấy ra có đủ 3 màu"

Bài 17. Một chiếc đĩa đựng 5 quả cam và 3 quả táo. Lấy ngẫu nhiên 1 quả từ đĩa. Xét hai biến cố:

Biến cố A: "Lấy được quả cam".

Biến cố B: "Lấy được quả táo".

a) Hai biến cố A và B có đồng khả năng không? Vì sao?

b) Giả sử bỏ 2 quả cam ra khỏi đĩa rồi mới thực hiện lấy ngẫu nhiên 1 quả từ số quả còn lại. Hỏi khi đó, hai biến cố A và B có đồng khả năng không? Vì sao? Tính xác suất của biến cố A và biến cố B.

Bài 18. Một tấm bìa cứng hình tròn được chia thành 5 phần có diện tích bằng nhau và ghi các số 1;2;3;4;5; được gắn vào trục quay có mũi tên. Bạn An quay tấm bìa. Xét các biến cố:

Biến cố A: "Mũi tên dừng lại ở số chẵn"

Biến cố B: "Mũi tên dừng lại ở số lẻ"

Hai biến cố A và B có đồng khả năng không? Vì sao?



Bài 19. Một túi đựng 10 viên bi màu đỏ và 10 viên bi màu xanh cùng kích cỡ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ túi.

a) Tính xác suất của biến cố "Lấy được viên bi màu vàng"

b) Tính xác suất của biến cố "Lấy được viên bi màu đỏ"

c) Tính xác suất của biến cố "Lấy được viên bi màu xanh"

d) Tính xác suất của biến cố "Lấy được viên bi màu xanh hoặc màu đỏ"

Bài 20. Bạn An có 12 tấm thẻ ghi các số 1;2;3;...;12. Bạn thực hiện rút ngẫu nhiên 1 tấm thẻ. Tính xác suất để

a) Tấm thẻ rút ra ghi số chẵn.

b) Tấm thẻ rút ra ghi số nhỏ hơn hoặc bằng 6.

Bài 21. Gieo 1 con xúc sắc 6 mặt cân đối. Xét các biến cố sau:

Biến cố A: "Mặt xuất hiện có số chấm chia hết cho 3"

Biến cố B: "Mặt xuất hiện có số chấm chia 3 dư 1".

Biến cố C: "Mặt xuất hiện có số chấm chia 3 dư 2".

a) Hỏi các biến cố A, B, C đồng khả năng không? Vì sao?

b) Tính xác suất của biến cố A, B, C.

Bài 22. Quay bánh xe may mắn được đánh số từ 1 đến 20. Xét các biến cố

Biến cố A: "Quay được số có một chữ số".

Biến cố B: "Quay được số chia hết cho 3".

Biến cố C: "Quay được số nguyên tố".

a) Trong các biến cố trên, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?

b) Xét biến cố D "Quay được số có hai chữ số". Tính xác suất của biến cố đó D.



Bài 23. Tung một đồng xu 2 lần.

a) Liệt kê tất cả các kết quả có thể xảy ra khi tung một xu hai lần.

b) Xét các biến cố sau:

Biến cố A: "Xuất hiện hai mặt giống nhau trong 2 lần tung"

Biến cố B: "Xuất hiện hai mặt khác nhau trong 2 lần tung"

Hai biến cố A và B có đồng khả năng không? Tính xác suất của biến cố A, B.

Bài 24. An và Bình cùng sắp xếp 4 chữ cái M, A, T, H theo các thứ tự khác nhau.

a) Liệt kê tất cả các cách sắp xếp có thể.

b) An chọn 1 cách sắp xếp làm mật mã trò chơi. Tính xác suất để Bình có đoán 1 lần đúng mật mã này.

II. HÌNH HỌC

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến AM

- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$
- Chứng minh $\triangle AMB$ vuông cân.
- Lấy điểm D sao cho A là trung điểm DC; lấy điểm E sao cho B là trung điểm AE.
Chứng minh $MD = ME$.
- Gọi K là giao điểm của EM và AC; H là giao điểm DM và AE. Chứng minh KH vuông góc với DE.

Bài 2. Cho tam giác ABC nhọn, có $\hat{A} = 60^\circ$ và $AB < AC$. Hai điểm D và E lần lượt là trung điểm của AB và AC. Trung trực của đoạn thẳng AB, AC cắt nhau tại O và cắt đường thẳng BC lần lượt tại M và N.

- Chứng minh: $\triangle ODA = \triangle ODB$
- Chứng minh: $\triangle NOA = \triangle NOC$
- Chứng minh: AO là phân giác góc NAM.
- Tính số đo góc NAM.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ nhọn, đường cao AH. Gọi D và E là hình chiếu vuông góc của H trên AB, AC. Lấy điểm P sao cho D là trung điểm PH; lấy điểm Q sao cho E là trung điểm HQ.

- Chứng minh $AP = AQ$.
- Chứng minh $\widehat{PAQ} = 2\widehat{BAC}$.
- Gọi I, K là giao điểm của PQ với AB, AC. Chứng minh HA là tia phân giác $\widehat{IHK}$
- CI cắt AH tại O. Chứng minh B, O, K thẳng hàng.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ cân tại A, và điểm M là trung điểm cạnh BC. Vẽ tia $Ax \parallel BC$; $Cy \parallel AB$ sao cho Ax cắt Cy tại D. Kéo dài AM cắt tia đối của tia Cy tại điểm E.

- Chứng minh: $\triangle ACB = \triangle CAD$; $AB = DC$
- Chứng minh: $\triangle MBA = \triangle MCE$; $MA = ME$ và $EC = CD$
- Trên tia Ax lấy N sao cho $AN = BM$ và G là giao điểm của AC và MD. Chứng minh rằng E, G, N thẳng hàng.
- Gọi P là trọng tâm tam giác ABC, chứng minh: $NG > AP$.

Bài 5. Cho tam giác ABC nhọn, $AB > AC$, các đường cao BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm BC. Trên tia đối của các tia AM và AC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $AP = AM$, $AQ = AC$.

- Chứng minh: $\triangle ACM = \triangle AQP$.
- Chứng minh: $AH \perp PQ$.
- Chứng minh $BQ = 2AM$.

Bài 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AC > AB$. Kẻ $AH \perp BC$. Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HB$. Kẻ $CF \perp AD$ kéo dài.

- Chứng minh rằng: $\triangle AHB = \triangle AHD$.
- Chứng minh rằng $\widehat{BAH} = \widehat{ACB}$.
- Chứng minh CB là tia phân giác của góc ACE.
- Gọi giao điểm của AH và CE là K. Chứng minh rằng $KD \parallel AB$.
- So sánh AC và CD.

Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A. Trên tia đối của tia BC lấy điểm D, trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$, kẻ DH và EK lần lượt vuông góc với các tia AB và AC.

- Tam giác DEA là tam giác gì? Vì sao?
- Chứng minh rằng $DH = EK$.
- Chứng minh rằng $\triangle ADH = \triangle AEK$.
- Gọi O là giao điểm của DH và EK. Chứng minh rằng tam giác DOE cân.
- Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh rằng A, I, O thẳng hàng.

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại C có $\hat{A} = 60^\circ$. Tia phân giác của BAC cắt BC tại E. Kẻ $EK \perp AB$, K thuộc AB. Kẻ BD vuông góc với tia AE (D thuộc AE).

Chứng minh rằng

- $AC = AK$ và $AE \perp CK$.
- $KA = KB$.

- c) $EB > AC$.
- d) Ba đường thẳng AC, BD, KE cùng đi qua một điểm.

Bài 9. Cho tam giác ABC có $AB < AC$, hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H và có $AD = BE$.

- a) So sánh $\widehat{BAD}$ và $\widehat{CAD}$.
- b) Tam giác ABC là tam giác gì? Vì sao?
- c) Chứng minh rằng đường thẳng CH là trung trực của AB .
- d) Chứng minh $DE \parallel BA$.
- e) Nếu O là trung điểm của CH , chứng minh $OD = OE$.

Bài 10. Cho tam giác ABC cân tại A , trung tuyến AM . Trên tia đối của tia BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$.

- a) Chứng minh tam giác AED cân tại A .
- b) Chứng minh AM là tia phân giác của góc DAE .
- c) Từ B và C hạ BH, CK theo thứ tự vuông góc với AD và AE (H thuộc AD, K thuộc AE). Chứng minh rằng $\triangle AHB = \triangle AKC$.
- d) Chứng minh rằng $HK \parallel DE$.
- e) Gọi I là giao điểm của HB và AM . Chứng minh rằng $AB \perp ID$.
- f) Chứng minh rằng HB, AM, CK cùng đi qua một điểm.

Bài 11. Cho tam giác ABC nhọn, đường cao AH . Vẽ điểm D sao cho AB là trung trực của HD . Lấy điểm E sao cho AC là trung trực của HE , gọi M là giao điểm của DE với AB, N là giao điểm của DE với AC . Chứng minh rằng:

- a) Tam giác ADE cân.
- b) HA là tia phân giác của góc MHN .
- c) $BN \perp AC$.
- d) AH, BN, CM đồng quy.

III. NÂNG CAO

Bài 1. Cho đa thức: $f(x) = ax^2 + bx + c$, Xác định các hệ số a, b, c biết: $f(0) = 2; f(1) = 7; f(-2) = -14$

Bài 2. Cho đa thức: $f(x) = ax^2 + bx + c$, Xác định a, b, c biết: $f(-2) = 0, f(2) = 0$ và a là số lớn hơn c ba đơn vị

Bài 3. Cho đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn: $f(-1) = 2, f(0) = 1, f\left(\frac{1}{2}\right) = 3, f(1) = 7$. Xác định giá trị a, b, c, d .

Bài 4. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $f(0) = 2022, f(1) = 2023, f(-1) = 2024$. Tính $f(3)$?

Bài 5. Cho $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8$ và $g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$, trong đó a, b, c là các hằng số. Xác định a, b, c để $f(x) = g(x)$.

Bài 6. Cho đa thức bậc hai: $P(x) = ax^2 + bx + c$, biết rằng $P(x)$ thỏa mãn cả hai điều kiện sau: $P(0) = -2; 4P(x) - P(2x - 1) = 6x - 6$. Chứng minh rằng $a + b + c = 0$ và xác định đa thức $P(x)$

Bài 7. Tìm đa thức bậc hai $f(x)$ sao cho $f(x) - f(x - 1) = x$. Áp dụng tính tổng: $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$.

Bài 8. Cho đa thức $P(x)$ với hệ số nguyên. Biết $P(1), P(2), P(3), \dots, P(2023)$ chia hết cho 2023. Chứng minh rằng $P(x)$ chia hết cho 2023.

Bài 9. Cho đa thức $P(x)$ với hệ số nguyên thỏa mãn $P(0) = P(1) = 2$. Chứng minh $P(7)$ không thể là số chính phương.

Bài 10. Cho $P(x) = ax^2 + bx + c$. Biết rằng $5a + b + 2c = 0$. Chứng minh $P(2).P(-1) \leq 0$.

Phần III – MỘT SỐ ĐỀ THAM KHẢO

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. (3,0 điểm) Cho đa thức:

$$P(x) = x^5 + 2x - 4x^4 - 3x^3 + 5 + x + 2x^4 + x^3 + 1 - 3x^2$$

$$Q(x) = -x^5 + 2x^2 + 7x^4 + 2x^3 + 1 - 5x^4 + x^2 - x$$

- Thu gọn và sắp xếp các đa thức $P(x)$, $Q(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính $H(x) = P(x) + Q(x)$.
- Tính nghiệm của $H(x)$.
- Đặt $G(x) = H(x) \cdot (x^3 + 1)$. Tính $G(1)$

Câu 2. (1,5 điểm) Học sinh của ba lớp 7 cần trồng và chăm sóc 46 cây xanh. Lớp 7A có 30 học sinh, lớp 7B có 28 học sinh, lớp 7C có 34 học sinh. Hỏi mỗi lớp cần trồng và chăm sóc bao nhiêu cây xanh biết rằng số cây xanh mỗi lớp trồng và chăm sóc tỉ lệ với số học sinh lớp đó.

Câu 3. (1,5 điểm) Tổ 1 của lớp 7A có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn ra một bạn nhận nhiệm vụ trực nhật lớp vào sáng thứ 2. Xét hai biến cố:

A: “Chọn được học sinh nam” và B: “Chọn được học sinh nữ”

- Hai biến cố A và B có đồng khả năng không? Vì sao?
- Tính xác suất của biến cố A và biến cố B

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC cân ở A có đường cao AH (H thuộc BC). Kẻ HM vuông góc với AB tại M, HN vuông góc với AC tại N.

- Chứng minh tam giác AMN cân ở A.
- Vẽ điểm P sao cho điểm H là trung điểm của đoạn thẳng NP. Chứng minh đường thẳng BC là đường trung trực của đoạn thẳng MP.
- MP cắt BC tại điểm K, NK cắt MH tại điểm D. Chứng minh ba đường thẳng AH, MN, DP cùng đi qua một điểm.

Câu 5. (0,5 điểm) Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $(x-1) \cdot f(x) = (x+2) \cdot f(x+3)$ với mọi x . Tìm 5 nghiệm của đa thức $f(x)$.

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. (3 điểm) Cho hai đa thức $A(x) = 12x^4 + 6x^3 - \frac{1}{2}x + 3$; $B(x) = -12x^4 - 2x^2 + 5x + \frac{1}{2}$.

- Tính $A(x) + B(x)$; $A(x) - B(x)$.
- Tính nghiệm của đa thức $K(x) = -6x + 30$.
- Tính giá trị của đa thức $f(x) = 15x^2 - 25x + 18$ biết $3x^2 - 3x = 0$.
- Thực hiện phép tính chia đa thức $A(x) = 2x^4 - 13x^3 + 15x^2 + 11x - 3$ cho đa thức $B(x) = x^2 - 4x - 3$

Câu 2. (1,5 điểm) Một cửa hàng có ba tấm vải, sau khi bán đi $\frac{1}{2}$ tấm thứ nhất, $\frac{2}{3}$ tấm thứ hai và $\frac{3}{4}$ tấm thứ ba thì số vải còn lại của ba tấm là bằng nhau. Tính chiều dài mỗi tấm vải lúc ban đầu. Biết chiều dài tổng cộng của ba tấm là 126m.

Câu 3. (1,5 điểm)

Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp $\{3; 5; 6; 7; 8; 10\}$. Xét các biến cố sau:

Biến cố A: “Số được chọn là số nguyên tố”;

Biến cố B: “Số được chọn là số bé hơn 12”;

Biến cố C: “Số được chọn là số chính phương”.

- Trong các biến cố trên, biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố ngẫu nhiên?
- Tìm xác suất của các biến cố A, B và C.
- Tìm xác suất của biến cố D: “Số được chọn là một số lẻ”.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại B, đường phân giác AD (D thuộc BC). Kẻ BO vuông góc với AD (O thuộc AD) , BO cắt AC tại E. Chứng minh rằng:

- $\triangle ABO = \triangle AEO$ và tam giác BAE là tam giác cân.
- AD là đường trung trực của BE.
- Kẻ BK vuông góc với AC (K thuộc AC). Gọi M là giao điểm của BK và AD. Chứng minh rằng ME song song với BC.

Câu 5. (0,5 điểm) Tìm giá trị của biểu thức sau

$$M = \frac{3.20222022.20222024 - 5.20222021 - 2.20222022^2 - 5}{20222022}$$

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. (3 điểm) Cho hai đa thức

$$P(x) = 4x^4 - 2x + 5 - 3x^3 - x + 1 - x^3$$

$$Q(x) = 6 - 2x + x^4 - 2x^2 + 3x + 2x^2$$

- Thu gọn hai đa thức và sắp xếp theo lũy thừa giảm của biến.
- Tìm các đa thức $A(x) = P(x) + Q(x)$ và $B(x) = P(x) - Q(x)$.
- Tìm nghiệm của đa thức $C(x) = Q(x) - (x^4 - 3x + 2)$
- Chứng minh rằng đa thức $Q(x) - x$ luôn dương với mọi x .

Câu 2. (1,5 điểm) Một người mua ba loại vở với số tiền trả cho mỗi loại bằng nhau, biết vở loại I có giá 8000 đồng 1 quyển, loại II giá 6000 đồng một quyển, loại III giá 5000 đồng 1 quyển. Tính số lượng mỗi loại vở mà người đó mua. Biết tổng số vở người đó mua là 118 quyển.

Câu 3. (1,5 điểm) Mật mã của một chiếc két sắt nhà bà Thanh là một số có 3 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3. Bà Thanh muốn mở két sắt mà quên mất mật mã. Tính xác suất để bà Thanh mở 1 lần đúng được mật mã.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$), vẽ $BD \perp AC$ và $CE \perp AB$. Gọi H là giao điểm của BD và CE.

- Chứng minh: $\triangle ABD = \triangle ACE$.
- Chứng minh $\triangle AED$ cân.
- Chứng minh AH là đường trung trực của ED.
- Trên tia đối của tia DB lấy điểm K sao cho $DK = DB$. Chứng minh $\widehat{ECB} = \widehat{DKC}$

Câu 5. (0,5 điểm) Cho đa thức $Q(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tìm đa thức $Q(x)$ biết: $Q(1) = 3; Q(2) = 7; Q(-1) = 1$.

ĐỀ SỐ 4

Câu 1: (3 điểm) Cho hai đa thức

$$M(x) = 3x + x^4 - 4x^3 - x^2 - 2x^4 + 4x^3 - x - 5 \text{ và } N(x) = 2x + 3$$

- Tìm nghiệm của $N(x)$.
- Thu gọn $M(x)$ và tính $A(x) = M(x) + N(x)$.
- Tìm đa thức $B(x)$ sao cho $B(x) = (x^2 - x + 1).N(x)$.
- Thực hiện phép chia $M(x)$ cho $N(x)$.

Câu 2: (1,5 điểm) Trong quý 3 năm 2023, tại một siêu thị điện máy, người ta thấy số lượng ti vi bán ra của bốn nhân viên Nam, Khánh, Châu và Dũng như sau: Số lượng Ti vi Dũng bán được gấp 7 lần Nam, gấp Khánh 5 lần, gấp Châu 4 lần. Tổng cộng 4 người bán được 669 chiếc Ti vi. Hỏi số Ti vi mà Dũng bán được là bao nhiêu?

Câu 3: (1,5 điểm) Một chiếc hộp kín có chứa 5 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu trắng có kích thước và khối lượng như nhau. Xét các biến cố

Biến cố A "Viên bi lấy ra có màu xanh"

Biến cố B "Viên bi lấy ra có màu đỏ"

Biến cố C "Viên bi lấy ra có màu trắng"

- Hỏi biến cố A, B và C có đồng khả năng không? Vì sao?
- Tính xác suất của biến cố A, B và C.

Câu 4: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn, M là trung điểm của cạnh BC. Trên tia đối của tia CA, lấy điểm D sao cho $CD = CA$. Trên tia đối của tia CB, lấy điểm N sao cho $CN = \frac{BC}{2}$.

- Chứng minh rằng $\triangle AMB = \triangle AMC$.
- Chứng minh rằng $AN \parallel DM$.
- Trên tia đối của tia NB, lấy điểm E khác điểm N. Trên tia ND, lấy điểm H sao cho $\widehat{CEH} = \widehat{MAB}$. Chứng minh rằng $CH \perp DE$.

Câu 5: (0,5 điểm) Tìm tất cả các nghiệm của đa thức $A(x) = x^2 - (3 + 2b)x + b^2$ biết rằng đa thức $A(x)$ nhận $x = 1$ là nghiệm.

ĐỀ SỐ 5

Câu 1 (3 điểm): Cho các đa thức $A(x) = 3x^4 - 4x(x^2 - x) + x^3 - 2x + 5(1 - x^2)$ và $B(x) = 5 + x^4$

- Thu gọn và sắp xếp đa thức $A(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến; cho biết bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của đa thức
- Tính $C(x) = A(x) + B(x)$; $D(x) = A(x) - B(x)$
- Tìm đa thức $G(x)$ biết $G(x) = B(x) \cdot (2x - 1)$. Tìm nghiệm của đa thức $G(x)$
- Tìm thương $Q(x)$ và số dư $R(x)$ khi chia đa thức $A(x)$ cho đa thức $(x^2 + 1)$.

Câu 2 (1 điểm): Tổng số sách ở ba ngăn là 115 quyển. Sau khi lấy lần lượt $\frac{1}{5}$ số quyển sách ở ngăn thứ nhất, $\frac{1}{4}$ số quyển sách ở ngăn thứ hai và $\frac{2}{5}$ số sách ở ngăn thứ ba thì số quyển sách còn lại ở ba ngăn bằng nhau.

Hỏi ban đầu mỗi ngăn có bao nhiêu quyển sách?

Câu 3 (1,5 điểm): Gieo một con xúc xắc 6 mặt đồng chất.

- Trong các biến cố sau đây biến cố nào là biến cố chắc chắn, biến cố không thể và biến cố ngẫu nhiên.

Biến cố A: "Mặt xuất hiện trên con xúc xắc là một số chẵn"

Biến cố B: "Mặt xuất hiện trên con xúc xắc là một số lớn hơn hoặc bằng 1"

Biến cố C: "Mặt xuất hiện trên con xúc xắc là một số lớn hơn 7"

- Tính xác suất để mặt xuất hiện là một số chẵn.

Câu 4 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB < AC$. Gọi I là trung điểm của BC. Trung trực của BC cắt AC tại E. Trên tia đối tia AC lấy điểm D sao cho $AD = AE$, nối BE.

- Chứng minh $\widehat{BDE} = 2\widehat{ACB}$
- Gọi giao điểm của BD và AI là M. Chứng minh $MD = AD$ và $MB = AC$. Tìm điều kiện của tam giác ABC để $AI \perp BE$.

Câu 5 (0,5 điểm): Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + x \cdot f(-x) = x + 1$ với mọi giá trị của x . Tính $f(1)$.

Hết.