

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. **Đại số:** từ đầu học kì 2 đến hết chương III.

2. **Hình học:** Từ đầu học kì 2 đến hết trường hợp đồng dạng thứ ba của tam giác

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP THAM KHẢO

Dạng 1. Rút gọn tổng hợp

Bài 1. Cho biểu thức : $P = \left(\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} + \frac{2x+4}{4-x^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{5}{x-3} \right)$ và $x \neq 2; x \neq -2; x \neq 3$

- Rút gọn P.
- Tính P khi x thỏa mãn $x^2 - 3x + 2 = 0$
- Tìm x để $P = \frac{4}{5}$
- Tìm x nguyên để P đạt giá trị nguyên lớn nhất.
- Với x là số nguyên, tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2. Cho biểu thức: $A = \frac{3x^2 + 3x - 3}{x^2 + x - 2} - \frac{x+1}{x+2} + \frac{x-2}{1-x}$ với $x \neq 1; -2$.

- Chứng minh $A = \frac{x+1}{x-1}$.
- Tìm x nguyên để A là số tự nhiên.
- Tìm x để $A < 1$.
- Tìm x để $A = x - \frac{2}{x-1}$
- Đặt $M = A \cdot \frac{x-1}{x+3}$, tìm số tự nhiên x để M đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 3. Cho hai biểu thức:

$$P = \frac{x^2 + x}{3(x+3)} \quad \text{và} \quad Q = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{3-x}{x^2-1} \quad \text{với } x \neq \pm 1 \text{ và } x \neq -3.$$

- Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 2$
- Rút gọn biểu thức Q
- Đặt $M = P \cdot Q$. Tìm các giá trị của x để $|M| = \frac{2}{3}$.
- Tìm $x \in \mathbb{N}^*$ để M đạt giá trị nhỏ nhất, tìm GTNN đó.

Bài 4. Cho biểu thức $A = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$ và $B = \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} - \frac{16}{4-x^2}$ với $x \neq \pm 2; x \neq -1$.

- Tính giá trị của A khi $|x-1| = 2$.
- Đặt $P = A \cdot B$. Rút gọn biểu thức P.
- Tìm x nguyên dương để P là số tự nhiên.
- Tìm x nguyên lớn nhất để $P > 8$.
- Tìm m để phương trình $P = m$ có nghiệm.

Dạng 2. Giải phương trình:

Bài 1. Giải các phương trình sau:

- | | | |
|----------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| a. $3x - 11 = x + 7$ | b. $4x(x-1) - (x+3)(x-3) = 9$ | c. $(3x-5)^2 - 2(9x^2 - 25) = 0$ |
| d. $2x^2(x-3) = 3-x$ | e. $9x^2 - (6x+2)(x-5) = 1$ | f. $x^2 - 1 = (x+1)(2x-3)$ |

$$g. \frac{2x+1}{4} - \frac{x-5}{3} = \frac{4x-1}{12} + 2 \quad h. \frac{x+3}{4} + 1 = x + \frac{x+2}{3} \quad i. \frac{3x+2}{2} + \frac{5-2x}{3} = \frac{11}{6} - x$$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{x+2}{x-2} - \frac{5}{x} = \frac{8}{x^2-2x} & b) \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x-2} + \frac{1}{x^2-3x+2} = 0 & c) \frac{x+1}{x-2} - \frac{5}{x+2} = \frac{2}{x^2-4} + 1 \\ d) \frac{x-1}{x-2} + \frac{x+3}{x-4} = \frac{2}{-x^2+6x-8} & e) \frac{x-5}{x^2-9} - \frac{5}{3-x} = \frac{4}{x+3} & f) \frac{1}{2x-3} - \frac{3}{2x^2-3x} = \frac{5}{x} \end{array}$$

Dạng 3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Bài 1. Một ô tô khởi hành lúc 7 giờ sáng và dự định đến B lúc 11 giờ cùng ngày. Do trời mưa nên ô tô đã đi với vận tốc chậm hơn vận tốc dự định 5 km/ giờ. Vì thế 12 giờ trưa ô tô mới đến B. Tính quãng đường AB.

Bài 2. Hai địa điểm A và B cách nhau 75 km. Lúc 7 giờ, một xe đạp xuất phát từ A với vận tốc 10km/h để đi về B. Sau đó, lúc 9 giờ 30 phút một xe máy xuất phát từ B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe đạp là 30 km/h để đi về A. Hỏi lúc mấy giờ hai xe gặp nhau và chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km?

Bài 3. Một ô tô khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc 45km/h.. Đến B người đó ngay lập tức quay trở về A với vận tốc 40km/h. Biết rằng thời gian kể từ lúc xuất phát tới khi về đến A là 5 giờ 40 phút. Tính chiều dài quãng đường AB.

Bài 4. Một đội công nhân dự định trong một ngày sửa được 40m đường. Do thời tiết không thuận lợi nên thực tế mỗi ngày họ sửa được 30m đường, vì vậy họ phải kéo dài thời gian làm việc thêm 6 ngày. Tính chiều dài đoạn đường mà đội công nhân định sửa.

Bài 5. Một đội thợ mỏ theo kế hoạch mỗi ngày phải khai thác 55 tấn than. Khi thực hiện mỗi ngày đội khai thác được 60 tấn than do đó đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày và khai thác thêm được 15 tấn so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch đội thợ mỏ phải khai thác bao nhiêu tấn than?

Bài 6. Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 630 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 3 ngày . Hỏi theo kế hoạch xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Dạng 4. Bài tập hình học tổng hợp

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông ở A, trung tuyến BD. Phân giác của góc BDA và BDC lần lượt cắt AB, BC ở M và N. Biết AB = 8cm, AD = 6cm

- Tính độ dài BD, BM
- Chứng minh MN//AC

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A, đường cao BD và CE. Đường vuông góc với AC tại C cắt đường thẳng AB tại F. Chứng minh:

- $AB^2 = AD.AF$
- Tia CB là tia phân giác góc ECF
- $\frac{BE}{BF} = \frac{AD}{AC}$

Bài 3. Cho hình bình hành ABCD điểm F trên cạnh BC. Tia AF cắt BD và DC lần lượt ở E và G.

- Chứng minh: $\triangle BEF \sim \triangle DEA$ và $\triangle DGE \sim \triangle BAE$
- Chứng minh: $AE^2 = EF.EG$
- Biết hình bình hành ABCD cố định, chứng minh khi F thay đổi trên cạnh BC thì BF.DG không đổi

Bài 4. Cho ΔABC vuông tại A ($AC > AB$) có đường cao AH (H thuộc BC). Tia phân giác trong góc $\widehat{HAC}$ cắt HC tại M. Gọi N là trung điểm của AC

- Chứng minh: $\Delta AHB \sim \Delta CHA$ từ đó chứng minh $\frac{MH}{MC} = \frac{HB}{AB}$
- MN cắt AH tại E và cắt AB tại F. Chứng minh: $BE \parallel AM$
- Kẻ MG vuông góc với AB tại G. Chứng minh $\frac{2}{FG} = \frac{1}{FA} + \frac{1}{FB}$

Bài 5. Cho tam giác MNP vuông tại M. Đường cao MH cắt đường phân giác ND tại I ($H \in NP$ và $D \in MP$).

- Chứng minh $\Delta MND \sim \Delta HNI$, suy ra $MN \cdot HI = MD \cdot HN$
- Chứng minh tam giác MID cân.
- Chứng minh $MD^2 = HI \cdot DP$

Bài 6. Cho ΔABC có $AB = 4\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$; $AC = 5\text{cm}$. Phân giác BD.

- Tính AD; DC.
- Vẽ $AM \parallel BC$ ($M \in BD$). Tính AM?
- Trên tia đối của tia BC lấy điểm N sao cho $BN = BC$. Vẽ $BE \perp BD$ ($E \in AN$).

Tính tỷ số $\frac{AE}{NE}$.

- Gọi giao điểm của ED và AB là I. CMR: I là trung điểm của ED.

Bài 7. Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH.

- Chứng minh $\Delta ABC \sim \Delta HAC$
- Chứng minh $AH^2 = HB \cdot HC$
- Cho $AC = 10\text{cm}$, $CH = 8\text{cm}$. Tính độ dài AH và diện tích tam giác ABC
- Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của AH và CH. Gọi M là giao điểm của AQ và BP. Chứng minh $AQ \perp BP$ và $AH^2 = 4PM \cdot PB$

Bài 8. Cho tam giác ABC có đường cao AH (H nằm giữa B, C). Từ H vẽ HM vuông góc AB; HN vuông góc AC

- Cho biết $HA = 15\text{cm}$, $HC = 36\text{cm}$, $BC = 56\text{cm}$. Tính AB, AC
- Chứng minh $AB \cdot AM = AC \cdot AN$ và tam giác ABC đồng dạng tam giác ANM
- Chứng minh $AB \cdot CM = AC \cdot BN$
- Chứng minh tam giác ABN đồng dạng tam giác ACM và $MN \cdot BC + BM \cdot CN = CM \cdot BN$
- Cho A, H cố định; B, C di chuyển trên đường thẳng vuông góc với AH tại H sao cho H vẫn nằm giữa B và C. Chứng minh đường trung trực của đoạn MN luôn đi qua 1 điểm cố định.

Dạng 5. Các bài toán nâng cao

Bài 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = \frac{5x^2 - 24x + 29}{x^2 - 4x + 4}$ khi $x \neq 2$

Bài 2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

Bài 3. Cho phương trình ẩn x $(2x + m)(x - 1) - 2x^2 + mx + m - 2 = 0$.

Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm là một số không âm.

Bài 4. Giải phương trình: $(2017 - x)^3 + (2019 - x)^3 + (2x - 4036)^3 = 0$.