

ĐỀ CƯƠNG GIỮA HỌC KÌ I

Dạng I: Rút gọn biểu thức

Bài 1. Rút gọn biểu thức:

a) $\left[4x^3yz^2 - 8x^2y^3 + (3xy^2)^2\right] : (-2xy)^2$

c) $(x-y)(x^2+xy+y^2) - x^2(-x+y)$

b) $(x-3)(x+3) - (x-5)^2 - 3(x+2)$

d) $(1-3x)^2 - (x-2)(x+1) - (3x-4)(3x+4)$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(x^2-y)(3x+y^2) - (6x^4y - 2xy^4) : 2xy$

c) $(3x+4)^2 - (3x-1)(3x+1)$

b) $x(x-2)(x+2) - (x-1)(x^2+x+1)$

d) $(-x+5)(x-2) - (2x+1)^2 - 4x(x+1)$

Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(4x-1)^2 - (2x+1)(8x-3)$

c) $(x+y)^2 + (x-y)^2 + (x+y)(x-y) - 3x^2$

b) $(2x-1)(4x^2+2x+1) - 8x(x^2-2)$

d) $(x-4)^3 - (x-3)(x^2+3x+9) + 12(-x+2)$

Dạng 2: Tìm số chưa biết

Bài 4. Tìm x, biết:

a) $(x+1)^3 - x^2 \cdot (x+3) = 2$

c) $(x-3)(x^2+3x+9) - x \cdot (x+4)(x-4) = 5$

b) $(x+3)^2 - (x+2)(x-2) = 11$

d) $(x-2)^3 - (x+5)(x^2-5x+25) + 6x^2 = 11$

Bài 5. Tìm x, biết:

a) $x^3 + 9x^2 + 27x + 19 = 0$

c) $x(x+5)(x-5) - (x+2)(x^2-2x+4) = 3$

b) $6x^2 - (2x-3)(3x+2) = 1$

d) $(x+1)^3 - (x-1)^3 - 6(x-1)^2 = -19$

Bài 6. Tìm x, biết:

a) $4x^2 - 20x + 25 = 49$

c) $2(x+5) - x^2 - 5x = 0$

b) $(2x+1)^2 - 4(x+2)^2 = 9$

d) $(x^2+x)^2 + (x^2+x) - 6 = 0$

Dạng 3: Tính giá trị của biểu thức

Bài 7. Tính giá trị của các biểu thức:

a) $B = (2x-1)^2 - (4x-2)(2x+3) + (2x+3)^2$ với $x = 99$;

b) $C = x^2 + 4y^2 - 2x + 10 + 4xy - 4y$ với $x + 2y = 5$.

Bài 8. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ tại $x = 41$.

b) $C = (x+1)^3 + 3(x-1)(x^2+x+1) - 4x(x+1)(x-1)$ tại $x = -2$.

Bài 9. Cho $x - y = 7$. Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = x(x+2) + y(y-2) - 2xy$

b) $B = x^3 - 3xy(x-y) - y^3 - x^2 + 2xy - y^2$

Bài 10. Cho $x + y = -4$; $x \cdot y = 5$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $x^2 + y^2$

b) $x^3 + y^3$

c) $x^4 + y^4$

d) $x^2 - y^2$

Dạng 4: Toán thực tế

Bài 11. Một người đi taxi phải trả 15 000 đồng cho 1 km trong 10 km đầu tiên. Khi hành trình vượt quá 10 km thì sẽ trả 14 000 đồng cho mỗi km tiếp theo. Hãy viết biểu thức đại số dạng đa thức thu gọn biểu diễn số tiền người đó phải trả khi đi x km (với $x > 10$ km và x là số nguyên).

Bài 12. Bảng tính giá điện được cho như sau (minh họa):

Từ 0 đến 50 kWh: 2000 đồng / 1kWh

Từ 51kWh – 100 kWh: giá 2500 đồng / 1kWh

Từ 101 kWh – 200 kWh: giá 3000 đồng / 1kWh

Từ 201 kWh : giá 4000 đồng / 1kWh

- a) Nhà An sử dụng hết 180 kWh. Tính số tiền nhà An phải trả cho công ty điện;
- b) Nhà Bình sử dụng hết x kWh ($x > 200$). Viết đa thức thu gọn biến x biểu thị số tiền nhà Bình phải trả.

Bài 13. Bác Kim gửi một số tiền vào ngân hàng với lãi suất là 7% và kì hạn là một năm. Sau một năm bác Kim tới ngân hàng rút cả vốn lẫn lãi được 128.400.000. Hỏi lúc đầu bác Kim gửi vào ngân hàng bao nhiêu tiền?

Bài 14. Cách đây hai năm ông Nam có gửi 100.000.000 đồng vào ngân hàng theo kì hạn 1 năm lãi suất kép (*tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi tiếp*). Năm nay, ông Nam nhận được số tiền là 116.640.000 đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng là bao nhiêu?

Bài 15. Bà Mai vay ngân hàng 200 triệu trong thời gian 2 năm để mở một cửa hàng chuyên sản xuất và bán quà lưu niệm. Theo hợp đồng vay vốn, lãi suất vay trong một năm là 10%. Sau 1 năm, tiền lãi của năm đầu sẽ được cộng vào vốn của năm sau. Hỏi sau 2 năm, bà Mai phải trả ngân hàng bao nhiêu tiền?

Dạng 5. Hình học

Bài 16. Cho hình chữ nhật ABCD. Kẻ AN và CM cùng vuông góc với BD (N, M thuộc BD).

- a) Chứng minh $DN = BM$.
- b) Chứng minh tứ giác ANCM là hình bình hành.
- c) Trên tia đối của tia NA lấy điểm K sao cho $NK = NA$. Tứ giác DKCB là hình gì? Vì sao?
- d) Tia AM cắt tia KC tại điểm P. Chứng minh rằng các đường thẳng PN, AC, KM đồng quy.

Bài 17. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB \geq AC$). Gọi E là trung điểm của BC. D, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của E trên AB, AC.

- a) Chứng minh tứ giác ADEH là hình chữ nhật
- b) Chứng minh D là trung điểm AB.
- c) Lấy điểm F sao cho D là trung điểm của EF. Kẻ EI vuông góc với AF tại I. Chứng minh $IH \perp ID$.
- d) Chứng minh $\widehat{IAD} = \widehat{IHD}$.

Bài 18. Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia CB lấy điểm M, trên tia đối của tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$.

- a) Chứng minh $\triangle AMN$ cân.

- b) Gọi O là trung điểm MN. Lấy điểm E sao cho O là trung điểm AE. Chứng minh tứ giác AMEN là hình vuông.
- c) Vẽ $EH \perp BC$; $EK \perp DC$. Chứng minh tứ giác CHEK là hình vuông và $\widehat{ACE} = 90^\circ$.
- d) Chứng minh B, O, D thẳng hàng và H, O, K thẳng hàng.

Dạng 7. Nâng cao

Bài 19. Cho $\begin{cases} a+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=1 \end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $a^4+b^4+c^4$.

Bài 20. Cho $a+b+c=0$. Chứng minh rằng $a^3+b^3+c^3=3abc$

Bài 21. Tìm x, y biết: $2x^2+y^2+2xy-10x-6y+13=0$.

Bài 22. Cho các số x, y thỏa mãn điều kiện $x^2-2xy+6y^2-12x+2y+41=0$.

Tính giá trị của biểu thức $P = 2021(10-x-2y)^{2021} - 8(6y-x)^{2022}$

Bài 23. Cho hai số a và b thỏa mãn $a^3+b^3=3ab-1$. Tính giá trị của $a+b$.

Bài 24. Cho $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$. Chứng minh rằng với n là số nguyên lẻ thì:

$$\frac{1}{a^n} + \frac{1}{b^n} + \frac{1}{c^n} = \frac{1}{a^n + b^n + c^n}$$

ĐỀ LUYỆN SỐ 1

Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $(4x^4 - 8x^2y^2 + 12x^5y) : (-4x^2)$

c) $(x+1)^3 - \frac{5}{2}x(2x-3)(2x+3) - 4x^3$

b) $(x+6)^2 - (x-4)(x+4) - 12x$

Bài 2. Tìm x, biết:

a) $x^2 - 4x + 4 = 25$

c) $4x^2 - 25 + (2x+5)^2 = 0$

b) $(5-2x)^2 - 16 = 0$

d) $(x-3)(x^2+3x+9) + x(x+2)(2-x) = 1$

Bài 3.

1) Cho $x - 3y = 1$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $x^2 + 9y^2 - 6xy$

b) $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 9y^2 + 2x - 4 - 6y$

2) Cô Hoa gửi vào ngân hàng 250 triệu đồng theo thể thức lãi kép theo định kì với lãi suất không đổi x mỗi năm (**tức là nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp**). Biểu thức $S = 250(1+x)^3$ (triệu đồng) là số tiền mà cô Hoa nhận được sau 3 năm.

a) Tính số tiền mà cô Hoa nhận được sau 3 năm khi lãi suất là $x = 5,5\%$;

b) Khai triển S thành đa thức theo x và xác định bậc của đa thức.

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi D là trung điểm của BC. Trên đoạn AD lấy điểm E bất kì (E khác A và D). Qua E kẻ các đường vuông góc với AB, AC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh tứ giác AMEN là hình vuông.

b) Chứng minh $MN \parallel BC$.

c) Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với DN tại F. Chứng minh $\widehat{AFE} = 90^\circ$.

d) Chứng minh B, E, F thẳng hàng.

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = 2x^2 + 5y^2 - 4xy - 4x - 2y + 6.$$

ĐỀ LUYỆN SỐ 2

Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $x^2(x - y^2) - xy(1 - xy) - x^3$

c) $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x(x^2 + 1) - (x - 1)(x + 1)$

b) $(x - 3)(x + 3) - (x + 2)^2 - x(x - 1)$

Bài 2. Tìm x, biết:

a) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

c) $(x - 5)(x + 5) - (x + 3)^2 = (x + 1)^2 - (x + 4)(x - 4)$

b) $(3x - 1)^2 - (x + 5)^2 = 0$

d) $2x^2 - 2x = (x - 1)^2$

Bài 3.

1) Cho $a - b = 2$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $a^2 + b^2 - 2ab$

b) $A = a^3 - b^3 - 6ab$

2) Bác Việt gửi tiết kiệm a đồng kì hạn 12 tháng ở một ngân hàng với lãi suất x%/năm.

a) Viết biểu thức tính số tiền bác Việt có được sau 12 tháng, biết bác Việt không rút tiền ra khỏi 12 tháng đó;

b) Sau kì hạn 12 tháng, tiền lãi của kì hạn đó được cộng vào tiền vốn, rồi bác Việt tiếp tục đem gửi kì hạn 24 tháng tiếp. Viết biểu thức tính số tiền bác Việt có được sau 24 tháng, biết trong 24 tháng đó, lãi suất ngân hàng không thay đổi và bác Việt không rút tiền ra khỏi ngân hàng.

Bài 4. Cho hình vuông ABCD tâm O. Trên đoạn BC lấy điểm E bất kì, trên tia đối của tia CD lấy điểm F sao cho $CE = CF$.

a) Chứng minh $DE = BF$.

b) Tia DE cắt BF tại H. Chứng minh $\widehat{DHF} = 90^\circ$

c) Gọi I là trung điểm của EF, K là giao điểm của FE và BD. Chứng minh tứ giác AOIK là hình bình hành.

d) Chứng minh A, H, K thẳng hàng.

Bài 5. Cho a, b, c là các số hữu tỉ thỏa mãn điều kiện $ab + bc + ca = 1$.

Chứng minh rằng $S = (1 + a^2)(1 + b^2)(1 + c^2)$ là bình phương của một số hữu tỉ.

---HẾT---