

PHÒNG GD&ĐT ĐÔ LƯƠNG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI HUYỆN NĂM HỌC 2023-2024

Môn thi TOÁN; Lớp 9

Thời gian làm bài 120 phút (không kể thời gian giao nhận đề thi)

Bài 1 (2điểm).

a) Cho $T = 4^n + 1$, với n là số tự nhiên lẻ lớn hơn 1. Chứng minh giá trị của T là hợp số.

b) Tìm tất cả cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$x^2y^2 + 3xy - x^2 + 2y - 3x = 10$$

Bài 2 (3điểm).

Rút gọn các biểu thức. a) $A = \sqrt{4 + \sqrt{15}} + \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{2}$

$$b) B = \frac{x\sqrt{x} - y\sqrt{y}}{x + \sqrt{xy} + y} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x} + 1} + \frac{y\sqrt{y} - 1}{y + \sqrt{y} + 1}$$

Bài 3 (6điểm).

a) Giải phương trình: $5(x^2 + 3x) - 3\sqrt{x^2 + 3x - 1} = 13$

b) Tìm tất cả cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời cả hai phương trình .

$$\sqrt{x + \frac{1}{y}} = 3 - \sqrt{x + y - 3} \text{ và } y + \frac{1}{y} = 8 - 2x$$

Bài 4 (2điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

$$P = 2x + 5y - 2\sqrt{xy} - 2\sqrt{x} - 8\sqrt{y} - 2024; \quad (x; y \text{ là các số thực dương})$$

Bài 5 (7điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A đường cao AH. Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng BC. Từ N vẽ đường thẳng song song với AB cắt AC tại E. Từ C vẽ đường thẳng song song với AH cắt đường thẳng NE tại K. BK cắt AH tại M.

a) Chứng minh $BC^2 = 4.NE.NK$ và M là trung điểm của đoạn thẳng AH.

b) Các đường phân giác của tam giác AHE cắt nhau tại I, Các đường phân giác của tam giác CHE cắt nhau tại Q. đường thẳng IQ cắt các đường thẳng AH và CH thứ tự tại P và F. chứng minh $AH.HC = 2.HP.HF$

(Khi làm bài thi học sinh có quyền sử dụng máy tính bỏ túi các loại nếu cần)

Hết.....